

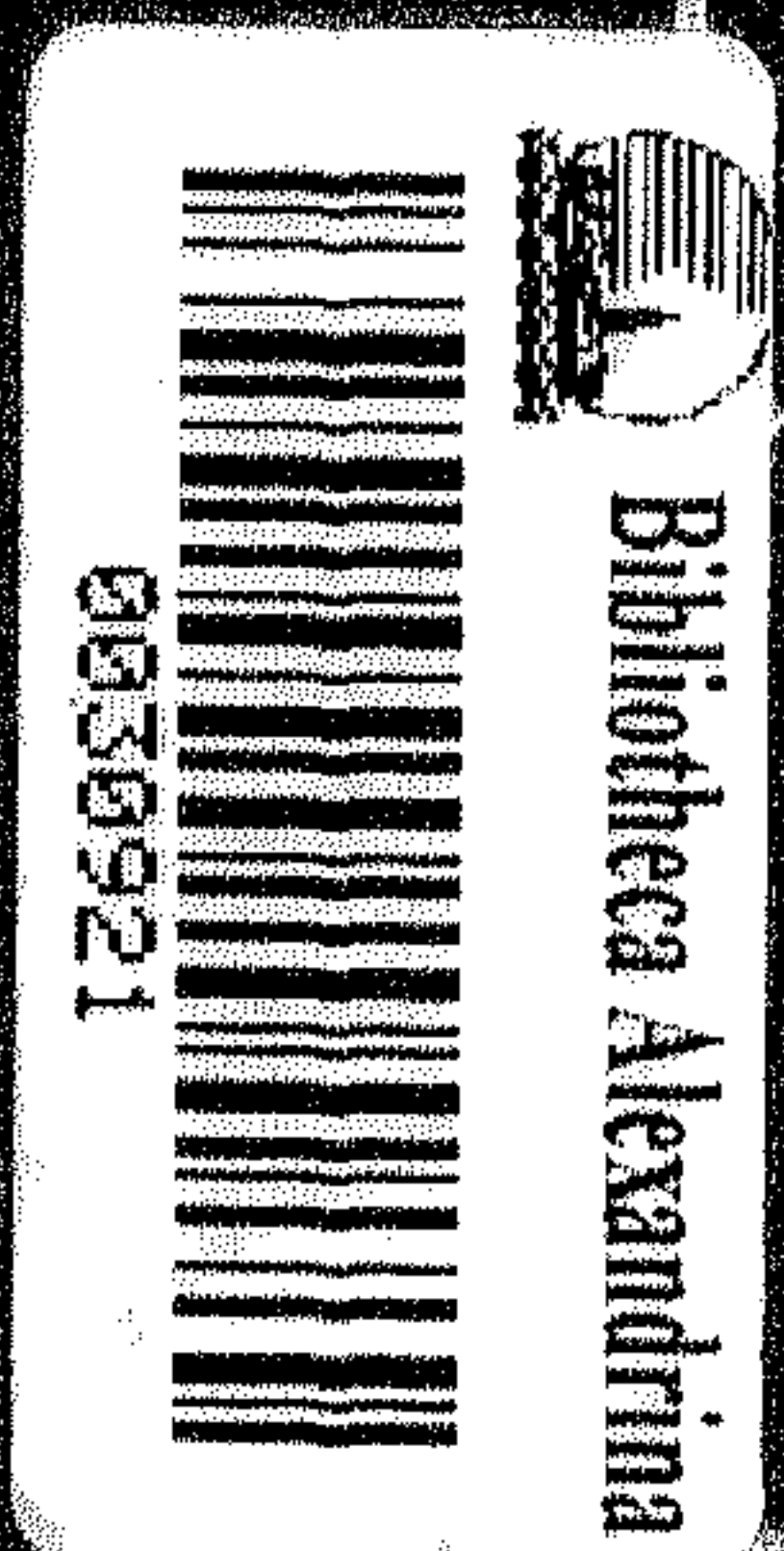
تحليل البيانات

في

البحوث النفسية والتربوية

الدكتور / صلاح الدين محمود علام

دار الفكر العربي



تحليل البيانات

فى

البحوث النفسية والتربوية

الدكتور

صلاح الدين محمود علام

أستاذ القياس والتقويم والإحصاء التربوى

كلية التربية - جامعة الأزهر

١٤١٣ هـ - ١٩٩٣ م

ملتزم الطبع والنشر

دار الفكر العربى

الإدارة : ٩٤ ش عباس العقاد - مدينة نصر

القاهرة ت : ٢٦١٩٠٤٩

بسم الله الرحمن الرحيم

مقدمة الكتاب

الهدف من هذا الكتاب هو تقديم عرض مبسط لاهم المبادئ والطرق الإحصائية الرئيسية التي يمكن للباحث المبتدئ الاستعانة بها في تحليل البيانات الخاصة بالبحث النفسي والتربوي . فطلاب الدراسات العليا الذين يخطون أول خطوة على طريق البحث يحددون أنفسهم في حاجة ماسة إلى مرشد يثير لهم هذا الطريق .

وربما يتساءل البعض : لماذا اخترنا عنوان الكتاب ، تحليل البيانات Data Analysis ، بدلا من الإحصاء Statistics ، ؟ ، والسبب في ذلك أننا نود أن نضع المفاهيم والطرق والأساليب الإحصائية في إطارها الصحيح بحيث تخدم طلاب البحث النفسي والتربوي .

فتحليل البيانات يعد عملية أوسع وأشمل من العمليات والتطبيقات الإحصائية . إذ أننا يمكننا في بعض الأحيان تحليل البيانات بدون استخدام أساليب إحصائية . كما أن تحليل البيانات يعتمد بدرجة كبيرة على قدرة الباحث على استيعاب بياناته وفهم طبيعتها ، والأسئلة التي يود الإجابة عليها باستخدام هذه البيانات .

فن المعلوم أنه يمكن للباحث الإجابة على أسئلة مختلفة من نفس مجموعة البيانات ، وربما يحتاج إلى أكثر من أسلوب إحصائي ليحيط على هذه الأسئلة ، وهذا يعتمد اعتماداً كبيراً على فهم وتبصر الباحث للهدف من بحثه الذي جمع من أجله الملاحظات Observations المختلفة التي يود تحويلها إلى بيانات يمكن تحليلها . فاستخدام الحاسبات الالكترونية في إجراء عملية تحليل البيانات لا يمكن

أن يفنى الباحث عن الفهم المستنير لما تنطوى عليه بيانات بحثه إذ أن الحاسبات الإلكترونية تجري العمليات الإحصائية المختلفة عن طريق ما يسمى بالبرامج الجاهزة Canned Programs . وهنا يقع العبء الأساسي على الباحث سواء في دقة المدخلات Inputs أو في تفسير المخرجات Outputs . فكم من باحث ظن أن الحاسبات الإلكترونية ستقوم بتحليل بيانات بحثه بدلا عنه ، ولكنه اكتشف أخيراً أنه كان مخطئاً .

وتأكيداً للدور الرئيسي للباحث في تحليل بيانات بحثه وتبصره بطبيعة وتكوين هذه البيانات يرى جون توكي John Tukey — رائد تحليل البيانات — أن عملية تحليل البيانات هي « عملية تحري Detective work » عن طريق العد والأعداد والأشكال تقع مسئوليتها الأولى والأخيرة على عاتق الباحث . ويكون دور الحاسبات الإلكترونية هو معاونته الباحث على تنفيذ استراتيجيات التحليل التي توصل إلى درجة أكثر فاعلية ومرونة .

والكتاب يتكون من جزأين يختص الجزء الأول — وهو الذي بين يديك الآن — بالأساليب الوصفية في تحليل البيانات ، ويختص الجزء الثاني بالأساليب الاستدلالية في تحليل البيانات . وما لا شك فيه أن الأساليب الوصفية هي التي تمهد الطريق للأساليب الاستدلالية . إذ يمكن للباحث استخدام الأساليب الوصفية في تلخيص بيانات بحثه وتبويبها وتمثيلها بيانياً ، والتبصر في طبيعة وخصائص وتكوين هذه البيانات .

ونظراً لأهمية هذه الأساليب فقد أطلق عليها جون توكي Tukey اسم الأساليب الكشفية في تحليل البيانات

Exploratory Data Analysis (EDA)

لأنها تساعد الباحث على كشف جوانب معينة في البيانات ربما لم يكن يتوقعها . فكم من نتائج غير متوقعة توصل إليها العلماء نتيجة للفحص الدقيق المستنير لمجموعات البيانات التي حصلوا عليها . كما أنها تساعد الباحث على اختيار المناسب

من الأساليب الإحصائية الاستدلالية المتقدمة بناء على نتائج هذا التحليل الوصفي
الكشفي .

وبالرغم من أننا سنعرض في الكتاب بجزأية لطرق تحليل البيانات إلا أننا
تحقيقاً لما ذكرناه سنركز على وظيفة التحليل وكيفية استخدام الباحث للمفاهيم
والطرق الإحصائية في هذا التحليل استخداماً واعياً ، والتفسيرات التي يمكن أن
يستمد منها من نتائجها . وقد حاولنا أن نعرض هذه المفاهيم والطرق الإحصائية
بأقل قدر ممكن من الرموز الرياضية حتى يتسنى للطلاب والباحثين من مختلف
التخصصات فهمها بسهولة ، إلا في بعض الحالات التي استدعت عرض كيفية
اشتقاق بعض الصور أو الخصائص الإحصائية الهامة . وتيسيراً لذلك فقد بدأنا
الجزء الأول من الكتاب — وهو الذي بين يديك الآن — بمراجعة لبعض
العمليات الحسابية والجبرية الأساسية التي ربما يحتاج إليها الباحث كي يتابع
العرض .

وقد قسمنا الجزء الأول من الكتاب إلى ثلاثة أبواب رئيسية ، يعرض
الباب الأول منها تحليل البيانات ذات المتغير الواحد ، والباب الثاني تحليل البيانات
ذات المتغيرين ، والباب الثالث تحليل البيانات المتعددة المتغيرات .

وقد عرضنا في الباب الأول الطرق المختلفة لتصنيف وتلخيص ووصف
البيانات ذات المتغير الواحد التي تساعد الباحث على التفسير وإبراز المعلومات التي
ربما تنطوي عليها هذه البيانات . ويشتمل هذا الباب على ستة فصول ، يتناول
الفصل الأول منها أساسيات القياس وموازينه وأنواع البيانات . كما يتناول
هذا الفصل مراجعة لبعض العمليات الحسابية التي يحتاج الطالب والباحث إلى
إتقانها كي يتمكن من إجراء العمليات الإحصائية دون الوقوع في أخطاء
حسابية .

ويتناول الفصل الثاني طرق تبويب البيانات التي تشتمل على متغير واحد في
صورة توزيعات تكرارية وتمثيلها بأشكال بيانية مختلفة .

ويتناول الفصلان الثالث والرابع خصائص التوزيعات التكرارية ، وهذه تشمل مقاييس النزعة المركزية ، ومقاييس التشتت والالتواء والتفرطح .

أما الفصل الخامس فيتناول الدرجات المحولة وتشمل الإرباعيات والإعشاريات والمئينيات والدرجات المعيارية بأنواعها المختلفة .

ويتناول الفصل السادس التوزيعات الاعتدالية وخصائص المنحنى الاعتدالى المعيارى ، وكيفية الاستفادة بخصائص هذا المنحنى فى حل مشكلات بحشية مختلفة .

وقد عرضنا فى الباب الثانى الطرق المختلفة التى يمكن أن يستخدمها الباحث فى وصف درجة العلاقة بين متغيرين أو التنبؤ بقيم متغير بمعلومية قيم متغير آخر . ونظراً لأن هذه الطرق تختلف باختلاف مستويات قياس كل من المتغيرين وشكل العلاقة بينهما ، لذلك فإننا قسمنا هذا الباب إلى تسعة فصول تناولت الفصول الستة الأولى (من الفصل السابع حتى الفصل الثانى عشر) مقاييس العلاقة بين متغيرين فى حالة ما إذا كانا من مستوى قياس واحد ، أو كانا من مستويين مختلفين . وتناول الفصل الثالث عشر بعض مقاييس العلاقة إذا كان أحد المتغيرين أو كلاهما من النوع الثنائى Dichotomous .

وقد تناولنا فى الفصلين الرابع عشر والخامس عشر موضوع الانحدار البسيط . فاهتم الفصل الرابع عشر بالانحدار الخطى البسيط ، والفصل الخامس عشر بالانحدار غير الخطى ، ومطابقة البيانات لبعض الدوال الرياضية .

ونظراً لأن الباحث النفسى والتربوى كثيراً ما يواجه مواقف بحشية تتطلب دراسة أكثر من متغيرين فى وقت واحد ، فإنه يحتاج إلى طرق وأساليب إحصائية أخرى تناسب هذه المواقف . ولذلك فقد عرضنا فى الباب الثالث

بعض طرق تحليل البيانات المتعددة المتغيرات . وفى الحقيقة توجد طرق متعددة لتحليل هذا النوع من البيانات تتخطى حدود هذا الكتاب ، إلا أننا اخترنا من بينها بعض الطرق التى يحتاج إليها معظم الباحثين ، وفى نفس الوقت يمكن أن يبنى الباحث على أساسها فهمه للطرق الأخرى ، إذ أنها امتداد للطرق التى عرضنا لها فى هذا الباب وهى تحليل الانحدار المتعدد ، وتحليل المسارات .

ويشتمل هذا الباب على أربعة فصول ، يتناول الفصل السادس عشر تحليل الانحدار المتعدد فى حالة وجود متغيرين مستقلين أو أكثر من النوع الكمي . ويتناول الفصل السابع عشر طرق الضبط الإحصائي وتتضمن معاملات الارتباطات الجزئية وشبه الجزئية . والفصل الثامن عشر تحليل الانحدار المتعدد باستخدام متغيرات نوعية (تصنيفية) . أما الفصل التاسع عشر فيتناول طرق تحليل المسارات .

وقد قدمنا فى نهاية كل فصل عدداً من التمارين لتسكون بمثابة تدريب للباحث على استخدام الطرق الإحصائية المختلفة ليكتسب المهارة فى تحليل البيانات بمختلف أنواعها قبل أن يبدأ فى التحليل الفعلى لبيانات بحثه .

كما قدمنا فى نهاية كل باب شكلاً تخطيطياً يساعد الباحث على اختيار المقياس الإحصائي الذى يناسب شكل وطبيعة بيانات بحثه .

وينتهى الكتاب بمجموعة من الجداول الإحصائية والمراجع التى يمكن للباحث الرجوع إليها للاستزادة .

وقد راعينا التبسيط فى وصف هذه الجداول ، وأن تكون مرتبطة بالموضوعات التى عرضنا لها فى هذا الجزء الأول من الكتاب ، كما قدمنا لكل منها نبذة مختصرة حتى يتيسر للطلاب استخدامها دون جهد كبير .

ونرجو من الله أن يتفح هذا الكتاب الباحثين في المجال النفسى والتربوى ،
وطلاب السراسات العليا بقدر ما بذل فيه من وقت وجهد .

والله نسال التوفيق والسداد ؟

صلاح الدين محمود علام

دكتوراه الفلسفة Ph. D.

فى التقويم والقياس

والاحصاء التربوى

من جامعة ميتشجان الامريكية

كلية التربية — جامعة الازهر

يناير ١٩٨٣ م

البَابُ الْأَوَّلُ

تحليل البيانات ذات المتغير الواحد

الفصل الأول

أساسيات القياس والإحصاء

القياس والبيانات والإحصاء

موازن أو مستويات القياس

كيف تتعامل مع الأعداد في عملية القياس

أنواع البيانات

مراجعة لبعض العمليات الحسابية والجبرية الأساسية

مقدمة :

إن علم الإحصاء ليس مجرد علم يهتم فقط بالبيانات العددية المبنية وغير المبنية ، وإنما يتضمن النظرية والطرق الرياضية التي تفيد في جمع وتحليل وتفسير وتمثيل بيانات البحوث المختلفة . فعلم الإحصاء ينير للباحث النفسى والتربوى الطريق لحل أو إجابة مشكلة بحثه . ومشكلة البحث هى مجموع التساؤلات التي يود الباحث أن يجيب عليها . ومثال ذلك :

ما هو متوسط ذكاء طلاب مدرسة ثانوية معينة ؟ وهل هذا المتوسط يفوق متوسط طلاب جميع المدارس الثانوية في مصر ؟

هل رأى العام لمجموعة معينة اتجاه قضية ما أكثر تطرفاً من الآراء الفردية ؟

ما هى العلاقة بين درجة الخوف وكمية الطعام التي يتناولها الإنسان ؟

ما أثر نوع وعدد التمارين الحسائية على أداء تلاميذ الصف الثالث في عمليتي الضرب والقسمة ؟

فنحن نرى كثيراً من هذه الاسئلة في البحوث النفسية والتربوية المنشورة في المجالات العلمية . وعادة ما يقترح الباحث إجابة لمشكلة بحثه ثم يجمع الملاحظات المرتبطة بالمشكلة ، ونتيجة لهذه الملاحظات العلمية يتجمع لدى الباحث مجموعة من القياسات Measurements المرتبطة بخاصية معينة يود دراستها ، ويمكن أن نطلق على نتائج هذه القياسات اسم البيانات Data ، ومن ثم يمكن للباحث استخدام الأساليب الاحصائية لتحليل هذه النتائج أى البيانات بغرض التوصل إلى أدلة عن صدق الفروض التي اقترحها لإجابة أو لحل المشكلة .

ويمكن تعريف القياس بأنه تعيين أعداد للخصائص أو سمات الأشخاص أو الأشياء أو الأحداث طبقاً لقواعد مصاغة صياغة واضحة .

فعند قياس الخصائص الفيزيائية مثل الطول أو الوزن فإن قواعد التكميم Quantifications أى القواعد التي نستخدم لتعيين أعداد ساخر درجات الخاصية المقاسة أصبحت مقننة ومتفقاً عليها بحيث أن كل ما يفهم الطريقة المتبعة في قياس مثل هذه الظواهر

وهنا ليس الظواهر الفيزيائية الأكثر تعقيداً مثل السمع والبصر وما شابه ذلك تتطلب صياغة أكثر تفصيلاً ووضوحاً للقواعد أو الطرق المتبعة إذا أردنا تسكين جميع الملاحظات الخاصة بالسمة أو الخاصية المعينة بنفس الطريقة .

والقياس النفسى والتربوى يتطلب تسكين سمات أو خصائص الأشخاص أو الأشياء أو الأحداث . فمن لا نستطيع قياس الأشخاص أو الأحداث وإنما نقيس سمات أو خصائص الأشخاص أو الأحداث .

وهنا يجب أن نميز بين القياس Measurement والعد Enumeration . فالبيانات العددية يمكن تقسيمها إلى صنفين : بيانات تحصل عليها عن طريق العد وهذه تكون على شكل تكرارات Frequencies أو نسب مئوية ، وبيانات نحصل عليها عن طريق القياس وينتج عنها قيم قياسية Metric تمثل الظاهرة المقاسة بدرجة تقريبية ، وهذا التقريب يعتمد على دقة أداة القياس المستخدمة . ويمكن استخدام الأسلوب الإحصائى فى تحليل صنفى البيانات .

ويجب أن نؤكد أن هناك فرقاً بين النظام العددى بوجه عام وتطبيقه فى العد والقياس ، فالخلط بينهما يؤدي إلى التفكير الخاطيء عند استخدام الأساليب الإحصائية فى تحليل البيانات .

فالنظام العددى هو نظام منطقى بالدرجة الأولى ، وهو يتيح فرصاً متعددة للمعالجات المنطقية . فإذا ما قمنا بتعيين أعداد تصف الأحداث أو الأشياء ، فإننا نستطيع أن نتعامل مع هذه الأعداد بطرق معينة ونتوصل من ذلك إلى استنتاجات يمكن أن نعيد تطبيقها على الظاهرة المقاسة . إذ أننا يمكن بحق أن نصف الأشياء أو الأحداث الواقعية عن طريق الأعداد بشرط أن يكون هناك تشاكل Isomorphism أو تماثل بين خصائص الظاهرة المقاسة والنظام العددى المستخدم .

فهناك خصائص معينة للأعداد ينبغي أن نجد ما يماثلها فى الظاهرة المقاسة . فمثلاً كل عدد يعتبر فريداً أو متميزاً عن غيره من الأعداد ، ولهذا فإن أى حدث أو شيء نقيسه يجب أن يكون أيضاً متميزاً عن غيره من الأحداث أو الأشياء . وتتميز الأعداد فى النظام العددى بخاصية الترتيب ، أى أن أى عدد يكون

أكبر من أعداد غيره . ولذا فإن الأشياء التي تعين لها الأعداد يجب أن تكون أيضا قابلة للترتيب على متصل حتى نستطيع وصف وتفسير ترتيب الأعداد المناظرة لها .

وتتميز الأعداد أيضا بخاصية قابلية الجمع Additivity أى أننا نستطيع جمع أى عددين لينتج عدد آخر متميز . وتعتبر هذه الخاصية من أهم خواص النظام العددي لأنها تسمح بإجراء العمليات الحسابية الهامة على الأعداد . فإذا استطعنا جمع الأعداد ، فإنه يمكننا بالتالى إجراء عملية الطرح على هذه الأعداد (أى جمع الأعداد السالبة) ، وكذلك عملية الضرب (أى تكرار عملية جمع نفس العدد) وعملية القسمة (أى إجراء عمليات طرح متتالية) . وليس من الضروري أن يكون للظاهرة التي نعين لها الأعداد جميع الخصائص السابقة وهي :

التمايز أو التفريد ، الترتيب ، قابلية الجمع حتى نتمكن من قياسها . إلا أن الاستفادة من استخدام الأعداد في القياس تعتمد على مدى توفر هذه الخصائص في الظاهرة المراد قياسها . وموازن أو مستويات القياس تعتمد على عدد الخصائص التي تتوافر في الظاهرة المقاسة . وسوف نعرض فيما يلى لهذه الموازن أو المستويات الأساسية المختلفة .

موازن أو مستويات القياس :

Levels or Scales of Measurement

ذكرنا أن القياس هو تعيين أعداد للسمات أو الخصائص طبقا لقواعد معينة، فالصياغة العامة لمختلف هذه القواعد وما يناظرها من مستويات القياس التي أفادت علماء النفس هو النظام الذي اقترحه ستيفنز S. Stevens عام ١٩٥٦ .

ففي نظام ستيفنز المبين بالجدول رقم (١) الآتي بالصفحة التالية، نجد المقاييس التي تتبع مجموعات مختلفة من القواعد يشار إليها بمقاييس ذات مستويات أو موازن مختلفة، وكل مقياس أو ميزان منها يمثل مستوى معيناً من مستويات الصياغة الكمية للمتغير الذي ندرسه، كما يسمح بعمليات حسابية مختلفة .

المستوى أو الميزان	الوظيفة	العملية الحسابية	أمثلة
الاسمي	تستخدم الأعداد في تصنيف الأشياء أو الأما كن أو الأحداث	يمكن عد عدد الحالات في كل قسم أو فئة ، أو عدد الأقسام المختلفة ، ولكن لا يمكن إجراء العمليات الحسابية الأربع على هذه الأعداد	أنواع السيارات ، الجنس ، أرقام الشوارع
الرتبي	تستخدم الأعداد في ترتيب الأشياء أو الأشخاص ترتيباً تنازلياً أو تصاعدياً	عبارات أكبر من ، أو يساوي ، أو أصغر من ، وهنا تستخدم العمليات الحسابية لمقارنة الرتب	أ أكبر من ب ، ب أكبر من ج ، إذن أ أكبر من ج
الفتري	تستخدم الأعداد في مقارنة قياس أو درجات الأفراد	تسمح بمقارنة مدى الفروق بين قياسين	درجة الشخص أ تفوق درجة الشخص ب بمقدار ٢٠ درجة مثلاً في الاختبار س
النسبي	تستخدم الأعداد في تحديد علاقات دقيقة بين الأشياء أو الأحداث أو الأشخاص	يتوفر صفر مطلق ، وهنا نسمح بإجراء العمليات الحسابية المختلفة	الشخص الذي طوله ١٨٠ سم ضعف الشخص الذي طوله ٩٠ سم

جدول رقم (١)

موازين أو مستويات القياس

القياس الإسمي :

وهو أدنى مستويات القياس وفيه تستخدم الأعداد فقط كعناوين أو أقسام منفصلة للتمييز بين مختلف عناصر أو أعضاء القسم . ونظرا لأن هذه المقاييس ليست كمية فإنها تسمى شبه مقاييس Pseudo-Measurement . وأمثلة هذه الأقسام أنواع السيارات أو لاعبو فريق كرة معين أو ما شابه ذلك . أى أن الهدف من هذا النوع من القياس هو مجرد التصنيف . فالبيانات التصنيفية Categorical Data تتكون من ملاحظات تختلف من حيث إمكانية تصنيفها إلى أقسام متشابهة . مثال ذلك الكتب في مقابل الصحف أو المجلات ، والذكور في مقابل الإناث . وفي الحقيقة فإن معظم أنشطة تفكير الإنسان تتضمن هذه العملية التصنيفية . وفي ذلك يقول برونر Bruner وجودناو Goodnow ، وأوستين Austin في كتاب (دراسة التفكير) ، أن تصنيف الأشياء أو الأحداث أو الأفراد يحتاج إلى تدعيمها في فئات أو أقسام تشترك في خاصية معينة تميزها عن غيرها من الفئات أو الأقسام ، وتحدث استجابة لنا لهذه الأحداث أو لمؤلاء الأفراد على أساس عضويتهم في فئة أو في قسم معين ، وليس على أساس تفرد كل حدث أو تميز كل فرد . ولذلك نستطيع القول أن البيانات التصنيفية تتضمن فروقا نوعية . وكل ما نفعله عند تعاملنا مع مثل هذه البيانات هو أن نضع الملاحظات المختلفة في الأقسام أو الفئات المناسبة لها ثم نقوم بعد الملاحظات التي تنتمي أو تقع في كل قسم أو كل فئة فنحصل على ما يسمى بالتكرار .

وأحيانا تصنف البيانات بالنسبة لخاصيتين مختلفتين في نفس الوقت بدلا من خاصية واحدة ، مثل تصنيف السيارات على أساس عدد أبواب كل سيارة وعام إنتاجها ، أو تصنيف الأفراد على أساس الجنس والسن .

وتوجد كثير من الطرق الإحصائية التي يمكن استخدامها في تحليل البيانات التصنيفية ، سنعرض لها في هذا الكتاب ، وهذه الطرق تدرج تحت مستوى

القياس الإسمي ، إلا أننا لا نستطيع إجراء عمليات حسابية لها معنى على مثل هذه الأعداد . فالأعداد هنا تستخدم فقط كإشارات أو عناوين للأقسام المختلفة .

وربما يتساءل البعض : لماذا أطلقنا على هذا المستوى من القياس « الميزان الإسمي » ، مع أن كلمة « ميزان » Scale تشير إلى فكرة المتصل Continuum ، فالمتصل يتميز بخاصية الترتيب التي لا تنطبق على الموازين الإسمية . إلا أن القاموس يشير أحيانا إلى مفهوم « الميزان » على أساس فكرة التمييز أو التصنيف مما يبرر استخدام مفهوم الميزان في هذا المستوى الإسمي . ففكرة التمييز أو التصنيف لا تقتصر على هذا المستوى وإنما تتعدى ذلك إلى مستويات القياس الأرقى . فالتصنيف في الحقيقة هو أساس القياس بكافة أنواعه .

القياس الرتبي :

وهذا المستوى الثاني يسمح بترتيب السمات أو الخصائص دون اعتبار لتساوي الفروق بين أي رتبتين منها ، فالشخص الذي يتصف أو يتميز بصفة معينة بدرجة أكبر من غيره يكون ترتيبه الأول ، والشخص الذي يليه في درجة هذه السمة يكون ترتيبه الثاني وهكذا .

فالمستوى الأدنى للقياس وهو القياس الإسمي يناظر ما يسمى « بالتصنيف الكيفي أو النوعي » ، أما القياس الرتبي فهو يناظر ما يسمى « بالتصنيف الكمي » . إذ ترتب الأقسام على متصل ما ، وعندئذ يمكن القول بأن ترتيب أحد هذه الأقسام يفوق ترتيب قسم آخر على ميزان القياس .

وبالرغم من أن الأرقام التي تدل على هذا الترتيب تعد منفصلة (بمعنى أنه ليس هناك ترتيب مثل ١,٢ أو ١,٥ أو ٢,٤ مثلا) إلا أن السمة المقاسة ربما تكون متصلة ، ولا يفترض في هذا المستوى من القياس أن تكون الفروق بين الرتب مساوية للفروق بين درجات السمة موضع القياس . ولذلك لا نستطيع إجراء أي من العمليات الحسابية الأربع على مثل هذه الرتب أو الأعداد المناظرة لها .

ولكننا نستطيع - كما في حالة القياس الإسمي - أن نحسب عدد التكرارات

في كل قسم ، ونستخدم هذه الأعداد التي تناظر الرتب في حساب بعض المقاييس الإحصائية مثل معامل ارتباط الرتب التي سنعرض لها في هذا الجزء من الكتاب واختبارات الدلالة الإحصائية وغيرها مما سنعرض لها بالتفصيل في الجزء الثاني من الكتاب .

ومعظم المقاييس في التربية وعلم النفس من هذا المستوى ، فمثلا نقول أن محمد لديه اتجاه أكثر إيجابية نحو المدرسة من سمير ، وسمير لديه اتجاه أكثر إيجابية من أشرف ، ولكن لا نستطيع القول بأن الفروق بين درجات إيجابيتهم بالضرورة متساوية .

القياس الفترى :

في هذا المستوى الثالث تتساوى الفروق بين الأقسام المتتالية في السعة المقاسة . فالترمو متر مقسم إلى وحدات متساوية ، والفارق بين درجتى الحرارة 30° ، 35° مثلا يساوى الفرق بين درجتى 35° ، 40° . وعندما تمثل البيانات فترات متساوية فإنه يمكن تحويل مجموعة البيانات الأصلية إلى مجموعة أخرى لها خصائص مختلفة . فمثلا يمكن تحويل الدرجات المئوية للحرارة إلى درجات فهرسية أى تحويل درجات الحرارة من ميزان إلى ميزان آخر له صفر مختلف ووحدة قياس مختلفة ، ولكن يمكن مقارنة الميزان الأول بالميزان الثانى .

وكثير من المقاييس النفسية والتربوية تقع أيضا في هذا المستوى الثالث مثل مقاييس الذكاء والتحصيل وما إليها .

والعمليتان الحسابيتان المسموح بهما في هذا المستوى من القياس هما عمليتا الجمع والطرح فقط . ولا يمكن استخدام عملية القسمة في هذا النوع من القياس لعدم وجود صفر مطلق إلا إذا أجريت هذه العملية على الفترات وليس على كل درجة على حدة . فنسبة الذكاء ٢٠٠ لا تعنى ضعف نسبة الذكاء ١٠٠ ، وإن كان يفترض أن الفرق بين نسبتي الذكاء ١٠٠ ، ١٢٠ تساوى الفرق بين نسبتي الذكاء ١٤٠ ، ١٦٠ وهنا لا يمكننا بوجه عام أن نجد ما يناظر الصفر المطلق في الذكاء أو غيره من السمات النفسية . فمثلا ربما يحصل طالب على الدرجة صفر في اختبار تحصيلي ،

ولكننا لانستطيع اعتبار أن هذه الدرجة تناظر مقدار السمة التي يفترض أن الاختبار قد صمم لقياسها ، وإلا كان معنى ذلك أن مقدار السمة المقاسة عند الطالب صفر . وكثير من الاختبارات التربوية والنفسية المبنية على المبنية باستخدام الطرق السيكومترية التقليدية تؤدي إلى قياس فترى .

وفي هذا النوع من القياس يمكن استخدام المتوسطات والانحرافات المعيارية للدرجات ومقاييس العلاقة الخطية ، وهو ما سوف نعرض له بالتفصيل في الفصول التالية .

القياس النسبي :

يتوفر في ميزان القياس النسبي الصفر المطلق إلى جانب تساوي الفروق بين الفترات المختلفة ، وهذا الصفر المطلق يناظر حقيقة نقطة انعدام الظاهرة أو السمة المقاسة . فوجود صفر اختياري أو اعتباري في الترمومترات التي تقيس الحرارة بالدرجات المئوية أو الفهرنهايتية يجعل وجود درجات حرارة سالبة ممكناً .

والمسطرة العادية تعد مثالا للميزان النسبي ، وتصلح العمليات الحسابية الأربع ، وطرق الإحصاء البارامترى في هذا النوع من الموازين ، ولذا يعتبر هذا النوع أعلى مستويات القياس .

ويندر استخدام هذا النوع من الموازين في القياس النفسي والتربوي فيما عدا مجال الحكم في علم النفس الطبيعي Psychophysical Judgment ، ويسمى علماء القياس التربوي في الوقت الحاضر إلى بناء نماذج رياضية تستخدم لبناء مقاييس للذكاء والتحصيل والاتجاهات يتوفر فيها الصفر المطلق الذي يناظر حقيقة نقطة انعدام الظاهرة أو السمة المقاسة مثل نماذج السمات الكامنة Latent Trait Models

ويذكر جيلفورد Guilford أن عملية العد Enumeration التي نحصل عن طريقها على تكرارات يمكن اعتبار أنها تعطينا قيماً على ميزان نسبي . فالتكرار صفر يناظر انعدام الظاهرة التي نحصلها . كما يذكر أننا نكون صفراً

مطلقاً عند إجراء العمليات الإحصائية ، فشلا يمكننا اعتبار هذا الصفر هو متوسط التوزيع ومن ثم نعالج الانحرافات عنه على أنها ميزان نسبي يسمح بالعمليات الحسابية الأربعة وكذلك استخراج الجذور التربيعية .

كيف نتعامل مع الأعداد في عملية القياس :

معظم القياسات الفترية تقرب إلى أقرب الوحدات . وتعتمد درجة هذا التقريب على أداة القياس والدقة المطلوبة في قياس الشيء المراد قياسه .

فإذا كنا بصدد قياس ارتفاع مثذنة مثلاً فإن تقرب القياس إلى أقرب قدم — مثل ١٠٧ أقدام — ربما يكون كافياً ، أما إذا كنا بصدد قياس طول شخص ما فإننا ربما نسجل الطول إلى أقرب بوصة أو أقرب سنتيمتر . وإذا أردنا قياس طول قلم رصاص فإننا ربما نسجل الطول إلى أقرب المليمتر وهكذا . فطول شجرة مثلاً ربما لا يكون ١٠٧ أقدام بالضبط ولكنه يكون أقرب إلى ١٠٧ أقدام منه إلى ١٠٨ أقدام أى تسجيل طول الشجرة ١٠٧ أقدام يعنى أن الطول ينحصر بين ١٠٦,٥ قدم ، ١٠٧,٥ قدم . وينطبق هذا أيضاً في حالة القياس النفسى والتربوى ، فالدرجة ٤٨ في اختبار ما تعنى أنها تنحصر بين ٤٧,٥ ، ٤٨,٥ ، والدرجة ٧٠ تنحصر بين ٦٩,٥ ، ٧٠,٥ ، فنحن نفترض أن الدرجة ليست نقطة على مقياس أو ميزان Scale وإنما تشغل مسافة أو فترة تبدأ بالعدد الذى يقل نصف عن الدرجة وتنتهى بالعدد الذى يزيد نصف عن نفس الدرجة . فإذا لم نأخذ بهذا الافتراض فإننا سنجد أن المتوسط الحسابى الذى نحصل عليه من مجموعة من البيانات غير المجمعة — كما سئرى فيما بعد — ربما يختلف عن المتوسط الحسابى لنفس مجموعة البيانات إذا جعلناها مجمعة . ويمكن أن نأخذ بهذا الافتراض أيضاً في حالة البيانات التصنيفية ، فإذا كان عدد أطفال أسرة معينة ٤ أطفال فإننا يمكن اعتبار أن هذا العدد ينحصر بين ٣,٥ ، ٤,٥ .

أنواع البيانات :

يحصل الباحث الذى يهتم بدراسة ظاهرة ما فى أغلب الأحيان على مجموعة من القيم العددية المتعلقة بهذه الظاهرة ، وهذه القيم يمكن أن نطلق عليها اسم القيم المشاهدة أو قيم المتغير أو المتغيرات موضع البحث . وتسمى هذه المجموعة من القيم بالملاحظات التى يتم بعد ذلك معالجتها إحصائياً وعندئذ تسمى بالبيانات الإحصائية .

وتنقسم هذه البيانات — كما سبق أن أشرنا — إلى نوعين : كمية Quantitative ، وكيفية أو نوعية Qualitative .

١ - البيانات الكمية :

وهى البيانات التى يكون التغير فيها تغيراً من حيث المقدار ، أى يمكن ترتيب هذه البيانات بحسب مقاديرها ، وقد يكون التغير فى هذه البيانات متصلاً Continuous أو غير متصل Discrete .

والمتغير المتصل هو ذلك المتغير الذى تختلف قيمه أو يمكن أن يختلف بمقادير صغيرة صغراً لانهائياً . فالعمر مثلاً هو متغير متصل لأننا لا يمكن أن نمر من عمر إلى آخر مهما كان قريباً منه إلا إذا مررنا بعدد لانهائى من الأعمار المتزايدة بمقادير متناهية فى الصغر .

ومن المتغيرات المتصلة أيضاً الأطوال والأوزان ودرجات الاختبارات التحصيلية والعقلية ودرجات الحرارة وما إلى ذلك .

وليس من الضرورى أن تظهر جميع القيم الممكنة فى البيانات موضع البحث لى نعتبر المتغير متصلاً ، بل يكفى التأمل فى هذه القيم لى نحدد ما إذا كان فى الإمكان أن تأخذ أى قيمة مهما صغرت بين حدين معلومين ، فالاختبار التحصيلى الذى يتكون من ٥٥ سؤالاً مثلاً حيث تعطى درجة واحدة لكل إجابة صحيحة

يؤدي إلى درجات غير متصلة مثل صفر ، ١ ، ٢ ، ٠.٠٠٠ ، ٥٠ ، إلا أننا يمكن أن نعتبر هذه الدرجات تمثل قيا تقريبية لقياسات متصلة .

أما المتغير غير المتصل فهو ذلك المتغير الذي تختلف قيمه بمقادير محدودة ، وغالباً ما تكون من النوع الذي لا بد من حسابه بواسطة أعداد صحيحة موجبة ، ومن أمثلته عدد تلاميذ مدرسة أو عدد سكان مدينة أو عدد مرات ظهور الصورة إذا أقيمت عملة من النقود عدة مرات أو عدد البنين أو عدد البنات في فصل مدرسي معين .

وهنا نقفز قيم المتغير من عدد صحيح إلى آخر متجاوزة ما بين العددين من الأعداد الكسرية الكثيرة التي لا يعقل أن يكون لها وجود في مثل هذه الحالات إذ لا يعقل أن يكون عدد البنين في فصل مدرسي معين ٢٢.٠٠١ أو ٢٢.٥ أو ٢٨.٠٩ مثلاً .

٢ — البيانات النوعية :

وهي البيانات التي يكون التغير فيها تغيراً من حيث النوع ، ولا يمكن تقسيمها بحسب الأصغر والأكبر تحت تقسيم واحد ، ومن أمثلتها عدد الأفراد الذين ينتمون إلى الأندية المختلفة ، فالمتغير هنا هو النادي نفسه ، وتنقسم البيانات إلى مجموعات كل منها ينتمي إلى فئة خاصة مختلفة اختلافاً كلياً عن الفئات الأخرى (أى أن الاختلاف يكون في النوع وليس في الدرجة) . ومن أمثلتها أيضاً البيانات المتعلقة بالمهنة أو الجنس أو لون البشرة أو عدد التلاميذ في المراحل الدراسية المختلفة ، ويتضح من ذلك أن المتغير في كل هذه الحالات يكون من النوع غير المتصل .

وتختلف بطبيعة الحال — كما سنرى في الفصول التالية — الطرق الإحصائية التي تعالج أو تتناول هذين النوعين من البيانات ، ولو أن هذه الطرق تلتقى عند أكثر من نقطة .

مراجعة لبعض العمليات الحسابية والجبرية الأساسية :

إن التساؤل التالي كثيراً ما يتردد على ألسنة الباحثين في العلوم السلوكية وبخاصة المبتدئين منهم وهو :

« كيف لي أن أدرس طرق تحليل البيانات والإحصاء وليس لدى الخلفية الأساسية في الرياضيات التي تتصف بالرمزية والتجريد ؟ » .

وهذا التساؤل بالطبع معقول وله ما يبرره ، فما لا شك فيه أن دراسة الرياضيات تدر على الباحثين الفهم المستنير للأسس الرياضية والإحصائية التي تبنى عليها طرق وأساليب تحليل بيانات البحوث .

ولكننا نود أن نطمئن الباحث أنه ليس من الضروري أن يكون ماهراً في الرياضيات وفي استخدام أساليب المعالجات الرمزية حتى يستطيع إتقان الأساليب الإحصائية وطرق تحليل البيانات .

ولا نتعدى الحقيقة إذا قلنا أن استخدام الإحصاء وتحليل بيانات البحوث النفسية والتربوية لا يحتاج إلا إلى قدر من التفكير المنطقي في المشكلة التي يطرحها الباحث وكيفية معالجتها إحصائياً .

ويمكن أن يتقن الباحث هذا سواء كان لديه خلفية قوية في الرياضيات أم لا . وأهم ما في الأمر هو أنه يجب أن يكون لديه الرغبة في متابعة الأساليب الإحصائية التي يمكن أن تساعد في تحليل بيانات بحثه للتوصل إلى نتائج يمكن تبريرها . كما أن عملية تحليل البيانات تتطلب قدراً من العمليات الحسابية والجبرية التي يتقنها عدد كبير من الباحثين المبتدئين .

وقد أدى التقدم الكبير الذي حدث في الآلات الحاسبة والحاسيات الإلكترونية إلى جعل هذه العمليات في متناول كل باحث في وقت قصير .

ومع هذا فإننا نجد أنه ربما يكون من المفيد لبعض الباحثين أن يقوم بمراجعة سريعة لبعض العمليات الحسابية والجبرية الأساسية مثل الرموز الرياضية والإشارات الجبرية والكسور والأسس والجذور واللوغاريتمات والنسب المثلثية للزوايا كي تساعد على متابعة عرضنا للأساليب الإحصائية في تحليل البيانات .

ويمكن أن ينتقل الباحث الذي لديه هذه الخلفية إلى الفصل الثاني مباشرة ، ولكننا ننصح كل باحث أن يتأكد من فهمه لهذه العمليات الرياضية بأن يحل التمارين التي قدمناها في آخر هذا الفصل .

الرموز الرياضية :

يواجه الباحث أثناء دراسته للطرق والأساليب الإحصائية في تحليل البيانات كثيراً من الرموز التي ربما تعوقه عن الفهم المستنير لهذه الطرق والأساليب .

فإلى جانب رموز التساوي (=) ، وعدم التساوي (\neq) ، ورموز العمليات الحسابية الأربع وهي الجمع (+) ، والطرح (-) ، والضرب (\times) ، والقسمة (\div) توجد كثير من الرموز الأخرى ، ولكن ما يهمنا منها هو الرموز الآتية :

الرمز (\pm) ، ويعني أن العدد يمكن أن يكون موجبا أو سالبا ،

مثل ± 3 .

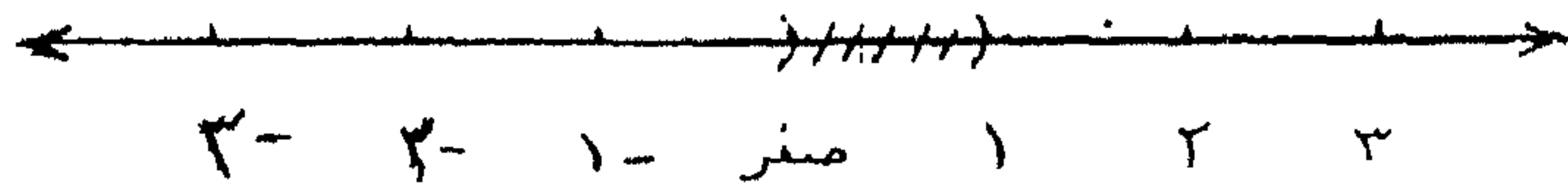
الرمز ($<$) ويعنى (أكبر من) ، فمثلا $٥ < ٣$ وتقرأ ٥ أكبر من ٣
الرمز (\leq) ويعنى (أكبر من أو يساوى) ، فمثلا $٥ \leq ٥$ وتقرأ ٥
أكبر من أو تساوى ٥ .

(الرمز $>$) ويعنى (أصغر من) ، فمثلا $٦ > ٨$ وتقرأ ٦ أصغر
من ٨ .

الرمز (\geq) ويعنى (أصغر من أو يساوى) ، فمثلا $٦ \geq ٨$ وتقرأ
٦ أصغر من أو تساوى ٨ .

وأحيانا نكتب أكثر من رمز واحد معا مثل :
 $| \leq ٥ < ٨$.

وهذه تعنى أن ٥ أكبر من ٨ وفى نفس الوقت أقل من ٨ أو تساوى
٨ الواحد الصحيح ويمكن تمثيل هذه القيم على خط الأعداد الآتى :



أى أن قيم ٥ تنحصر بين ٥ و ٨ ، وليست أكبر من ٨ أو تساوى ٨
الصحيح . وهذه القيم تقع فى المنطقة المظللة بخطوط مائلة على خط الأعداد
الحقيقية .

الرمز $|$ س $|$ ويقرأ القيمة المطلقة للمتغير س ، أى قيمة س بغض النظر عن
إشارتها سواء كانت موجبة أو سالبة .

فمثلاً $5 = |5|$ $6 = |6|$ $5 = |5|$ $6 = |6|$
 وإذا كانت $s = 5$ $6 = |5|$ $7 = |6|$ فإن :
 $|s - 5| = |5 - 5| = 0$ $|7 - 5| = 2$
 أى أن :

$$\left. \begin{array}{l} s \leq 0 \\ s > 0 \end{array} \right\} = |s|$$

العمليات الحسابية على الأعداد السالبة :

تتطلب معظم العمليات الجبرية لإجراء عمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة باستخدام الأعداد السالبة .

أولاً : الجمع والطرح :

أمثلة : $1 = 3 - 2$ أو $1 = 3 + (-2)$
 $6 = 7 - 1 = (7 - 1) = 6$
 $6 = 1 - (-5) = 1 + 5 = 6$
 أى أن الطرح هو عملية جمع جبرى ، أى تجمع مع مراعاة الإشارات .

ثانياً : الضرب :

أمثلة : $24 = (3 - 2)(1)(4 - 1)$

$$6 = (1 - 2)(3 - 1)(4 - 2)$$

أى أننا عندما نضرب مجموعة من الأعداد أو الرموز الجبرية فإن حاصل الضرب يكون موجباً إذا كان هناك عدد زوجى من القيم السالبة في المجموعة الأعداد أو الرموز (الصفر يعتبر عدد زوجى) .

أمثلة أخرى :

$$٣٠ \dots = (٥)(٢)(٣ -)$$

$$(١ -)(ب)(ج -)(د -) = - ا ب ج د$$

أى أننا عندما نضرب مجموعة من الأعداد أو الرموز فإن حاصل الضرب يكون سالباً إذا كان هناك عدد فردى من القيم السالبة في مجموعة الأعداد أو الرموز .

ثالثاً : القسمة :

تنطبق نفس قاعدة الضرب السابقتين في حالة القسمة . فمثلاً :

$$٠,٥ = \frac{٤ -}{٨ -}$$

$$٠,٥ - = \frac{٤ -}{٨}$$

$$١ = \frac{(ب)(١ -)}{ب -}$$

$$\frac{١ -}{د} = \frac{ج -}{(د)(ج -)}$$

العمليات الحسابية باستخدام الكسور :

أولاً : الجمع والطرح :

عند جمع أو طرح الكسور التى تكون مقاماتها متشابهة نجمع البسط في هذه الكسور فيكون هو بسط الكسر الناتج . أما المقام فيكون نفس مقام هذه الكسور .

$$\frac{8}{9} = \frac{0+2+1}{9} = \frac{0}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9} \quad \text{فمثلاً}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{1-4}{5} = \frac{1}{5} - \frac{4}{5} \quad 6$$

أما إذا كانت المقامات غير متشابهة فإنه يجب توحيد هذه المقامات ، أى نوجد المضاعف المشترك الأصغر لها قبل إجراء عملية الجمع أو الطرح .

$$\frac{1}{6} = \frac{3+2}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \quad \text{فمثلاً}$$

فالمضاعف المشترك الأصغر للعددين ٣ ، ٢ هو ٦ . ثم نقسم ٦ على مقام الكسر الأول أى $6 \div 3 = 2$ ونضرب الناتج وهو ٢ في بسط الكسر الأول أى $2 \times 1 = 2$ ، وبالمثل بالنسبة للكسر الثانى .

$$\frac{1}{12} = \frac{0+4}{12} = \frac{0}{12} - \frac{1}{3} \quad \text{وكذلك}$$

ثانياً - الضرب :

حاصل ضرب كسرين أو أكثر يساوى حاصل ضرب بسطى كل منهما مقسوماً على حاصل ضرب مقامى كل منهما .

$$\frac{3}{10} = \frac{(3)}{(5)} \cdot \frac{(1)}{(2)} = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} \quad \text{فمثلاً}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{(1)}{(5)} \cdot \frac{(1)}{(1)} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{1} \quad \text{وبصفة عامة}$$

رابعاً - القسمة :

نخرج قسمة كسرين يساوى حاصل ضرب الكسر الاول فى مقلوب الكسر الثانى .

$$\frac{5}{6} = \frac{(5)}{(3)} \frac{(1)}{(2)} = \frac{5}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{6} \div \frac{1}{2}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{(a)}{(c)} \frac{(1)}{(b)} = \frac{a}{c} \times \frac{1}{b} = \frac{a}{c} \div \frac{1}{b}$$
 وبصفة عامة

الحذف :

إذا اشتملت الكسور على أعداد كبيرة أو إذا كان المطلوب ضرب عدد من الكسور ، فإنه يمكن عادة تبسيط واختصار العمليات الحسابية بواسطة الحذف بين البسط أو المقام أو كليهما ، ثم حذف الأعداد المتشابهة بينهما .

$$\frac{1}{30} = \frac{6}{(10)(3)(2)} = \frac{6}{18}$$

$$14 \frac{2}{7} = \frac{100}{7} = \frac{(100)(7)(3)}{(7)(7)(3)} = \frac{21}{1,47}$$

العمليات الحسابية والجبرية على الأسس :

عندما نقول 2^2 (وتقرأ ٢ أس ٢ أو ٢ مرفوعة للقوة الثانية) فإننا نعنى بذلك $2 \times 2 = 4$ أى ٢ مكررة ثلاث مرات .

ويسمى الرقم ٢ الأساس ، والرقم ٣ الأس أو القوة المرفوعة إليها الأساس .

وبصفة عامة s من n حيث n عدد صحيح موجب ، $n \neq 0$ صفر تعسفي
 $s \times s \times s \times \dots \times s$ (n من المرات)

صفر
 أما s فهي تساوي الواحد الصحيح .

$$\text{مثلاً } \overset{\text{صفر}}{2} = \overset{\text{صفر}}{1} \times \overset{\text{صفر}}{2} \quad \overset{\text{صفر}}{3} = \overset{\text{صفر}}{1} \times \overset{\text{صفر}}{3} \quad \overset{\text{صفر}}{19} = \overset{\text{صفر}}{1} \times \overset{\text{صفر}}{19}$$

أولاً - جمع وطرح الأعداد التي تشتمل على أسس :

لا يمكن جمع أو طرح الأعداد التي تشتمل على قوى عدد معين إلا إذا
 أوجدنا قيمة كل عدد على حدة أولاً ، ثم نهجرى عملية الجمع أو الطرح بعد ذلك .

$$\text{مثلاً } 2^2 + 2^2 \text{ لا تساوي } 2^4$$

$$\text{وإنما تساوي } 4 + 4 = 8$$

$$\text{أو تساوي } 2^2 (1 + 1) = 2^2 \times 2 = 4 \times 2 = 8$$

$$\text{وكذلك } 3^2 - 2^2 = 9 - 4 = 5$$

(ثانياً) - ضرب الأعداد التي تشتمل على أسس :

يمكن ضرب الأعداد التي تشتمل على أسس إذا اتحدت في الأساس بأن نرفع
 الأساس إلى قوة مجموع الأسس .

$$\text{مثلاً } (2^2)(2^2)(2^2) = 2^2 + 2^2 + 2^2 = 2^6 = 64$$

$$\text{وبصفة عامة } s \times s \times s \times \dots \times s = s^m$$

$$\text{وكذلك } s \times s \times s \times \dots \times s = s^k$$

وهكذا .

قسمة الأعداد التي تشتمل على أسس :

يمكن قسمة عددين يشتملان على أسس إذا اتحدا في الأساس بأن نرفع الأساس إلى قوة الفرق بين الأسسين .

$$\text{فمثلا } 2 - 32 = \frac{2^{(2)}}{2^{(2)}} = 2 = 2^1$$

$$\text{وبصفة عامة } \frac{2^m}{2^n} = 2^{m-n} \text{ حيث أن } m < n$$

$$\text{ويجب أن نلاحظ أن } 2 - 3 = \frac{1}{2^{(2)}} = \frac{1}{4}$$

أى أنه إذا كانت القوة المرفوع إليها العدد سالبة فإننا نقلب العدد ونجعل القوة موجبة .

العمليات الحسابية والجبرية على الجذور :

من المعلوم أن $\sqrt{4} = 2$ و $\sqrt{9} = 3$ ولذلك فهذه الجذور تسمى جذوراً غير صماء .

أما $\sqrt{2}$ و $\sqrt{3}$ و $\sqrt{5}$ وهكذا فهي تسمى جذوراً صماء لأننا لا نستطيع إيجاد قيم مضبوطة لهذه الجذور ، وإنما نستطيع إيجاد قيم تقريبية لها .

$$\text{فمثلا } \sqrt{2} = 1,414 \text{ تقريبا .}$$

$$\sqrt{3} = 1,732 \text{ تقريبا .}$$

$$\sqrt{5} = 2,236 \text{ تقريبا وهكذا .}$$

(أولا) جمع وطرح الجذور الصماء :

لا يمكن جمع أو طرح الجذور الصماء إلا إذا كانت الأعداد التي تحت علامة الجذر متشابهة .

- فمثلا لا يمكننا جمع $\sqrt{27} + \sqrt{54}$.
- وإنما يمكننا جمع $\sqrt{27} + \sqrt{27} = \sqrt{27} \cdot 2$.
- أو $\sqrt{54} - \sqrt{54} = 0$ وهكذا .

(ثانيا) ضرب الجذور الصماء :

عند ضرب جذرين أصيين متحدين في الدليل نضرب العددين اللذين تحت الجذر . ونقصد بدليل الجذر ما إذا كان الجذر تربيعي أو تكعيبي وما إلى ذلك . ففي الحالة الأولى يكون الدليل ٢ ، وفي الحالة الثانية يكون الدليل ٣ وهكذا .

$$\begin{aligned} \text{فمثلا } \sqrt{10} &= \sqrt{5 \times 2} = \sqrt{5} \times \sqrt{2} \\ \sqrt{6} &= \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{2} \times \sqrt{3} \end{aligned}$$

قسمة الجذور الصماء :

عند قسمة جذرين أصيين متحدين في الدليل نقسم العددين اللذين تحت الجذر .

$$\begin{aligned} \text{فمثلا } \sqrt{2} &= \sqrt{4 \div 2} = \sqrt{4} \div \sqrt{2} = 2 \div \sqrt{2} \\ \sqrt{3} &= \sqrt{9 \div 3} = \sqrt{9} \div \sqrt{3} = 3 \div \sqrt{3} \end{aligned}$$

كيفية استخراج الجذر التربيعي لعدد موجب :

بالطبع يستطيع الباحث إيجاد الجذر التربيعي لعدد موجب باستخدام الآلة الحاسبة أو بالرجوع إلى الجداول الرياضية . ولسكننا سنعرض فيما يلي لإحدى الطرق البسيطة التي يمكن اتباعها لاستخراج قيمة تقريبية للجذر التربيعي لعدد موجب دون استخدام آلة حاسبة .

فمثلا إذا أردت استخراج الجذر التربيعي لعدد موجب مثل ٦,٣٣ يمكنك اتباع الخطوات الآتية :

١ - ابدأ بتخمين الجذر التربيعي المطلوب . فمثلا تقول أن $\sqrt{٦,٣٣} = ٢,٤٠$ أي $٢ = \sqrt{٩}$ أي أن $\sqrt{٦,٣٣}$ ينحصر بين ٢,٤٠ و ٢,٤٠ . وهنا ربما تخمن أن $\sqrt{٦,٣٣} = ٢,٤٠$ مثلا .

٢ - اقسم العدد المطلوب استخراج جذره التربيعي وهو ٦,٣٣ على القيمة التي بدأت بتخمينها وهي ٢,٤٠ فيكون الناتج ٢,٦٤ .

٣ - لاستخرج المتوسط الحسابي للقيمة التي بدأت بتخمينها وهي ٢,٤٠ . وخارج القسمة الناتج من الخطوة رقم ٢ وهو ٢,٦٤

$$\text{أي : } ٢,٥٢ = \frac{٢,٤٠ + ٢,٦٤}{٢} = \frac{٥,٠٤}{٢}$$

٤ - وهنا يعتبر العدد ٢,٥٢ هو أول قيمة تقريبية للعدد المطلوب استخراج جذره التربيعي . ويمكن التحقق من مدى دقة هذا العدد بتربيعة ومقارنته بالعدد الأصلي المطلوب استخراج جذره . ففي هذا المثال مربع العدد ٢,٥٢ يساوي ٦,٣٥ وهو قريب جداً من العدد المطلوب وهو ٦,٣٣ .

٥ - إذا أردت إيجاد قيمة أكثر دقة فاعليك إلا أن تكرر الخطوات الأربع السابقة مع اعتبار المتوسط الذي تحصل عليه من الخطوة رقم ٤ (أول قيمة تقريبية) هو التخمين الثاني .

ويمكن تكرار هذه العملية أي عدد من المرات بقدر درجة الدقة المطلوبة . ولذا تسمى هذه الطريقة بطريقة التكرار Iterative Process .

فإن إيجاد قيم تقريبية للعمليات الرياضية باستخدام الطرق التي تعتمد على التكرار تعتبر أكثر فاعلية من الطرق التي تعتمد على الحل المباشر .

وفي الحقيقة فإن الحاسبات الالكترونية الحديثة تعتمد في إجراء العمليات الرياضية المعقدة على طرق التكرار .

العمليات الحايية والجبرية على اللوغاريتمات :

تستخدم اللوغاريتمات لتبسيط وتيسير العمليات الحسابية المعقدة . فباستخدام اللوغاريتمات يمكن تحويل عمليتي الضرب والقسمة إلى عمليتي جمع وطرح على الترتيب .

ونقصد بلوغاريتم عدد معين وليكن x لاساس معين a بأنه القوة التي يجب أن يرفع إليها الاساس a ليعطى العدد x .

فنحن نعلم مثلاً أن $2^3 = 8$

ويمكننا تحويل هذه الصورة الأسية إلى صورة لوغاريتمية كالآتي :

$$\log_2 8 = 3$$

وتقرأ لوغاريتم ٨ للأساس ٢ يساوي ٣ .

ويختلف الاساس في اللوغاريتمات ، فيمكن أن يكون الاساس أي عدد موجب . ولكن هناك نوعين من اللوغاريتمات الشائعة الاستخدام وهي اللوغاريتمات المعتادة التي يكون أساسها ١٠ ، واللوغاريتمات الطبيعية التي يكون أساسها e حيث e ثابت يسمى الاساس اللوغاريتمي الطبيعي وهو يساوي ٢.٧١٨٣ تقريباً .

ولكل من هذين النوعين من اللوغاريتمات أهمية كبيرة في العمليات الرياضية . ولكن ما يهمنا هنا هو اللوغاريتمات المعتادة أي التي يكون أساسها ١٠ .

وتوجد جداول يمكن عن طريقها إيجاد اللوغاريتمات المعتادة للأعداد تسمى جداول اللوغاريتمات المعتادة .

وسوف يجد الباحث أحد هذه الجداول (جدول ١) المبين بالملحق في آخر الكتاب .

ولسكى نوضح كيفية استخدام اللوغاريتمات في تبسيط عمليتي الضرب والقسمة
نعرض المثال الآتي :

نفرض أننا نريد إيجاد قيمة المقدار :

$$\frac{17,9 \times 9,53}{121}$$

فإننا نبدأ بفرض أن هذا المقدار = س .

ونأخذ لوغاريتم كل من الطرفين علما بأن لوغاريتم حاصل ضرب عددين = مجموع لوغاريتم كل من العددين . ولوغاريتم خارج قسمة عددين = الفرق بين لوغاريتم كل من العددين .

$$\text{أي أن : لو س} = \text{لو } 9,53 + \text{لو } 17,9 - \text{لو } 121 .$$

ثم نكشف في جدول اللوغاريتمات المعتادة عن كل من هذه الأعداد . ولكن يجب أولا وضع عدد يسمى العدد البياني بجوار العدد الذي نحصل عليه من الجدول . فمثلا قبل الكشف عن لو 9,53 من الجدول نعد عدد الأرقام الصحيحة قبل العلامة العشرية ونطرح من هذا العدد الواحد الصحيح . فهنا يوجد رقم واحد قبل العلامة العشرية . وهو ٩ فيكون العدد البياني هنا = صفرا لأننا طرحنا الواحد الصحيح من عدد الأرقام الصحيحة وهو هنا رقم واحد (الرقم ٩) .

لَمْ نَكْشِفْ فِي جَدُولِ اللُّوغَارِيَتَاتِ عَنِ الْعَدَدِ ٩٥ تَحْتَ الرِّقْمِ ٣ فَتَجِدُهُ
يَسَاوِي ٩٧٩١ .

وَلِذَلِكَ يَجِبُ أَنْ نَضَعُ عَلَامَةَ عَشْرِيَّةٍ إِلَى أَقْصَى يَسَارِ النَّاتِجِ ٩٧٩١ يَسْبِقُهَا
الْعَدَدُ الْبَيَانِي . أَيْ فِي هَذِهِ الْحَالَةِ يَكُونُ :

$$\text{لو } ٩,٥٣ = ٩٧٩١,٠$$

وَبِالْمِثْلِ فِي الْعَدَدِينَ الْآخَرِينَ .

$$\text{أَيْ أَنْ : لَوْس } = ٩٧٩١,٠ + ١,٢٥٢٠ + ٢,٠٨٢٨$$

$$= ٤,٣١٤٨$$

وَهَذَا يَعْنِي أَنَّ النَّاتِجَ هُوَ عَدَدُ لُوغَارِيَتَمَهُ ٤٣١٤٨ . فَلْيَجْعَلْ قِيَمَةَ هَذَا النَّاتِجِ
(أَيْ قِيَمَةَ س) نَكْشِفْ فِي جَدُولٍ آخَرَ يُسَمَّى جَدُولُ الْأَعْدَادِ الْمُقَابِلَةِ لِلُّوغَارِيَتَاتِ
عَنِ ٣١,٠ تَحْتَ ٤ فَرُوقَ ٨ فَتَجِدُهُ $= ٣٠,٦٥$.

وَيَجِبُ مِلَاحَظَةُ أَنَّنَا تَرَكْنَا الرِّقْمَ ٤ لِأَنَّهُ سَيَخْدُدُ لَنَا مَوْضِعَ الْعَلَامَةِ الْعَشْرِيَّةِ .
فَالرِّقْمَ ٤ يَعْنِي أَنَّنَا يَجِبُ أَنْ نَضَعُ الْعَلَامَةَ الْعَشْرِيَّةَ بَعْدَ خَمْسَةِ أَرْقَامٍ مُتَتَابِعِينَ مِنْ
الْيَسَارِ إِلَى الْيَمِينِ .

وَبِذَلِكَ تَكُونُ قِيَمَةُ س $= ٣٠,٦٥٠,٠$ وَهُوَ النَّاتِجُ الْمَطْلُوبُ .

وَيُمْكِنُ لِلْبَاحِثِ الْاسْتِزَادَةَ بِالرَّجُوعِ إِلَى أَحَدِ كُتُبِ جَبْرِ الْمَرَحَلَةِ
الثَّانَوِيَّةِ .

النَّسَبُ الْمُثَلَّثِيَّةُ لِلزَّوَايَا الْحَادَةِ :

إِذَا فَضَّلْنَا أَنْ س وَص زَاوِيَةً حَادَةً تَسَاوِي س مِنْ الدَّرَجَاتِ . وَأَخَذْنَا

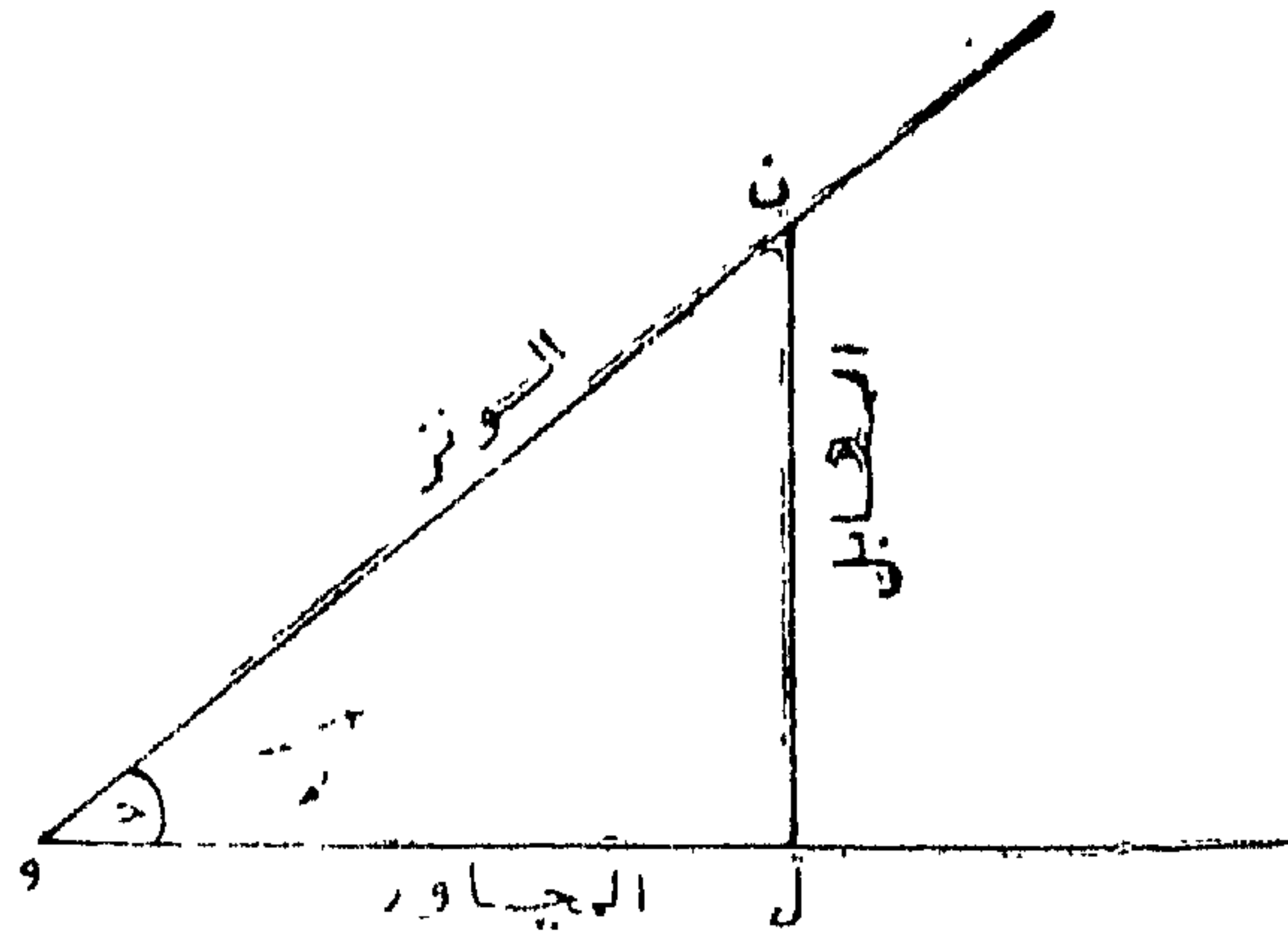
نقطة ه على الضلع و ص وأسقطنا منها العمود ه ل على و س . أى أصبح لدينا مثلث قائم الزاوية في ه . فإننا نستطيع الحصول على ست نسب مثلثيه للزاوية ه نذكر منها ثلاثا فقط :

جيب الزاوية ه ويرمز له بالرمز

$$\text{جا ه} = \frac{\text{ل ه}}{\text{و ه}} = \frac{\text{المقابل للزاوية ه}}{\text{الوتر}}$$

جيب تمام الزاوية ه ويرمز له بالرمز

$$\text{جتا ه} = \frac{\text{ول ه}}{\text{و ه}} = \frac{\text{المجاور للزاوية ه}}{\text{الوتر}}$$



ظل الزاوية ه ويرمز له بالرمز

$$\text{ظا ه} = \frac{\text{ل ه}}{\text{ول ه}} = \frac{\text{المقابل للزاوية ه}}{\text{المجاور للزاوية ه}}$$

وتقرأ هذه النسب جا الزاوية ه ، جتا الزاوية ه . ظا الزاوية ه .

ويمكن إيجاد كل من هذه النسب للزاويا المختلفة بالكشف فى جداول
تسمى جداول النسب المثلثية أو استخدام آلة حاسبة لإيجاد هذه
النسب .

ونود فى ختام هذه المراجعة أن نوصى الباحث بأن يرجع إلى الكتب
الدراسية فى الرياضيات للرحلة الثانوية إذا أراد المزيد من التوضيح لهذه
العمليات الحسابية والجبرية والمثلثية إذا دعت الحاجة إلى ذلك .

تمارين على الفصل الأول

١ - اذكر أعلى مستوى من مستويات القياس في الحالات الآتية :

(أ) درجات الطلاب في اختبار للذكاء .

(ب) عدد كل من الطلبة والطالبات في إحدى الكليات .

(ج) وزن شخص ما .

(د) درجات الحرارة مقاسة بالدرجات المئوية .

(هـ) عدد المفردات التي أجاب عنها طالب إجابة صحيحة في اختبار يتكون

من ١٥ مفردة .

(و) الأرقام التي تسجل على تذاكر القطارات .

٢ - ما هي الحدود الحقيقية للدرجات أو القياسات الآتية :

٦٧ ثانية ، ١٥٠ كيلو جرام ، ١٤,٥ سنتيمتر ٦٥ درجة .

٣ - أوجد قيمة كل مما يأتي :

$$(١) \quad ٨٦,٦ - (- ٢٢,٤)$$

$$(ب) \quad - ٠,٩٩ \div ٠,٩$$

$$(ج) \quad ٣,٠٨ \times ٥,٣$$

٤ - أوجد قيمة كل مما يأتي :

$$(١) \quad \frac{٥}{٦} + \frac{٢}{٤} + \frac{١}{٢}$$

$$(ب) \left(\frac{2}{3} \right) \left(\frac{5}{6} \right)$$

$$(ج) \frac{2}{14} \div \frac{5}{7}$$

$$(د) \frac{2}{15} + \frac{2}{5} = 3$$

٥ - أوجد قيمة س في كل من المعادلات الآتية :

$$(أ) 2س + 2 = 7$$

$$(ب) 2س = 4$$

$$(ج) |س| = 8$$

$$(د) 2س = 6 - س$$

$$(أ) \sqrt{2} + \sqrt{8}$$

$$(ب) (2)(3)$$

$$(ج) 2 + 2$$

$$(د) 2 - 0$$

$$(أ) \left(\frac{3}{4} \right) \left(\frac{2}{3} \right)$$

$$(و) (\sqrt{9})(\sqrt{3})$$

٧ - استخرج الجذر التربيعي للأعداد الآتية بطريقة التكرار مقربا الجواب إلى رقمين عشريين .

$$٨,٢٢ ، ١٥,٣٤١ ، ٢٣٩,٧٢٠$$

٨ - باستخدام جداول اللوغاريتمات أوجد قيمة كل مما يأتي :

— ٤١ —

$$(١) ٢,٣١ \times ٨,٧ \times ١٩,٣$$

$$\frac{١٧,٣٢ \times ٨,٤٢}{٢٥} \quad (ب)$$

$$\frac{٢٧,٩ \times ١٠٨,١}{٣٢٨} \quad (ج)$$

٩ — باستخدام جداول النسب المثلثية أوجد قيمة كل مما يأتي :

حا ٠,٢٥ ، حتا ٦٢ ٠,٣٧ ، طا ٠,١١٠

الفصل الثاني

التوزيعات التكرارية والتمثيل البياني للبينات ذات المتغير الواحد

تنظيم البيانات

جداول التوزيعات التكرارية

التمثيل البياني للبيانات

المدرج التكراري

المضلع التكراري

المنحنى التكراري

المتحنيات المتجمعة

أوجه اختلاف التوزيعات التكرارية

مقدمة :

يحتاج الباحث في كثير من الأحيان إلى مقارنة أثر طريقتين مختلفتين أو طرق مختلفة من طرق المعالجة التجريبية مثل أثر طريقتين مختلفتين أ ، ب من طرق التعلم .

وهنا لا يكتفى الباحث باختيار طالب واحد ليتعلم بالطريقة أ ، وطالب آخر ليتعلم بالطريقة ب ، لأن هذا يؤدي إلى نتائج لا يمكن الاعتماد عليها .

فالطلاب يختلفون في سرعة تعلمهم مما يؤدي إلى تباين درجاتهم حتى ولو كانت طريقة التعلم واحدة .

وكذلك ربما تكون الطريقة أ أفضل لبعض الطلاب ، بينما تكون الطريقة ب أفضل لطلاب آخرين .

وهذا الموقف شائع الحدوث في العلوم السلوكية ، ونقصد به تباين الأفراد . ولكي يأخذ الباحث هذا التباين في الاعتبار يجب أن يعتمد على مجموعة من الأفراد وليس فردا واحدا ، ويقوم بجمع الملاحظات أو الدرجات الخاصة بكل فرد من أفراد المجموعة . وبذلك يصبح لدى الباحث مجموعة كبيرة من الدرجات . وتصبح المشكلة هي كيفية التعامل مع هذه الدرجات أو البيانات للتوصل منها إلى نتائج ذات معنى .

ولتوضيح ذلك ، لننظر إلى الجدول (رقم ٢) الآتي الذي يشتمل على الدرجات التي حصل عليها ٥ طالبا تعلموا بالطريقة أ ، ٥ طالبا تعلموا بالطريقة ب .

الطريقة (ب)			الطريقة (أ)		
٢٤	٢٥	١٨	١٦	١٧	١٥
١٢	١٦	٥	١٥	١٩	١٣
١٣	١٩	٢١	١٨	١٠	١١
٢١	٨	١٤	٦	١٥	١٧
١٩	١٤	١٦	١٤	٩	١٢
١٧	١٨	١١	١٤	١٥	١٠
٩	١٩	١٦	١٢	١٩	٦
١١	١٥	١٥	٩	٢١	١٥
١٧	١٧	١١	١٧	١١	١٠
١٣	١٣	٢٠	١١	٩	١٣
١٢	١٧	١٤	٨	١٨	١٦
١٦	١٦	٧	٧	١٥	٩
١٧	٢٠	١٥	١٦	١٢	١١
١٨	٢٣	١٤	١٦	١٢	١٥
٢١	١٥	١٩	١٥	٢٥	١٣
١٠	٣٠	٩	١١	٩	١٩
	١٠	٢٣		١٢	١٠

جدول رقم (٢)

الدرجات التي حصل عليها ٥٠ طالبا في اختبار تحصيلي تعلموا بالطريقة أ ،
والدرجات التي حصل عليها ٥٠ طالبا آخر تعلموا بالطريقة ب .

فهل يستطيع الباحث بمجرد النظر إلى هذه المجموعة من الدرجات أن يعرف
أي الطريقتين أدت إلى تعلم الطلاب بدرجة أكبر ؟ وهل يستطيع أن يعرف هل
أدت كل من الطريقتين إلى قدر متكافئ من التعلم لجميع الطلاب ؟ وهل أدت إحدى
الطريقتين إلى إبراز الفروق الفردية بين الطلاب ؟ بالطبع ربما لا يستطيع الباحث

إجابة هذه الأسئلة وغيرها بمجرد الفحص العيني لهذه الدرجات وذلك بسبب كثرتها وعدم تنظيمها ونبويها .

ولذلك فإن الهدف من هذا الفصل هو عرض طرق اختزال مجموعات الدرجات التي تشبه تلك المبينة في الجدول السابق إلى صورة أكثر توضيحاً بحيث تساعد الباحث على إلقاء الضوء على طبيعة وشكل بياناته كخطوة أساسية للبدء في تحليل ما تنطوي عليه تلك الدرجات من معلومات .

التوزيعات التكرارية للبيانات غير المجمعة :

التوزيع التكراري هو وسيلة لتنظيم وتجميع الدرجات أو البيانات في مجموعات ، ومن شأن هذا التنظيم أو التجميع تلخيص بيانات التوزيع في عدد محدود من هذه المجموعات لتيسير معالجتها رياضياً . ولإنشاء جدول توزيع تكراري للبيانات غير المجمعة نرتب الدرجات ترتيباً تنازلياً أو تصاعدياً ، ونسجل عدد مرات تكرار كل درجة منها .

فمثلاً إذا أردنا تنظيم الدرجات الموضحة بجدول رقم (٢) السابق فإننا يمكن أن نسجل تكرار كل من هذه الدرجات كما هو موضح بالجدول رقم (٣) الآتي ، وبذلك يستطيع الباحث معرفة أقل الدرجات وأكثرها تكراراً ، وهذا بالطبع يلقي الضوء على توزيع ووصف الظاهرة موضع البحث . ولسكن بالنظر إلى الجدول رقم (٣) نلاحظ أن الدرجات منتشرة انتشاراً واسعاً ، وتكرار بعض هذه الدرجات صفر ، كما أنه ليس هناك ما يدل على وجود نزعة مركزية للدرجات من مجرد الفحص العيني لها . ولذلك يتجه كثير من الباحثين إلى تجميع الدرجات في فئات وتكوين جدول توزيع تكراري للبيانات .

الطريقة ب		الطريقة أ	
الدرجة (س)	التكرار (ك)	الدرجة (س)	التكرار (ك)
٦	٢	٦	١
٧	١	٧	١
٨	١	٨	١
٩	٥	٩	١
١٠	٤	١٠	٢
١١	٤	١١	٢
١٢	٦	١٢	٢
١٣	٢	١٣	٢
١٤	٢	١٤	٢
١٥	٨	١٥	٤
١٦	٤	١٦	٤
١٧	٣	١٧	٥
١٨	٢	١٨	٥
١٩	٣	١٩	٢
٢٠	صفر	٢٠	٤
٢١	١	٢١	٣
٢٢	صفر	٢٢	٣
٢٣	صفر	٢٣	صفر
٢٤	صفر	٢٤	٢
٢٥	١	٢٥	١
٥٠		٥٠	

جدول رقم (٣)
التوزيعات التكرارية لدرجات كل من الخمسين طالبا في
الاختبار التحصيلي

التوزيعات التكرارية المجمعة للبيانات السكّية المتصلة :

يتضح مما سبق أن البيانات السكّية التي يقوم الباحث النفسى أو التربوى بدراستها تحتوى عادة على عدد كبير من القيم أو المشاهدات والنظر إلى هذه القيم الكثيرة لا يساعد على تبين ما تتضمنه من معان ومعلومات عن المجموعة التي تشير إليها هذه القيم أو المشاهدات . ولذا يكون من الضروري تنظيم هذه القيم تنظيما يفصح عن بعض ما تتميز به المجموعة من خصائص ، كما أن هذا التنظيم يساعد الباحث على إلقاء الأضواء على إجابة الأسئلة التي يود بحثها . ولتبويب أو تنظيم هذه القيم في صورة جدول توزيع تكرارى يجب تجميع قيم المتغير في عدد من الفئات المتساوية الطول . ومن البديهي ألا نجعل عدد الفئات التي نختارها قليلا فلا نستفيد شيئا من عملية التجميع ، وألا نجعله كبيرا فتضيع معالم التوزيع . وليست هناك قاعدة ثابتة لتحديد هذا العدد لأن ذلك يتوقف على عوامل كثيرة منها طبيعة عينة البحث ، والهدف من البحث ومدى دقة القياس . وعلى وجه العموم يكون عدد الفئات مناسبا في البحوث النفسية والتربوية إذا كان محصورا بين ١٢ ، ٢٠ . والقدرة على اختيار العدد المناسب من الفئات تستلزم بعض الخبرة والمران من جانب الباحث .

ولتوضيح طريقة إنشاء جدول توزيع تكرارى للبيانات السكّية المتصلة نعرض المثال الآتى :

لنفرض أن الدرجات التي حصل عليها ٧٠ طالبا ومطالبة في أحد الاختبارات مرتبة ترتيبا تصاعديا هي كما يلي :

٤٠	٤٧	٥٢	٥٥	٥٨	٦٠	٦١	٦٣	٦٤	٦٥
٤٤	٤٩	٥٢	٥٥	٥٨	٦٠	٦٢	٦٣	٦٣	٦٦
٤٦	٥٠	٥٣	٥٦	٥٩	٦١	٦٢	٦٣	٦٥	٦٦
٤٦	٥١	٥٤	٥٧	٦٠	٦١	٦٢	٦٤	٦٥	٦٦
٦٦	٦٧	٦٨	٦٩	٧١	٧٣	٧٤	٧٨	٨١	٨٤
٦٧	٦٨	٦٩	٦٩	٧١	٧٣	٧٥	٧٩	٨١	٨٤
٦٧	٦٨	٦٩	٦٩	٧٢	٧٤	٧٦	٧٩	٨٢	٨٤

فلسكى نشىء جدول توزيع تكرارى لهذه الدرجات نبدأ بحساب المدى الذى تمتد فيه هذه الدرجات وهو الفرق بين أصغر درجة وأكبر درجة ثم نقسم هذا المدى على عدد الفئات التى نراه مناسباً . وخارج القسمة هذا يعطينا أقرب قيمة صحيحة لطول أو سعة الفئة . ومن القواعد العامة فى تحديد طول الفئة أن يكون هذا الطول أحد القيم ١ أو ٢ أو ٣ أو ٥ أو مضاعفات الخمسة .

ففى المثال السابق نلاحظ أن أقل درجة هى ٤٠ وأكبر درجة هى ٨٤ ، أى أن المدى هو ٤٤ ، فإذا رأينا أن عشر فئات هو عدد مناسب فإن خارج القسمة يكون ٤,٤ ، وإذن يكون اختيار طول الفئة ٥ مناسباً . أى تقرب العدد ٤,٤ إلى أقرب عدد صحيح .

والخطوة التالية هى أن نأخذ أقل درجة فى مجموعة الدرجات المبينة فى المثال السابق ونعتبرها أقل قيمة فى الحد الأدنى للفئة الدنيا ، وهذه الدرجة هى ٤٠ . ثم نضيف إليها ٤ (أى طول الفئة مطروحا منه واحد صحيح) لنحصل على أكبر قيمة فى الحد الأدنى للفئة الدنيا . وبذلك تكون الفئة الدنيا لمجموعة الدرجات هى ٤٠ — ٤٤ .

ويجب أن تبدأ الفئة التالية بالعدد ٤٥ وهو العدد الذى يلى أكبر قيمة فى (٤ — التحليل)

الحد الأدنى للفئة الدنيا . ونكرر الخطوة السابقة للحصول على الحد الأعلى لهذه الفئة . وبذلك تكون هذه الفئة هي ٤٥ - ٤٩ .

وجدير بنا أن نلاحظ أننا إذا اخترنا طول الفئة ٥ مثلاً فيحسن أن يكون الحد الأدنى لكل فئة من مضاعفات ٥ : وإذا كان طول الفئة ٢ مثلاً ، فيحسن أن يكون الحد الأدنى لكل فئة من مضاعفات ٢ وبالمثل في أي طول نختاره . فهذا الإجراء يوفر بعض الوقت في عملية التجميع ، ويقلل من احتمال الخطأ في حساب الحدود الدنيا والعليا للفئات .

وبعد ذلك نكون جدولاً يتكون من ثلاثة أعمدة كما هو موضح فيما يلي ، ونضع الفئات التي تم اختيارها مرتبة ترتيباً تنازلياً أو تصاعدياً في العمود الأول ثم نمر على قيم المتغير (الدرجات) واحدة بعد الأخرى ، ونضع لكل قيمة نمر بها علامة (شرطة مائلة) في العمود الثاني أمام الفئة التي تدخل تحتها هذه القيمة . ومن الإجراءات التي تيسر عملية التجميع وضع كل خمس علامات في حزمة واحدة ، وذلك بوضع علامة خامسة تقطع كل أربع علامات منها . ثم نضع في العمود الثالث تكرار كل فئة ، وهو بطبيعة الحال يكون مساوياً لعدد العلامات الموضوعة أمام الفئات ، كما أن المجموع السكلي للتكرارات يجب أن يكون مساوياً لعدد الدرجات . وقد نخضع عموداً رابعاً لمراكز الفئات وهي تساوي متوسط الحدين الأدنى والأعلى لكل فئة . لأننا نحتاج إلى هذه المراكز في حساب بعض القيم الإحصائية كمتوسط الحسابي والانحراف المعياري ، كما سنرى في الفصول التالية . كما قد يحتاج الأمر إلى إضافة عمود خامس للتكرارات النسبية وهي تنتج من خارج قسمة كل تكرار على المجموع السكلي للتكرارات ومن الواضح أن المجموع السكلي لهذه التكرارات النسبية يجب أن يكون واحداً صحيحاً .

وفيما يلي جدول التوزيع التكراري (جدول رقم ٤) لمجموعة الدرجات التي حصل عليها ٧٠ طالباً المقيمة في المثال السابق :

التكرار	علامات التكرار	فئات الدرجات
٢	//	٤٤ — ٤٠
٤	////	٤٩ — ٤٥
٦	/ + + +	٥٤ — ٥٠
٧	// + + +	٥٩ — ٥٥
١٥	+ + + + + + +	٦٤ — ٦٠
١٨	/// + + + + + +	٦٩ — ٦٥
٧	// + + + +	٧٤ — ٧٠
٥	+ + + +	٧٩ — ٧٥
٦	/ ///	٨٤ — ٨٠
٧٠	= ن	المجموع

جدول رقم (٤)

توزيع تكرارى لمجموعة الدرجات التى حصل عليها ٧٠ طالبا فى احد الاختبارات .

وهذا الجدول يعطينا فكرة سريعة عن توزيع درجات الاختبار بين الطلاب السبعين . ومنه نلاحظ تجمع أكبر للدرجات فى الفئتين المحصورتين بين ٦٠ . ٦٩ ، ويقل عدد الدرجات فى الفئات المتطرفة (الدنيا والعليا) . وبذلك نحقق عملية التمويب أهداف اختزال وتنظيم وتوضيح مجموعة البيانات .

الحدود الحقيقية للفئات :

عرضنا في الفصل الأول كيفية التعامل مع الأعداد في عملية القياس . وقد أوضحنا أن القيمة الحقيقية للعدد تساوي قيمته الظاهرية مضافاً إليها مرة ومطروحاً منها مرة أخرى لمجموعة القياس . وهذه القاعدة تظل صحيحة في حالة القيم المجمعة في فئات . ولذلك فبالرغم من أننا نكتب الحدود الظاهرية للفئة الدنيا مثلاً ٤ - ٤٤ . إلا أن الحدود الحقيقية لهذه الفئة هي : ٢٩٥٥ - ٤٤٥٥ .

ومن المهم أن نتذكر أن الحدود الحقيقية لفئة ما ليست هي نفسها الحدود الظاهرية للفئة ، وفي الحقيقة سوف نعتمد على الحدود الحقيقية للفئات عند حساب كثير من المقاييس الإحصائية - كما سنرى فيما بعد ،

التوزيعات التكرارية المتجمعة والنسبية :

Cumulative Frequencies and Cumulative Percentage Distributions.

في التوزيعات التكرارية قد لا يكون اهتمامنا منصباً على عدد الطلاب الذين حصلوا على درجة معينة بل على عدد الطلاب الذين حصلوا على درجة ، أقل من ، أو ، أكبر من ، درجة معينة . وفي مثل هذه الحالات نلجأ إلى إنشاء ما يسمى بالتوزيع التكراري المتجمع . ويشق هذا التوزيع من التوزيع التكراري البسيط الذي عرضنا له فيما سبق ، ويفيد هذا التوزيع في حساب عدد من المقاييس الإحصائية مثل الوسيط ، والأعشاريات ، والمتنديات وغيرها مما سنعرض له في الفصول التالية

٢ — التوزيع التكرارى المتجمع الصاعد :

فى هذا التوزيع نبدأ بأكبر الفئات ، ونضع التكرارات أمام الفئات بحيث يتضمن التكرار المقابل لكل فئة مجموع تكرارات الأقل منها .

٢ — التوزيع التكرارى المتجمع النازل :

فى هذا التوزيع نبدأ بأكبر الفئات ، ونضع التكرارات أمام الفئات بحيث يتضمن تكرار المقابل لكل فئة مجموع تكرارات الفئات الأكبر منها .

وكل من الجدولين الناتجين يسمى بجدول التوزيع التكرارى المتجمع .
وفى ما يلى كل من جدولى التوزيع التكرارى المتجمع الصاعد والنازل للدرجات السبعين الموضحة بجدول رقم (٤) السابق .

فئات الدرجات	التكرار	التكرار المتجمع الصاعد	التكرار المتجمع النسبى
٤٠ — ٤٤	٢	٢	٢,٩
٤٥ — ٤٩	٤	٦	٨,٦
٥٠ — ٥٤	٦	١٢	١٧,١
٥٥ — ٥٩	٧	١٩	٢٧,١
٦٠ — ٦٤	١٥	٣٤	٤٨,٦
٦٥ — ٦٩	١٨	٥٢	٧٤,٣
٧٠ — ٧٤	٧	٥٩	٨٤,٣
٧٥ — ٧٩	٥	٦٤	٩١,٤
٨٠ — ٨٤	٦	٧٠	١٠٠

جدول رقم (٥)

التوزيع التكرارى المتجمع الصاعد للدرجات السبعين الموضحة فيما سبق .

ويوضح التكرار المتجمع الصاعد لفئة ما في هذا الجدول عدد جميع الطلاب الذين تقل درجاتهم عن الحد الأعلى الحقيقي لهذه الفئة . فمثلا يوجد ١٢ طالبا تقل درجاتهم عن الحد الأعلى الحقيقي للفئة ٥٠ - ٥٤ أى تقل درجاتهم عن ٥٤,٥ .

ويمكن الحصول على قيم التكرار المتجمع الصاعد بعملية جمع متتال للتكرارات التى فى العمود الثانى .

فمثلا التكرار المتجمع الذى يناظر الحد الأعلى الحقيقي للفئة ٥٤,٥ - ٥٩,٥ نحصل عليه بجمع تكرار هذه الفئة والتكرارات السابقة عليها أى :

$$٢ + ٤ + ٦ + ٧ = ١٩ .$$

وينبغى أن نتأكد أن قيمة التكرار المتجمع الصاعد التى تقع أدنى العمود الثالث تساوى العدد الكلى للتكرارات . فإذا لم نحصل على هذا العدد ينبغى مراجعة عمليات الجمع .

ويمكن الحصول على التكرارات المتجمعة النسبية التى فى العمود الرابع بقسمة كل تكرار متجمع صاعد على العدد الكلى للتكرارات ونضرب الناتج فى ١٠٠ ، فمثلا التكرار المتجمع النسبى الذى يناظر التكرار المتجمع ٢ نحصل عليه كالاتى :

$$\frac{٢}{٧٠} \times ١٠٠ = ٢,٨ \%$$

تقريبا .

أى أن هناك طالبين (أى ٢,٨ ٪ من مجموع الطلاب) تقل درجاتهم عن الحد الأعلى الحقيقي للفئة ٤٠ - ٤٤ .

وينبغى أن نتأكد أيضاً أن قيمة التكرار المتجمع النسبى التى تقع أدنى العمود الرابع تساوى ١٠٠ ٪ وذلك لأن جميع الطلاب سيكون درجاتهم أقل من الحد الأعلى الحقيقي للفئة العليا .

كما يمكن أن نستنتج أن ٥٧ طالبا (٥٩ - ٢ = ٥٧) تقع درجاتهم بين ٤٤,٥ ، ٧٤,٥ .

ويمكن تكوين جدول التوزيع التكرارى المتجمع النازل بطريقة مماثلة .

التكرار المتجمع النسبي %	التكرار المتجمع النازل	التكرار	فئات الدرجات
١٠٠	٧٠	٢	٤٤ — ٤٠
٩٧,١	٦٨	٤	٤٩ — ٤٥
٩١,٤	٦٤	٦	٥٤ — ٥٠
٨٢,٩	٥٨	٧	٥٩ — ٥٥
٧٢,٩	٥١	١٥	٦٤ — ٦٠
٥١,٤	٣٦	١٨	٦٩ — ٦٥
٢٥,٧	١٨	٧	٧٤ — ٧٠
١٥,٧	١١	٥	٧٩ — ٧٥
٨,٤	٦	٦	٨٤ — ٨٠

جدول رقم (٦)

التوزيع التكرارى المتجمع النازل للدرجات السبعين الموضحة فيما سبق

ويوضح التكرار المتجمع النازل لفئة ما فى هذا الجدول عدد جميع الطلاب

الذين تفوق درجاتهم الحد الأدنى الحقيقى لهذه الفئة ، فمثلا يوجد ٦٤ طالبا

(أى حوالى ٩١ % من مجموع الطلاب) تفوق درجاتهم الحد الأدنى الحقيقى

للفئة ٥٠ — ٥٤ ، أى تزيد درجاتهم عن ٤٩,٥ .

ويمكن الحصول على قيم التكرار المتجمع النازل بعملية طرح متتال

للتكرارات التى فى العمود الثانى ، فمثلا التكرار المتجمع الذى يناظر الحد الأدنى

الحقيقى للفئة ٥٤,٥ — ٥٩,٥ تحصل عليه بطرح تكرار الفئة السابقة عليها

من التكرار المتجمع النازل للفئة السابقة أى ٦٤ — ٦ = ٥٨ .

كما يمكن أن نستنتج أن ٥٧ طالبا (٦٨ - ١١) تقع درجاتهم بين ٤٤,٥ - ٧٤,٥ وهي نفس النتيجة التي وصلنا إليها من الجدول رقم (٥) .
والواقع أن أيا من الجدولين يفنى عن الآخر ، ولذا يمكن أن نكتفى بأحدهما .

توزيع الملاحظات داخل كل فئة :

إن تجميع الملاحظات أو البيانات في فئات يؤدي إلى فقد بعض المعلومات الخاصة بكل ملاحظة أو درجة على حدة .

إذ ربما تختلف الدرجات ، ومع هذا تتجمع جميعا في فئة واحدة . ولذلك يجب افتراض بعض الفروض الخاصة بالقيم داخل كل فئة عند حساب بعض المقاييس الإحصائية وعند التمثيل البياني للبيانات ، ويمكن افتراض أي من الفرضين الآتيين بحسب ما نهدف إليه من تحليل البيانات .

الافتراض الأول هو أن الملاحظات تتوزع توزيعا منتظما على الحدود الحقيقية للفئات ، ويؤخذ بهذا الافتراض عند حساب الوسيط ، والإرباعيات والمئينيات وعند رسم المدرجات التكرارية . فاذا نظرنا إلى الجدول الآتي نجد أن تكرار جميع الحالات وعددهم ١٦ يقع في الفئة ١٠٠ - ١٠٤ والتي حدودها الحقيقية ٩٩,٥ - ١٠٤,٥ وهنا يفترض أن هذا التكرار الكلي موزع على هذه الفئة الكلية كالآتي :-

الفئة	التكرار
٩٩,٥ - ١٠٠,٥	٣,٢
١٠٠,٥ - ١٠١,٥	٣,٢
١٠١,٥ - ١٠٢,٥	٣,٢
١٠٢,٥ - ١٠٣,٥	٣,٢
١٠٣,٥ - ١٠٤,٥	٣,٢
المجموع	١٦,٠

أما الافتراض الثانى وهو الافتراض الشائع فيعتبر أن جميع الملاحظات تتركز في منتصف الفئة ، أى أن كل ملاحظة أو درجة تأخذ قيمة مساوية للقيمة المناظرة لمنتصف الفئة . فمنتصف أى فئة هو متوسط قيمى الحدين الحقيقيين لهذه الفئة .

فن الجدول السابق نجد أن منتصف الفئة ٩٩,٥ - ١٠٠,٥ هو ١٠٠ ومنتصف الفئة ١٠٠,٥ - ١٠١,٥ هو ١٠١ وهكذا .

ويؤخذ بهذا الافتراض عند حساب المتوسطات والانحرافات المعيارية ، وعند رسم المضلعات التكرارية .

التثيل البياني للبيانات :

إن التثيل البياني يساعد الباحث كثيراً على تنظيم وتلخيص الدرجات أو البيانات ، كما يساعد على توضيح أشكال التوزيعات التكرارية ، ومقارنة التوزيع التكراري بغيره من التوزيعات ، فالشكل البياني هو تمثيل هندسى لمجموعة من البيانات . ولا يقتصر استخدام الأشكال الهندسية على هذا التثيل وحده ، بل يسهم في تكوين نماذج بصرية تساعد على التفكير في المشكلات الإحصائية . إذ يمكن اختزال كثير من المشكلات إلى أشكال توضيحية مما يجعل حلها أو فهمها أكثر يسراً . والدليل على ذلك أن كثيراً من الجرائد والمجلات والتقارير الاقتصادية والعلمية تستخدم التثيل البياني بكثرة .

والأشكال البيانية التى سنعرض لها فى هذا الفصل ترتبط ارتباطاً مباشراً بالتوزيعات التكرارية التى قدمنا لها فيما سبق . كما أن هذه الأشكال تؤدي نفس وظيفة هذه التوزيعات وهى تيسير فهم المعلومات ولسكن بصورة بيانية . وعندما ينتقل الباحث فيما بعد إلى دراسة الأساليب المتقدمة فى تحليل البيانات سوف يجد أن التثيل البياني لا يقتصر فقط على توضيح البيانات بياها ، ولسكن ييسر أيضاً حل كثير من مشكلات البحوث النفسية والتربوية .

وسوف يتم رسم جميع الأشكال البيانية التي سنقوم بعرضها في هذا الفصل بالنسبة إلى محورين متعامدين أحدهما أفقى والآخر رأسى ، ويسميان محوري الإحداثيات . فالمحور الأفقى سوف يمثل ميزان الدرجات بنفس الطريقة التي نستخدم بها المسطرة العادية . أما إذا كانت البيانات والملاحظات مجمعة فيمكن للباحث تعيين النقاط التي تناظر منتصف الفئات على هذا المحور . وبالطبع يمكن تيسير ذلك باختيار فئات تكون منتصفاتها أعداداً صحيحة . كما يتم تعيين التكرارات أو التكرارات النسبية على المحور الرأسى . ومن المهم عند رسم الشكل البياني أن يوضع عنوان على كل من المحورين حتى يتضح للقارىء ما يشير إليه كل منهما . كما يجب أن يوضع عنوان دقيق للشكل البياني ليساعد القارىء على التعرف على الجواب المختلفة للبيانات (مثلاً مصادر البيانات وماذا تقيس ... الخ) .

ومن الأفكار الهامة التي ترتبط بالتمثيل البياني للتوزيعات التكرارية هي أن المساحة تحت المنحنى أو جزء منه تمثل تكرار الدرجات المناظرة . وغالباً ما تحدد المساحة السككية تحت المنحنى بالواحد الصحيح ، وبذلك تصبح المساحة الواقعة فوق جزء من ميزان الدرجات (المحور الأفقى) مساوية للتكرار النسبي لهذه الدرجات . وهذه العلاقة بين التكرار النسبي والمساحة تعد أساسية في استخدام الإحصاء في البحوث .

المدرج التكرارى : Histogram

يمكن تمثيل مجموعة من الدرجات أو الملاحظات بيانياً برسم شكل بياني على هيئة مستطيلات متلاصقة إذا كان ميزان القياس من النوع الفترى أو النسبى أو مستطيلات غير متلاصقة إذا كان ميزان القياس اسمى أو رتبى . وعدد هذه المستطيلات يساوى عدد فئات التوزيع وقاعدة كل منها هي الجزء الذى يمثل الفئة وارتفاعه يمثل التكرار في هذه الفئة ، والمساحة السككية للمستطيلات تتناسب مع التكرار السكى للتوزيع . واهل المدرج التكرارى هو أسهل طريقة لتمثيل التوزيعات التكرارية بيانياً .

ولتوضيح كيفية رسم المدرج التكرارى نفترض أن لدينا درجات ١٥٠
تليبدأ فى الصف السادس فى اختبار للحساب ، وهذه الدرجات مبينة بالجدول
رقم (٧) الآتى :

فئات الدرجات	التكرار	التكرار المتجمع الصاعد	التكرار المتجمع النازل
٣٠ — ٣٤	٤	٤	١٥٠
٣٥ — ٣٩	٦	١٠	١٤٦
٤٠ — ٤٤	٧	١٧	١٤٠
٤٥ — ٤٩	٨	٢٥	١٣٣
٥٠ — ٥٤	١١	٣٦	١٢٥
٥٥ — ٥٩	١٢	٤٨	١١٤
٦٠ — ٦٤	١٠	٥٨	١٠٢
٦٥ — ٦٩	١٧	٧٥	٩٢
٧٠ — ٧٤	٢٣	٩٨	٧٥
٧٥ — ٧٩	٢٠	١١٨	٥٢
٨٠ — ٨٤	١٣	١٣١	٣٢
٨٥ — ٨٩	٩	١٤٠	١٩
٩٠ — ٩٤	٧	١٤٧	٢٠
٩٥ — ٩٩	٣	١٥٠	٣
ن = ١٥٠			

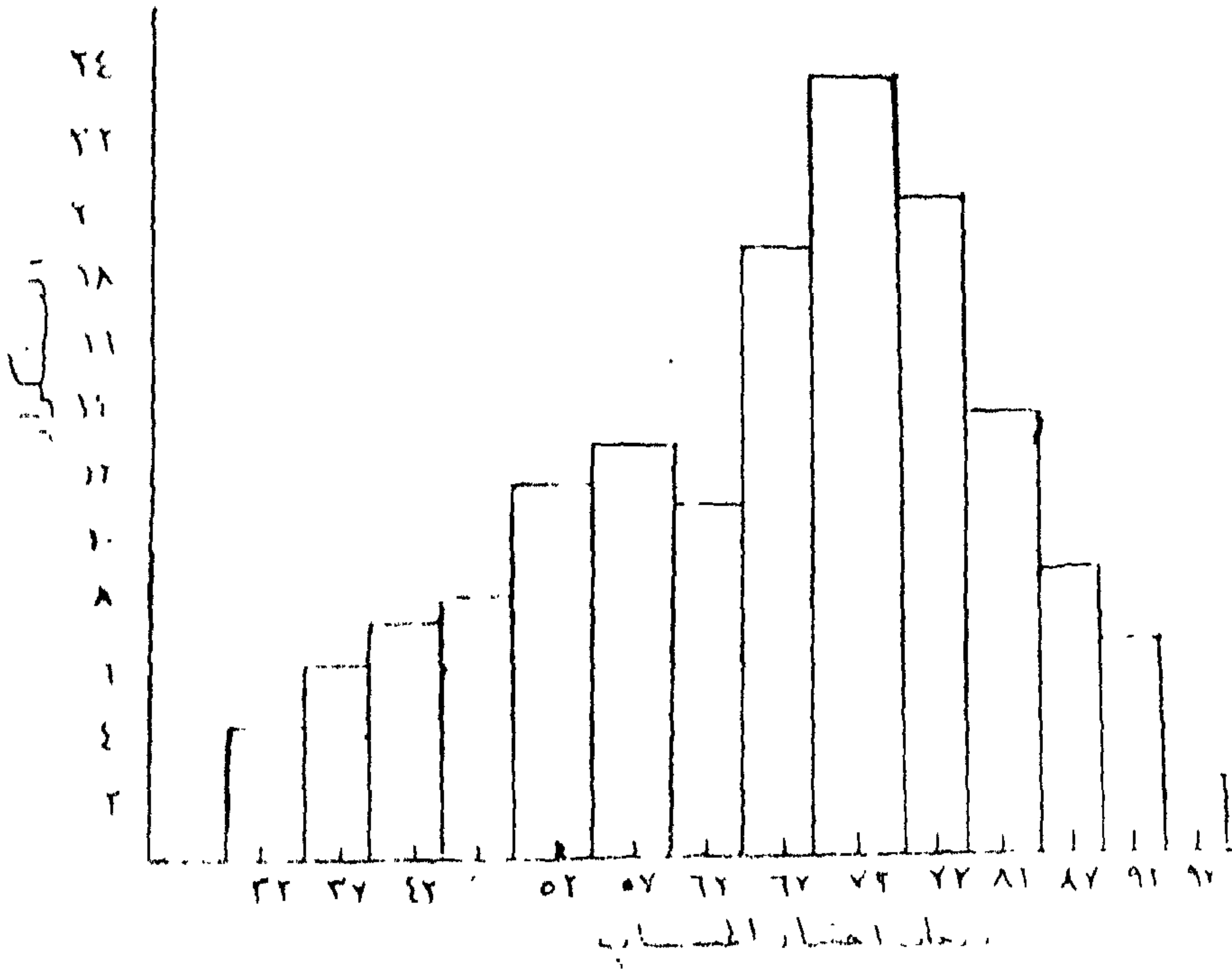
جدول رقم (٧)

درجات ١٥٠ طالبا فى اختبار الحساب

فألخطوة الأولى هى أن نعد ورقة رسم بيانى ، ثم نرسم خطا أفقيا (المحور
السينى) ليثل فئات درجات الطلاب فى مادة الحساب ، ونرسم خطا رأسيا
(المحور الصادى) عموديا على الخط السابق .

والخطوة الثانية - هي أن نحدد مواضع مراكز الفئات على الخط الأفقى ،
وتكرار هـ - هذه الفئات على الخط الرأسى بعد وضع عناوين مناسبة على هذين
المحورين .

والخطوة الثالثة - هي أن نرسم أعمدة مستطيلة على الحدود الحقيقية لكل
فئة وليس على مراكز الفئات بحيث يكون ارتفاع كل منها مناظراً لتكرار
درجات كل فئة منها . ويجب أن تكون المستطيلات متلاصقة كما يجب أن
يوضع عنوان مناسب المدرج التكرارى .
ويوضح الشكل رقم (١) المدرج التكرارى للبيانات الموضحة بالجدول رقم (٧)



شكل رقم (١)

المدرج التكرارى لدرجات ١٥٠ تلميذا في
الصف السادس فى مادة الحساب

المضلع التكرارى Frequency Polygon .

افترضنا عند رسم المدرج التكرارى أن تكرار كل فئة موزع توزيعا منتظما على مدى الفئة . ولسكننا سنفترض فى حالة المضلع التكرارى أن تكرار كل فئة مركز فى منتصف الفئة .

وهذا هو الفرق الرئيسى بين المدرج التكرارى والمضلع التكرارى . ولرسم المضلع التكرارى نقوم برسم محورين متعامدين كما سبق فى حالة المدرج التكرارى ولكن يجب هنا أن نضيف فئتين إحداهما تسبق الفئة الدنيا والاخرى تعقب الفئة العليا . فمثلا فى جدول رقم (٧) السابق نضيف الفئتين ٢٥ - ٢٩ ، ١٠٠ - ١٠٤ ، ونعتبر أن تكرار كل منها صفر .

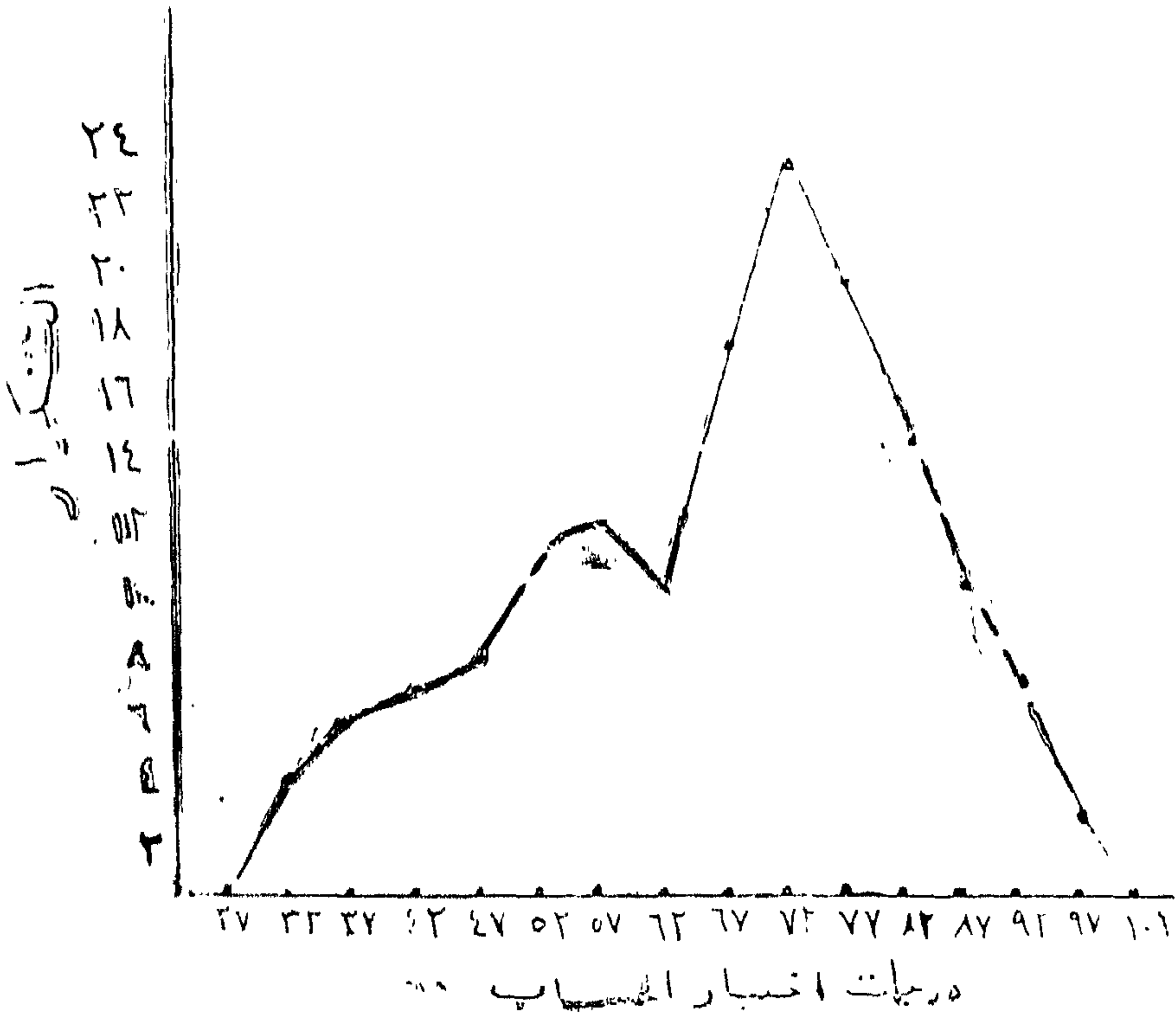
والخطوة التالية هى أن نعين نقطتا تناظر تكرار كل فئة (بما فى ذلك الفئتان اللتان تكرار كل منهما صفر) فوق منتصف كل فئة . ثم نصل بين هذه النقط بخط منكسر .

ويمكن اعتبار المضلع التكرارى هو الخط المنكسر الواصل بين منتصفات القواعد العليا للمدرج التكرارى والممتد من إحدى ناحيتيه إلى منتصف الفئة التى تسبق فئات التوزيع ومن الناحية الأخرى إلى منتصف الفئة التى تعقب فئات التوزيع وبذلك يكون المضلع مقفلا وتكون مساحته مساوية بالضبط لمساحة المدرج التكرارى .

ورسم المضلع التكرارى لا يستلزم بالطبع رسم المدرج التكرارى أولا ، إذ من السهل رسمه مستقلا بتوصيل النقط التى تمثل مراكز الفئات والتكرارات المناظرة لها .

ولتيسير تفسير المضلع التكرارى وحسن تمثيله للبيانات يفضل جعل ارتفاع التوزيع يتراوح بين ٦٠٪ إلى ٧٥٪ من طول قاعدة .

ويوضح الشكل رقم (٢) المضلع التكرارى للبيانات الموضحة بجدول رقم (٧)



شكل رقم (٢)

المضلع التكرارى لدرجات ١٥٠ تلميذا في

الصف السادس في مادة الحساب

وبالنظر إلى المضلع التكرارى نجد أنه ليس منحنيا ممهدا متصلا، لأن الخطوط التي تصل بين مختلف النقاط هي خطوط مستقيمة . فإذا ما قسمنا كل فئة إلى فئات صغيرة فإننا سوف نحصل بالطبع على تكرارات غير منتظمة ، أى سوف يوجد عدد أقل من الأفراد في كل فئة . فإذا افترضنا أن كل فئة صغرت صغرا كافيا إلى أن تقترب من الصفر ، وزاد تكرار كل فئة زيادة كبيرة حتى يقترب من اللانهاية فإننا بذلك نصل إلى مفهوم التوزيع التكرارى المتصل .

مزايا وعيوب المدرجات والمضلعات التكرارية :

يفضل عادة استخدام المضلع التكرارى عن المدرج التكرارى لانه يعطينا فكرة أو تصورا أفضل عن شكل وحدود التوزيع . ويكون الانتقال من فئة إلى أخرى في التوزيع بطريقة مباشرة ، كما أنه يمكن أن يصف التوزيع بدرجة أكثر دقة ، في حين أن المدرج التكرارى يعتمد على التغير التدريجى من فئة إلى أخرى ويفترض فيه أن تكرار كل فئة يتوزع توزيعا منتظما على الفئة .

أما المضلع التكرارى فهو يعطى انطبعا صحيحا عن أنه على جانبي أعلى نقطة أو تكرار في التوزيع يكون تكرار فئة ما كبيرا على الجانب القريب من أعلى نقطة ، إلا في حالة حدوث تحول في هذه النزعة العامة .

ولسكن المدرج التكرارى يعطى صورة أكثر فهما لعدد الحالات الواقعة في كل فئة . وكل قياس أو كل فرد يشغل مساحة متساوية من الشكل .

ويفيد المضلع التكرارى في تمثيل توزيعين تكراريين بينهما تداخل على خط القاعدة ، كما في حالة توزيعى مجموعتين عمريتين مختلفتين أو توزيعى البنين والبنات ، فتمثيل كل من هذين التوزيعين باستخدام المدرج التكرارى يعطى صورة غامضة إلى حد كبير ، في حين أن المضلع التكرارى يمكننا من مقارنة التوزيعين بوضوح .

المنحنى التكرارى : Frequency Curve

هو نفس المضلع التكرارى بعد تهذيبه بحيث يبدو على شكل منحنى ممد . وقد يتم هذا التهذيب بمجرد النظر أو باستخدام إحدى طرق توفيق المنحنيات التكرارية ويفضل استخدام هذه الطرق لأنها تعطى منحنيات لها خواص رياضية تيسر دراسة التوزيعات واستنباط الحقائق الخاصة بها .

وإحدى الطرق السريعة التى يمكن أن تستخدم لتهذيب المنحنيات

التكرارية و Curve Smoothing هي طريقة تحريك المتوسطات
Moving Averages .

ويمكن إجراء ذلك بأن نعوض عن كل تكرار في التوزيع بالقيمة التقريبية
الآتية :

$$\text{تكرار فئة ما بعد تهذيبه} = \frac{\text{تكرار الفئة السابقة} + 2 \times \text{تكرار الفئة} + \text{تكرار الفئة اللاحقة}}{4}$$

أى أن تكرار فئة ما بعد تهذيبه يساوى تقريبا مجموع تكرارى الفئتين
السابقة عليها واللاحقة لها مضافا إلى هذا المجموع ضعف تكرار الفئة نفسها ،
وقسمة الناتج على ٤ . وبذلك نتخلص إلى حد ما من أثر التذبذبات وعدم انتظام
المنحنى الذى يرجع إلى تذبذب العينات التى حصلنا منها على التوزيع التكرارى ،
وبذلك نحصل على صورة أكثر وضوحا لشكل الظاهرة فى المجتمع الاصل .

وبالطبع لا نستطيع أن نؤكد بعد إجراء هذا التهذيب ما إذا كنا قد استبعدنا
تذبذب العينة وعدم انتظامها أم استبعدنا النزعة الخاصة بالمجتمع الاصل . ولذلك
فإن تهذيب المنحنى التكرارى لا يحل مشكلة تفسير البيانات للظاهرة فى المجتمع
الاصل .

وأفضل طرق حل هذه المشكلة هو زيادة حجم العينة التى يستمد منها الباحث
البيانات لتعبر بدرجة أفضل عن توزيع الظاهرة فى المجتمع الاصل .

ويلاحظ أننا حين نجرى هذا التهذيب أو التهيد نفترض أن التوزيع هو
توزيع متصل ، أى نفترض أن عدد الحالات قد يزيد زياده لانهاية ، وأن طول
الفئة قد يتناقص فى الوقت ذاته تناقصا لانهاية بحيث يتخذ المتغير جميع القيم
الحقيقية الواقعة بين حدى التوزيع . وليس هناك ما يمنع من هذا الفرض لأن
قيم المتغير يمكن نظريا تهزتها إلى مقادير لانهاية فى الصغر بحيث تبدو متصلة

إذا اعتبرنا توزيع سكان مدينة ما من حيث الأعمار الواقعة بين ١٠ ، ٥٠ عاما ، واختارنا طول الفئة بضع ساعات ، وهي فترة صغيرة جداً بالنسبة للأربعين عاما التي تنحصر بينها الأعمار موضع الدراسة ، وإذا كان عدد سكان هذه المدينة كبيراً لا يمكن تمثيل هذا التوزيع بمنحنى ممد متصل حتى لو كنا قد أخذنا عينة صغيرة تمثل هذا التوزيع .

ونحن في الإحصاء كثيراً ما نلجأ ، على هذا الأساس ، إلى التعبير عن التوزيعات بمنحنيات متصلة لكي تتمكن من تحليلها والارتفاع بذلك في الأغراض العلمية .

تمثيل توزيعين تكراريين في شكل واحد :

عند ما يريد الباحث مقارنة توزيعين تكراريين مختلفين في العدد الكلي للحالات بطريقة بيانية تبرز مشكلة مقياس الرسم Scale ، أي المساحة التي سوف يشغلها كل من التوزيعين في الشكل .

وللتغلب على هذه المشكلة يمكنه الاعتماد على التكرارات النسبية لكل من التوزيعين بدلا من استخدام التكرارات نفسها وبذلك يكون قد اعتبر أن عدد حالات كل من التوزيعين ١٠٠ ، وأن مجموع المساحتين السكيتين للتوزيعين متساوية تقريبا عند رسم المصليين التكراريين ، وهذا يمكننا من مقارنة شكل وم توى وتشتت التوزيعين بدرجة أفضل .

ولتوضيح ذلك نفترض أن لدينا البيانات المبينة بالجدول رقم (٨) الآتي ، والذي يشتمل على درجات أحد الاختبارات الاستعداد لمجموعتين من طلاب كليتين مختلفتين عدد كل منهما ٥٠ ، ١٦٠ طالبا على الترتيب .

الدرجات	تكرارات المجموعة الأولى ت _١	تكرارات المجموعة الثانية ت _٢	النسبة المئوية لتكرار المجموعة الأولى	النسبة المئوية لتكرار المجموعة الثانية
١٤٩ - ١٤٠		٨		٥,٠
١٣٩ - ١٣٠		٢٢		٢٠,٠
١٢٩ - ١٢٠		٤٨		٣٠,٠
١١٩ - ١١٠	١	٢٩	٢,٠	١٨,١
١٠٩ - ١٠٠	صفر	١٨	صفر	١١,٢
٩٩ - ٩٠	٣	١٤	٥,٩	٨,٧
٨٩ - ٨٠	٥	٥	٩,٨	٣,١
٧٩ - ٧٠	٦	٥	١١,٨	٣,١
٦٩ - ٦٠	١٤	صفر	٢٧,٥	صفر
٥٩ - ٥٠	٧	١	١٣,٧	٠,٦
٤٩ - ٤٠	١١		٢١,٦	
٣٩ - ٣٠	٤		٧,٨	
المجموع الكلي	٥١	١٦٠	١٠٠,١	٩٩,٩

جدول رقم (٨)

توزيعان تكراريان لدرجات اختبار
في الاستعداد لطلاب كليتين مختلفتين

بالنظر إلى الجدول السابق نجد أن كل تكرار تحول إلى تكرار نسبي وذلك بقسمته على التكرار الكلي للمجموعة الخاصة به وضرب خارج القسمة

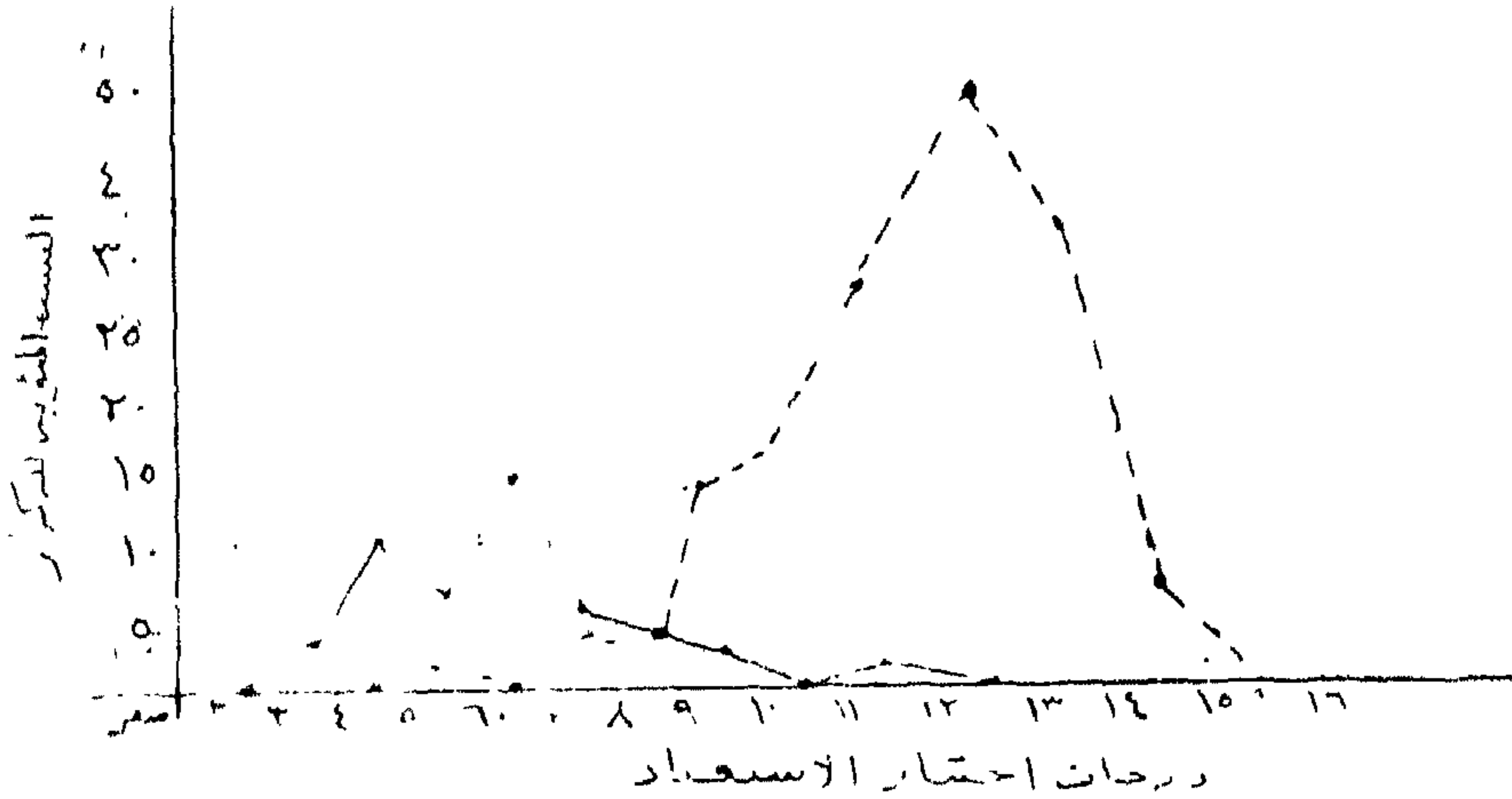
$\times 100$ أو يمكن الاختصار لإيجاد النسبة $\frac{100}{n}$ حيث n ترمز إلى التكرار

الكلي وتقرب النسبة إلى رقمين عشريين ثم ضرب الناتج في تكرار كل فئة للمجموعة .

فبالنسبة للمجموعتين توجد خارجي القسمة $\frac{100}{51}$ ، $\frac{100}{160}$ فنجدهما حوالى

$1,96$ ، 63 ، وبضرب الناتج الأول في تكرار كل فئة للمجموعة الثانية نحصل على خلايا العمودين الرابع والخامس الموضحة بجدول رقم (٨) .

وبذلك يمكن رسم المضعين التكراريين لكل من التوزيعين باستخدام مراكز الفئات على الخط الأفقي والنسب المئوية للتكرارات على الخط الرأسى كما هو موضح بالشكل رقم (٣) الآتى :



شكل رقم (٣)

مضلعان تكراريان لتوزيعى درجات اختبار

فى الاستعداد لطلاب كليتين مختلفتين

ويتضح من هذا الشكل أنه بالرغم من أن المجموعة الثانية نفوق المجموعة الأولى على ميزان الاستعداد إلا أنه يوجد نداخل بين درجات المجموعتين وهنا يفيد التمثيل البياني في توضيح النداخل في البيانات . كما يتضح من الشكل أن تشتت درجات المجموعة الثانية أقل إلى حد ما من تشتت درجات المجموعة الأولى .

المنحنيات المتجمعة :

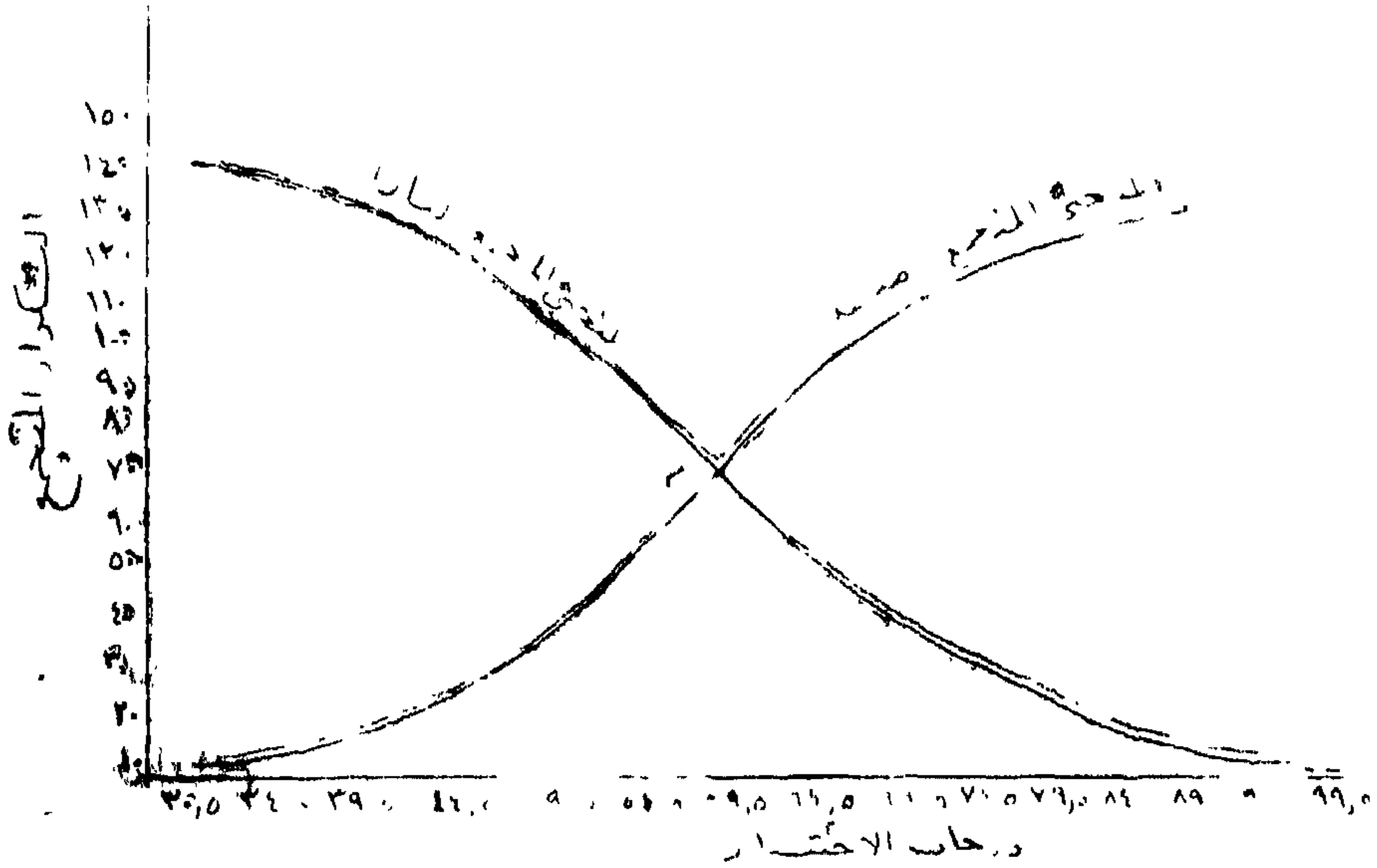
Ogive or Cumulative frequency Curves:

يمكن تمثيل التوزيعات التكرارية المتجمعة الصاعدة أو الهابطة تمثيلا بيانيا لتوضيح النزعات في علاقة التكرارات بفئات الدرجات ، ونقصد بذلك اطراد زيادة أو نقص التكرارات دون تذبذبات أو تقلبات .

فعندما يكون التوزيع التكراري متماثلا يأخذ التوزيع التكراري المتجمع شكل حرف S . ويتباين ميل وأطراف الشكل من توزيع إلى آخر .

ويمكن رسم المنحنيات المتجمعة الصاعدة أو الهابطة بنفس الطريقة التي اتبعت في رسم المنحنيات التكرارية فيما عدا استخدام التكرار المتجمع الصاعد أو الهابط على المحور الرأسي بدلا من التكرار المعتاد ، وكذلك استخدام الحدود الحقيقية العليا في حالة المنحنى المتجمع الصاعد والحدود الحقيقية الدنيا في حالة المنحنى المتجمع الهابط بدلا من مراكز أو منتصفات الفئات لأن هذه النقاط تبين أو تشير إلى العدد الكلي للحالات التي تقل أو تزيد عن هذه الحدود .

ويبين شكل رقم (٤) المنحنى المتجمع الصاعد والمنحنى المتجمع النازل للدرجات المبينة بجدول رقم (٧) .



شكل رقم (٤)

المنحنى المتجمع الصاعد ، والمنحنى المتجمع النازل لدرجات ١٥٠ طالبا
في اختبار للحساب .

وبالنظر إلى هذا المنحنى نجد أن المنحنيين يتقاطعان في النقطة م ، وهي تعني بالنسبة للمنحنى الصاعد أن هناك ٧٥ تلميذا (أى نصف عدد التلاميذ) حصلوا على درجات تقل عن ٦٩,٥ ، وتعني بالنسبة للمنحنى النازل أن هناك ٧٥ تلميذا تزيد درجاتهم عن ٦٩,٥ . ومعنى هذا أن النقطة م تقع في وسط التوزيع تماما ، ولذا فإن الإحداثى السيني لهذه النقطة يسمى بالوسيط Median . وهي نقطة لها أهمية خاصة سوف نعرض لها بالتفصيل في الفصل الثالث .

ويفضل استخدام المنحنيات المتجمعة على المضلعات التكرارية عند ما يكون اهتمام الباحث منصبا على تحديد موقع الفرد بالنسبة إلى أقرانه بدلا من معرفة

أداء المجموعة ككل ، ولذا فإن كثيراً من البيانات المستمدة من اختبارات القدرات والاختبارات التحصيلية ومقاييس الشخصية توضع على شكل توزيعات تكرارية متجمعة وتمثل بيانياً بمنحنيات متجمعة نظراً لأن درجات هذه الاختبارات والمقاييس عادة تستخدم لأغراض التشخيص والتقويم .

ويمكن تحويل التكرارات المعتادة إلى نسب مئوية بحيث يكون مجموعها ١٠٠ بدلا من تقرير عدد الحالات ، ومن ثم يمكن تحديد النسب المئوية للتكرارات المتجمعة ، ورسم منحنى يسمى منحنى التكرار المجموع النسبي . ويمكن باستخدام مثل هذا المنحنى معرفة النسب المئوية للحالات التي تقل عن قيمة معينة كما يمكن استخراج قيم تقريبية لما يسمى بالإرباعيات ، والإعشاريات والمئينات وغيرها من المقاييس الإحصائية الهامة التي سنعرض لها في الفصل الرابع .

أوجه اختلاف التوزيعات التكرارية :

تختلف التوزيعات التكرارية الممثلة في صورة جداول أو أشكال بيانية في عدد من الخصائص هي :-

١ - النزعة المركزية Central Tendency

٢ - التشتت Variability

٣ - الالتواء Skewness

٤ - التفرطح Kurtosis

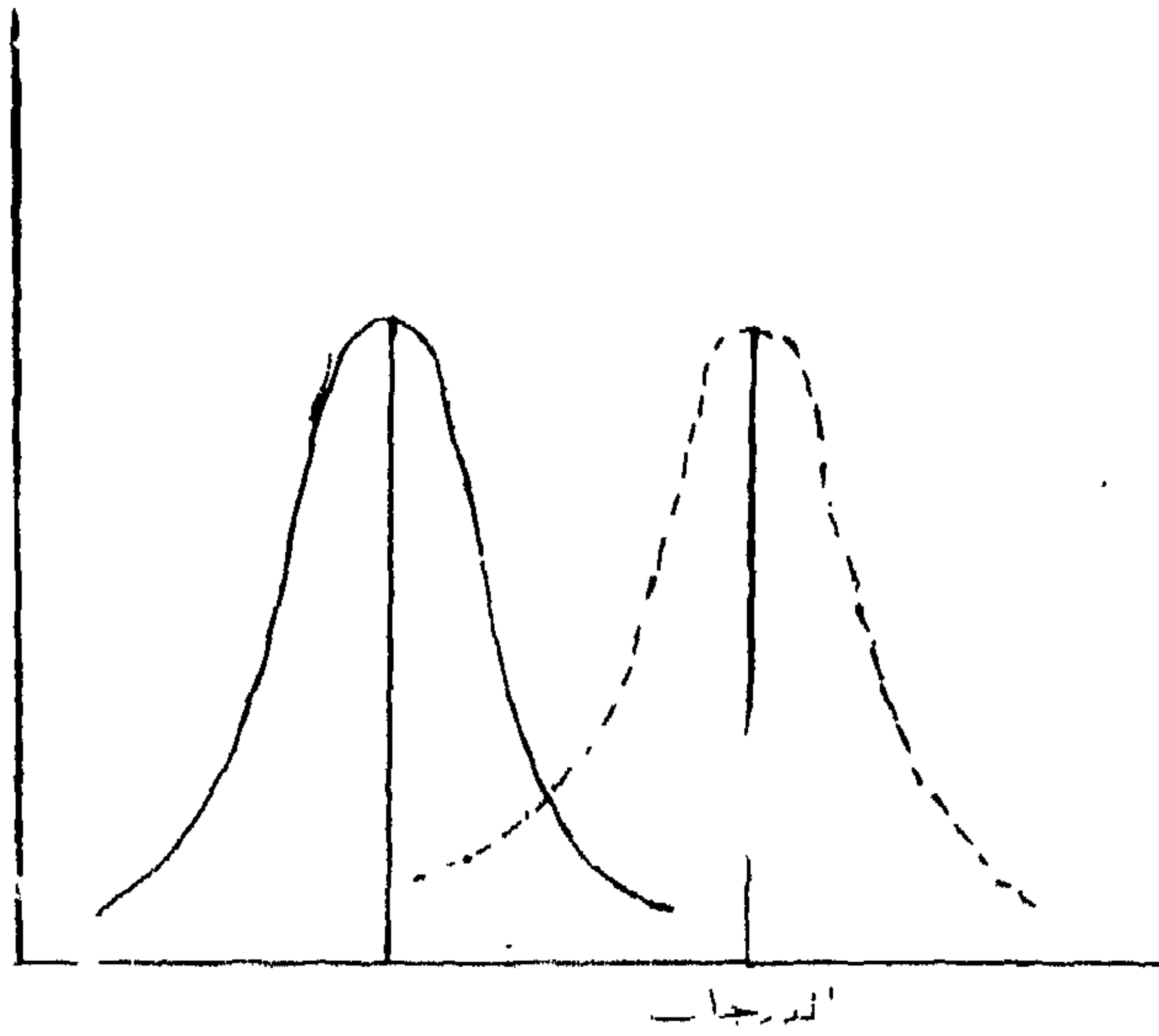
وهذه الخصائص يمكن أن تصف التوزيع التكراري نفسه أو مجموعة الملاحظات أو البيانات التي تكون التوزيع . فالتوزيع التكراري ماهو إلا تنظيم وتبويب لمجموعة الملاحظات أو البيانات ، ولذلك فإننا يمكن أن نناقش هذه الخصائص بالإشارة إلى مجموعة الملاحظات قبل تبويبها أو بعد تنظيمها وتبويبها في شكل توزيع تكراري .

١ — النزعة المركزية لتوزيع ما تشير إلى قيمة المتغير بالقرب من مركز التوزيع . وتوجد تعريفات أكثر تحديدا لمقياس النزعة المركزية (المتوسط والوسيط والمنوال) سوف نعرض لها بالتفصيل في الفصل الثالث .

ولتوضيح خاصية النزعة المركزية ، يمكننا أن ننظر إلى المنحنيين التكراريين (مضلعين تكراريين مهيدين) المبينين في شكل رقم (٥) حيث نجد أنهما يختلفان فقط بالنسبة للنزعة المركزية .

فالمنحنيان لهما نفس الشكل ولكنهما يشغلان مكانين مختلفين بالنسبة إلى ميزان القياس (المحور السيني) . فتوسط التوزيع الأقل من متوسط التوزيع ب .

(ب) (أ)



شكل رقم (٥)

توزيعان تكراريان يختلفان فقط

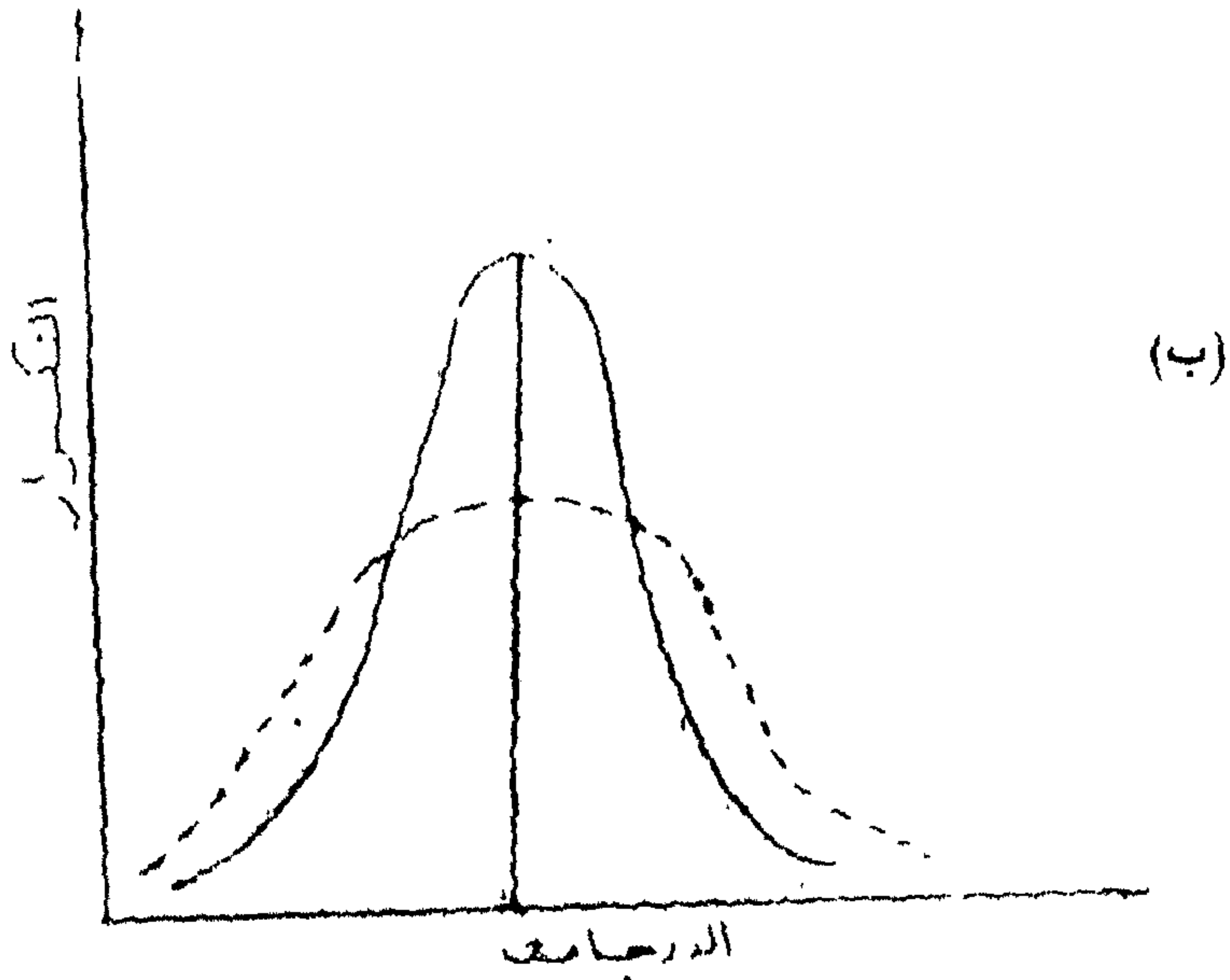
في النزعة المركزية

٢ — تشتت توزيع ما هو درجة انحراف الدرجات أو الملاحظات التي تكون التوزيع عن مركز التوزيع أو القيمة المتوسطة له . فإذا كانت جميع

الدرجات متراكمة حول هذه القيمة يقل التشتت عما لو انحرفت الدرجات بعيداً عن هذه القيمة . وسوف نعرض لمقاييس التشتت (المدى المطلق والانحراف المعياري والتباين في الفصل الرابع) .

ولتوضيح خاصية التشتت ، يمكننا أن ننظر إلى المنحنيين التكراريين المبينين في الشكل رقم (٦) ، حيث نجد أنهما لهما نفس النزعة المركزية أي لهما نفس المركز إلا أنهما يختلفان في التشتت . فدرجات التوزيع المائل إلى اليمين بدرجة أكبر حول مركز التوزيع الذي يمثله الخط الرأسى الموضح بالشكل . بينما توجد نسبة أكبر من الدرجات في التوزيع ب تبعد عن المركز أو القيمة المتوسطة . أي أن تشتت درجات التوزيع ب أكبر من تشتت درجات التوزيع ا . ويعتبر مفهوم التباين أو التشتت من أكثر المفاهيم الإحصائية أهمية في تحليل البيانات كما سنرى فيما بعد .

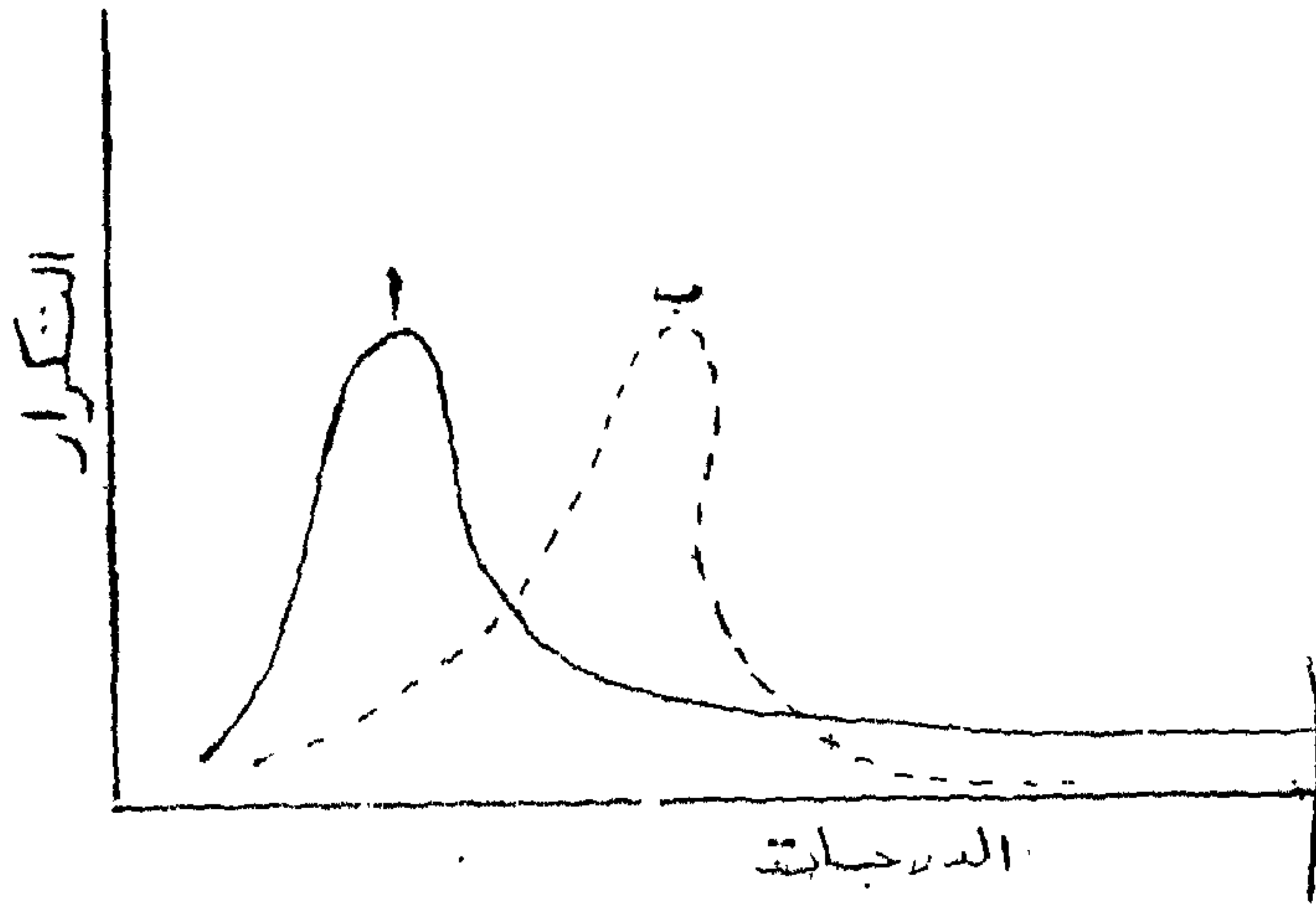
(١)



شكل رقم (٦)

توزيعان تكراريان مختلفان فقط في التشتت

٣ - التواء توزيع ما يشير إلى تماثل أو عدم تماثل التوزيع . فإذا كان التوزيع غير متماثل بحيث تتركز معظم التكرارات حول الطرف السفلي للتوزيع وتقل التكرارات كلما اتجهنا نحو الطرف العلوي له ، فإنه يقال في هذه الحالة أن التوزيع ملتو التواء موجبا Positively Skewed . أما إذا تراكمت معظم التكرارات حول الطرف العلوي للتوزيع بينما تقل التكرارات كلما اتجهنا نحو الطرف السفلي ، فإنه يقال أن التوزيع ملتو التواء سالباً Negatively Skewed . ولتوضيح خاصية الالتواء ، يمكننا أن ننظر إلى المنحنيين التكراريين المبينين في شكل رقم (٧) ، حيث نجد أنهما يختلفان في النزعة المركزية والتشتت ، كما أن كلا منهما غير متماثل . والمنحنى ب أكثر التواء من المنحنى أ لأن نسبة أكبر من الدرجات تميل إلى التراكم نحو أحد طرفي التوزيع بينما تقل كلما اتجهنا نحو للطرف الآخر .



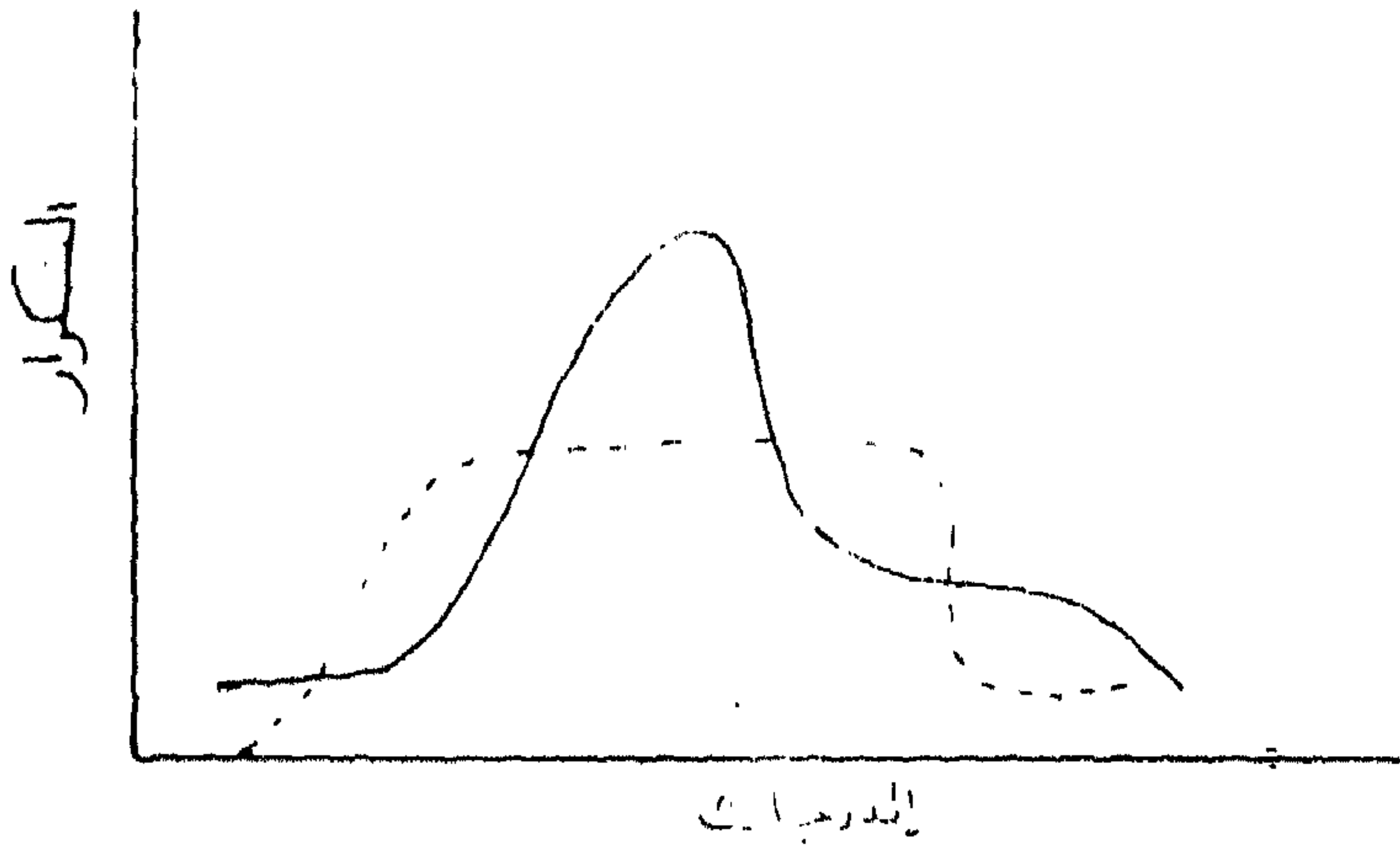
شكل رقم (٧)

توزيعان تكراريان يختلفان في الالتواء

٤. تفرطح توزيع ما يشير إلى الاستواء أو التدبب في التوزيع بالنسبة لغيره من التوزيعات. فخاصية التفرطح هي خاصية نسبية. فإذا نظرنا إلى المنحنيين التكراريين الموضحين بشكل رقم (٨) نجد أنهما يتفقان في النزعة المركزية ولكنهما يختلفان في التفرطح، فالمنحنى أ مدبب بدرجة أكبر من المنحنى ب، ويتغير ارتفاع المنحنى أ بدرجة أكبر من المنحنى ب كلما زادت قيمة الدرجة على المحور السيني.

ولذلك فإنه يقال أن المنحنى أ أكثر تدببا Leptokurtic من المنحنى ب. أو يمكن أن نقول أن المنحنى ب أكثر استواء Platykurtic من المنحنى أ.

(أ) (ب)



شكل رقم (٨)

توزيعان تكراريان يتفقان في النزعة المركزية ولكنهما يختلفان في التفرطح

ولإعطاء الباحث صورة أكثر شمولية لهذه الخصائص نعرض في جدول رقم (٩) مجموعة افتراضية من البيانات تمثل توزيعات تكرارية تختلف في هذه الخصائص.

١ فئات الدرجات	٢ متأثلة ذو حدين	٣ مدبب	٤ مستو	٥ مستطيل	٦ ثنائي المضلع	٧ شكل U	٨ مضلع التواء موجبا	٩ مضلع التواء سالبا	١٠ شكل J
٧٩ - ٧٠	١	٣	٥	١٦	٥	٢٠	٢	١٠	٥٠
٦٩ - ٦٠	٧	٨	١٤	١٦	١٠	٢٠	٦	٢٥	٢٠
٥٩ - ٥٠	٢١	١٣	٢٠	١٦	٢٥	١٠	١٠	٤٠	٢٠
٤٩ - ٤٠	٢٥	٤٠	٢٥	١٦	١٤	٤	١٥	٢٠	١٠
٣٩ - ٢٠	٢٥	٤٠	٢٥	١٦	١٤	٤	٢٠	١٥	٧
٢٩ - ٢٠	٢١	١٣	٢٠	١٦	٢٥	١٠	٤٠	١٠	٥
١٩ - ١٠	٧	٨	١٤	١٦	١٠	٢٠	٢٥	٦	٤
٩ - ٠ صفر	١	٣	٥	١٦	٥	٢٠	١٠	٢	٢
ن	١٢٨	٩٢٨	١٢٨	١٢٨	١٢٨	١٢٨	١٢٨	١٢٨	١٢٨

جدول رقم (٩)

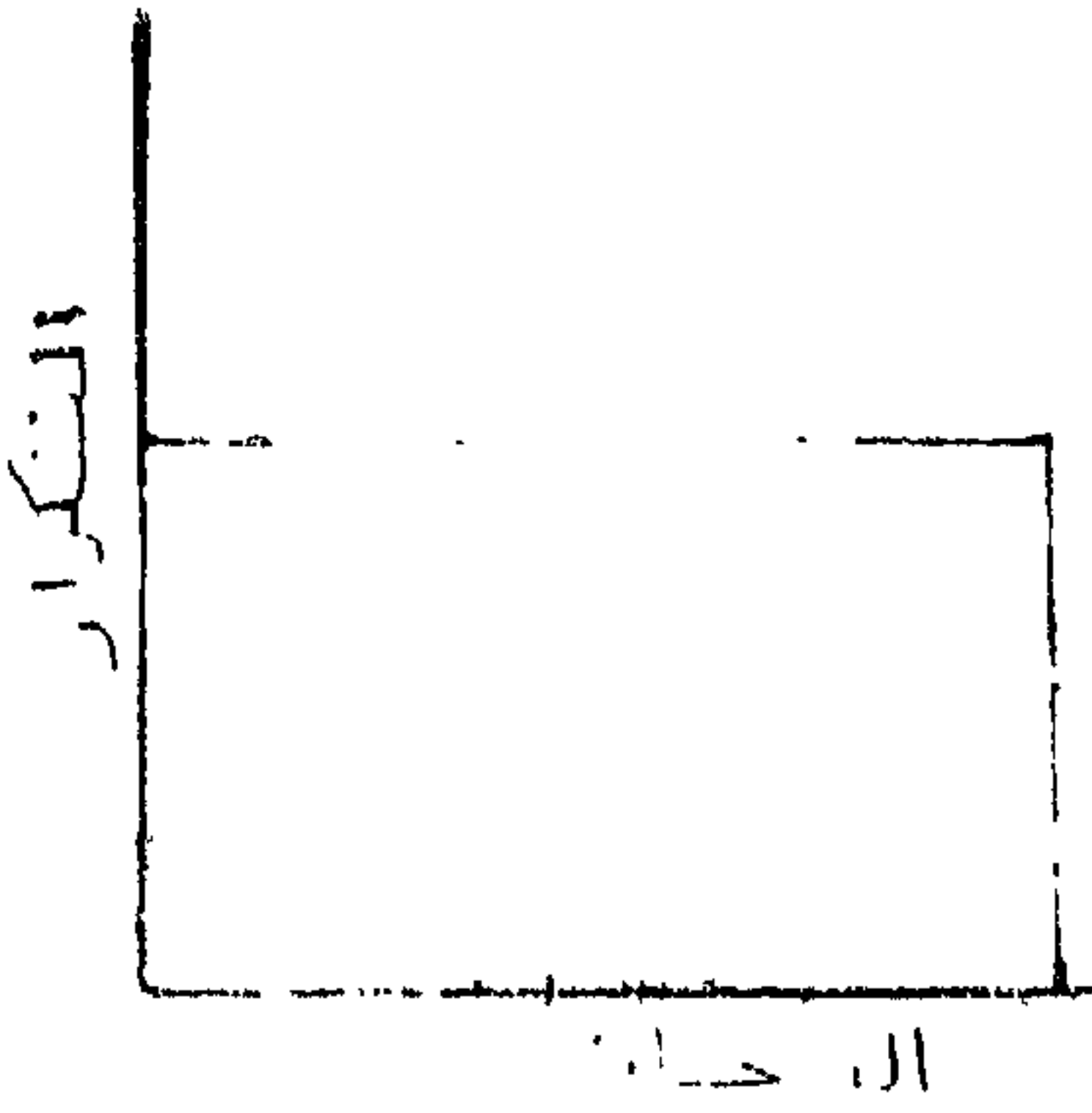
مجموعة افتراضية من البيانات تمثل توزيعات تكرارية مختلفة الشكل

فالتوزيع المبين في العمود رقم ٢ في الجدول يسمى توزيعاً متماثلاً ذا حدين، وهو من التوزيعات الهامة في الإحصاء وفي تحليل البيانات وسوف نعرض له بالتفصيل في فصل قادم . والتوزيع المبين في العمود رقم ٣ تتركز فيه الدرجات حول المتوسط بدرجة أكبر من التوزيع الأول ، ولذلك فهو أكثر تدبياً من هذا التوزيع . والتوزيع المبين في العمود رقم ٤ تتركز فيه الدرجات حول المتوسط بدرجة أقل من التوزيع ذي الحدين بينما يزيد تكرار الدرجات كلما اتجهنا نحو طرفي التوزيع ، ولذلك فهو أكثر استواء منه .

والتوزيع المبين في العمود رقم ٥ هو توزيع مستطيل لأن تكرار جميع فئاته متساو . والتوزيع المبين في العمود رقم ٦ له قمتان أي ثنائى المنوال . والتوزيع المبين في العمود رقم ٧ يشبه الحرف U لأن التكرارات الكبيرة توجد عند طرفي التوزيع بينما تقل للتكرارات عند منتصف التوزيع .

وجميع هذه التوزيعات متماثلة وتتفق في النزعة المركزية ولسكنها تختلف في التشقق . أما التوزيعان المبينان في العمودين رقمي ٨ ، ٩ ، فهما يمثلان توزيعين أحدهما يمثل التواء موجباً ، والآخر يمثل التواء سالباً . أما إذا زاد التواء التوزيع فزيادة كبيرة فإن هذا يؤدي إلى توزيع يشبه التوزيع المبين في العمود رقم ١٠ وهو على شكل حرف J .

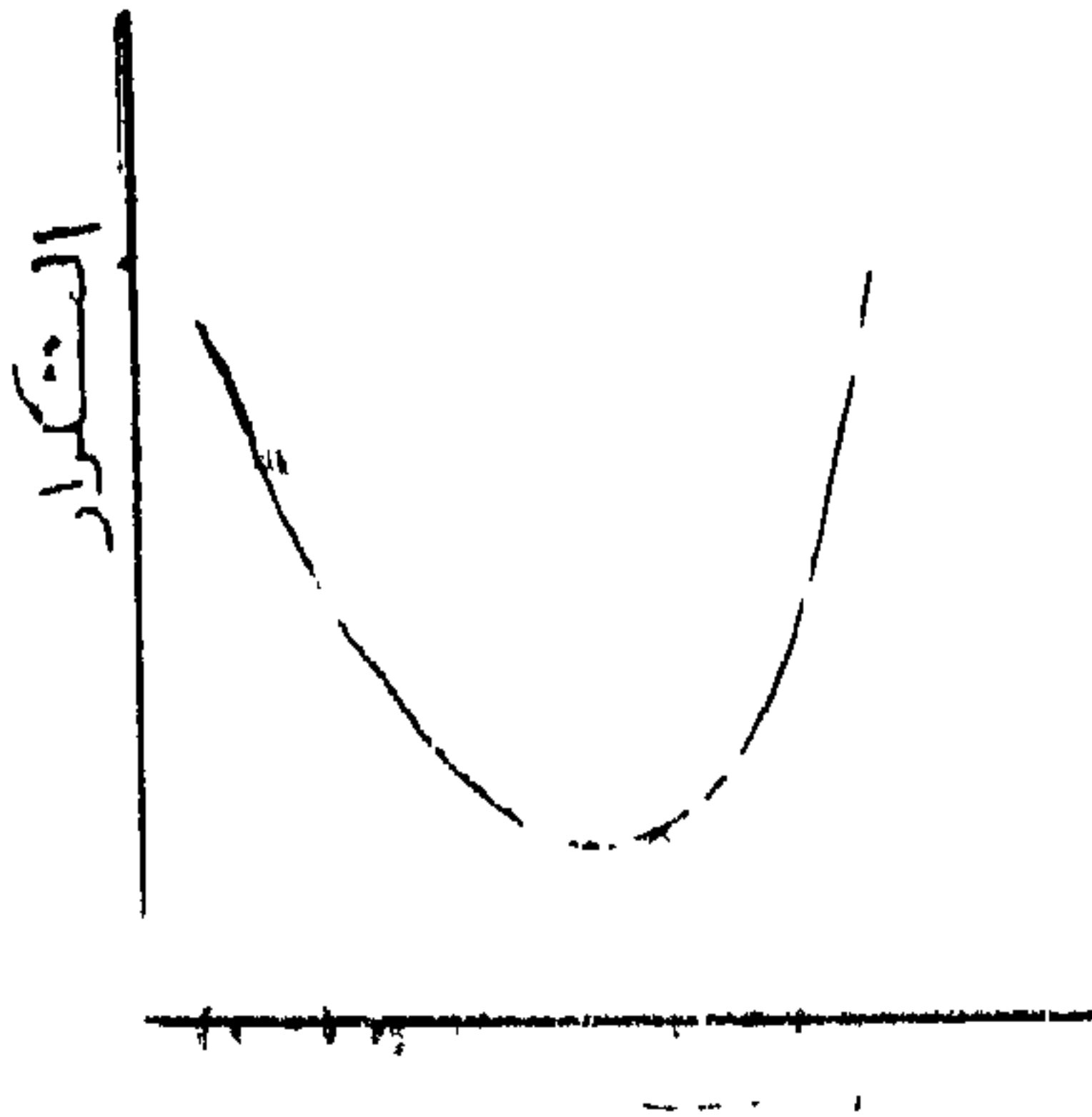
والشكل رقم (٩) يوضح بعض هذه التوزيعات .



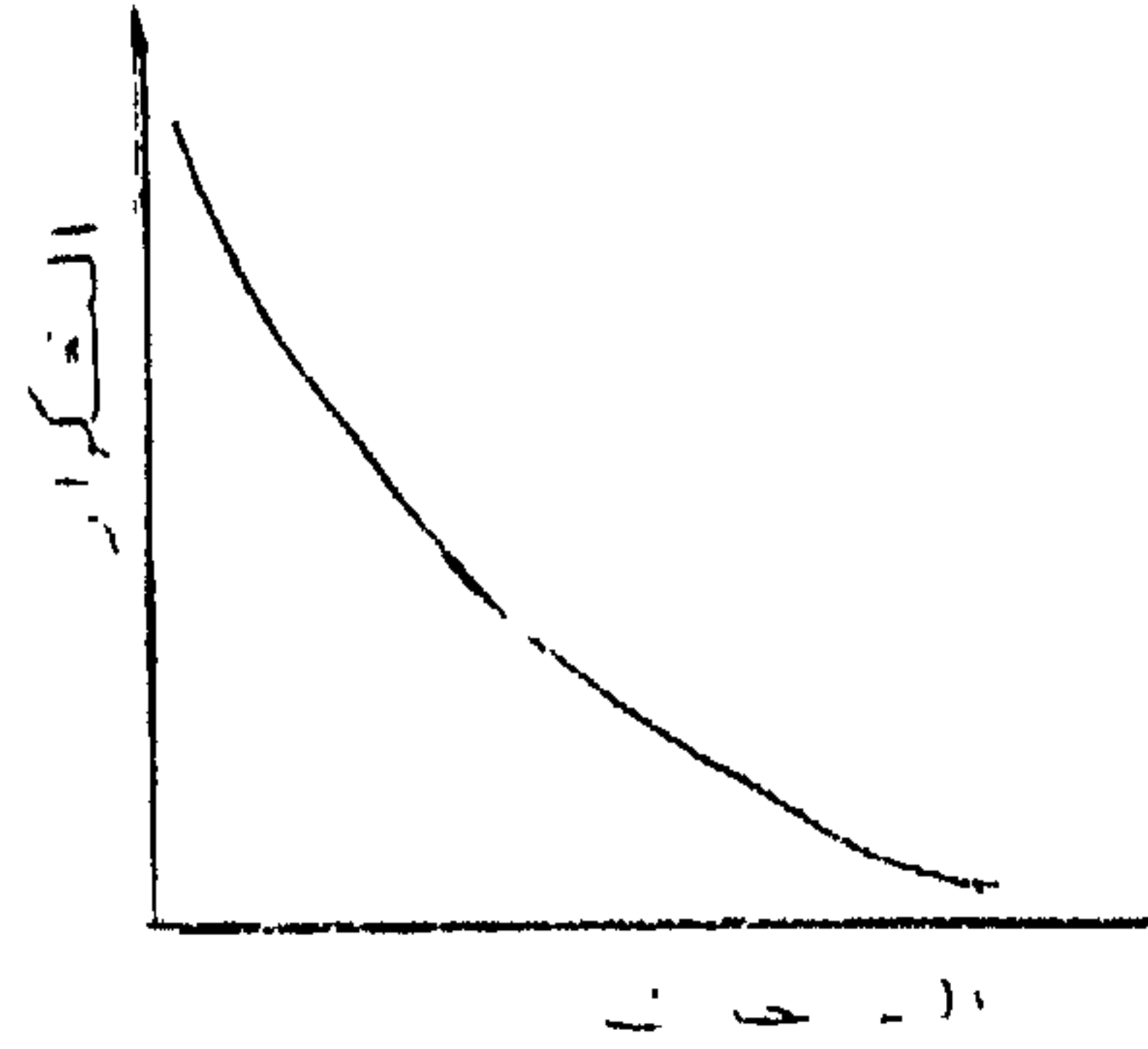
(ب) توزيع مستطيل



(ا) توزيع ثنائي المنوال



(د) توزيع على شكل حرف U



(ج) توزيع على شكل حرف J

شكل رقم (٩)

أربعة أنواع من التوزيعات

من هذا يتضح أن الخصائص الأربع التي عرضناها تفيد في وصف الشكل العام لتوزيع تكرارى . فمثلا يمكن أن نقول أن توزيعا ما ملتو التواء موجبا وأكثر استواء من توزيع آخر . هذا الوصف اللفظي يعطينا فكرة سريعة عن شكل المنحنى الممثل لتوزيع البيانات . ولكن الباحث يود في كثير من الأحيان أن يصف توزيع بياناته بدرجة أكثر دقة من مجرد الوصف اللفظي . فلكي يقارن التوزيعات التكرارية ربما يكون من الأدق استخدام مقاييس رياضية وإحصائية نمر عن خصائص هذه التوزيعات ، وهذا هو ما سنعرض له بالتفصيل في الفصول التالية .

تمارين على الفصل الثاني

في التمارين من ١ إلى ٥ التالية : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات
الخمس المعطاة لكل :

١ - طول الفئة ٨ - ١٢ هو :

(أ) ٤

(ب) ٥

(ج) ٦

(د) ١٠

(هـ) ١١

٢ - الحدود الحقيقية للفئة ٨ - ١٢ هي :

(أ) ٧,٥ - ١١,٥

(ب) ٧,٥ - ١٢,٥

(ج) ٨,٠ - ١٢,٠

(د) ٨,٥ - ١١,٥

(هـ) ٨,٥ - ١٢,٥

٣ - منتصف الفئة ٢١ - ٢٧ هي :

(أ) ٢١,٠

(ب) ٢١,٥

(ج) ٢٤,٠

(د) ٢٥,٠

(هـ) ٢٧,٠

٤ - توزيع تكراري يتكون من ٦ فئات ، إذا كانت الحدود الظاهرية
للفئة الدنيا هي ١٥ - ١٩ ، فإن الحدود الظاهرية للفئة العليا هي :

(ا) ١٥,٠ — ١٩,٠

(ب) ٣٥,٠ — ٣٩,٠

(ج) ٩٠,٠ — ١١٤,٠

(د) ٤٠,٠ — ٤٤,٠

(هـ) ٩٥,٠ — ٩٩,٠

٥ — إذا وضعنا علامات تناظر الدرجات ٩, ٨, ١٠, ١٥, ١٦, ١٢, ١٣, ١٤, ٨, ٩, ١٠, ١٨, ٢٢, ٢٥, ١٦, ٩, ١٢, ٢٦, ٢٧, ١٥, في جدول توزيع تكرارى ، فإن عدد الدرجات التى تقع فى الفئة التى طولها ٤ ، ومتصفها ١٣ هو :

(ا) ٣

(ب) ٥

(ج) ٦

(د) ٧

(هـ) ٨

٦ — إذا كانت نسبة ذكاء مجموعة تتكون من ١٠٠ طالب هى :

١٠٠	١٠٧	٨٥	١١٩	٩٣	١١١	٨٩	٩٠	١١٣	٩٩
٩٢	١٠٨	١٠٣	٩٨	٨٦	٧٣	١٠٢	١٠٠	٧٤	١٠٣
١١٢	٩٧	١١٥	٧٢	١٠٤	١١٧	٩٨	١٢٧	٨٩	١٠٧
١٢٦	٩٩	٧١	٩٩	٨٥	٩٥	١٢١	٨٤	٩٦	٨٣
١٠١	٦٦	١٢٣	١٠٧	٩٧	١٠١	٨٦	١٠٦	١١٤	١٠٠
٨٥	١١٠	٧١	١٠٣	١١٨	١١١	١٠٣	٨٣	٩٩	١٢٦
١٠٢	٩٨	٩٦	١٣٠	٨٨	١١٤	١٠٠	١٠٠	٩٢	١٠٠
٩٦	٨١	١٢٢	٩٢	٨٠	٨١	١١٩	٨١	١٠٢	٩٣

٩٨	٩٧	١٣٦	١١٠	٩٥	١١٢	٨٨	٩٨	٩٢	١١٨
٨٩	١٠١	١٠٥	٩٧	١٠٠	٧٧	١١٣	٧٦٠	١١٢	١٠٦

(ا) كون جدول توزيع تكرارى لنسب الذكاء بحيث يكون طول للفئة ه
والفئة السفلى ٦٥ - ٦٩ .

(ب) كون جدول توزيع تكرارى لنسب الذكاء بحيث يكون طول الفئة
١٠ ، والفئة السفلى ٦٠ - ٦٩ .

(ج) أى التوزيعين يصف التوزيع للعام لنسب الذكاء بدرجة أكثر فاعلية ؟
ولماذا ؟

٧ - ارسم المدرج التكرارى والمضلع التكرارى والمنحنى التكرارى
للتوزيع التكرارى الذى حصلت عليه فى (ب) من السؤال السابق .

٨ - كون جدول توزيع تكرارى متجمع صاعد وتوزيع متجمع نسبي
للتوزيع التكرارى الذى حصلت عليه فى (ا) من السؤال رقم (ا) .

٩ - ارسم المنحنى التكرارى المتجمع الصاعد والمنحنى التكرارى المتجمع
النسبي للتوزيع التكرارى الذى حصلت عليه فى السؤال رقم ٣ . وأوجد من
الرسم عدد الطلاب الذين تقل نسب ذكائهم عن ١٥٠ .

١٠ - حصل ٤٠ طالبا فى إحدى السكليات على الدرجات الآتية فى اختبار
فى اللغة الإنجليزية .

٦٢	٧٣	٩٣	٩٨	٧٥	٣٧	٨٨	٤٢
٦٩	٧٣	٥٤	٦٦	٧٦	٥٢	٨٠	٩٦
٧٥	٨٥	٥٦	٦٩	٧٩	٥٣	٦٢	٨٣
٨٠	٨٨	٥٩	٦٧	٨٠	٤٩	٦٥	٥٢
٧٩	٨٩	٨٢	٩١	٨٧	٧٢	٧١	٤٤

(ا) كون جدول توزيع تكرارى لهذه الدرجات مستخدما فئة طولها ه .

(ب) عين الحدود الحقيقية ومنتصف كل فئة فى الجدول الذى أعدهمته .

(ج) ارسم المنحنى التكرارى المتجمع النازل للتوزيع السابق . وأوجد من الرسم عدد الطلاب الذين تزيد درجاتهم عن ٧٥ .

١١ — ماعدد الفئات التى تقترحها ، والحدود الحقيقية لهذه الفئات ومنتصفاتها عند إعداد جداول توزيعات تكرارية للبيانات الآتية :

(١) درجات الخطأ التى تتراوح بين ٢٤ ، ٨٧ ، والتى حسبت لمينة من القتران أثناء تجربة الجرى فى متاهة .

(ب) نسب ذكاء تتراوح بين ٩٦ ، ١٣٧ لمجموعة من أطفال المدارس .

(ج) درجات اختبار استعداد دراسى تتراوح بين ٢٢٧ ، ٨٩٦ حصلت عليها مجموعة من طلاب الجامعات .

١١ — حصل ٤٠ طالبا فى إحدى الكليات على الدرجات الآتية فى اختبارين أحدهما فى الرياضيات والآخر فى اللغة الإنجليزية :

الرياضيات				اللغة الإنجليزية			
٢٢	٩٢	٨٦	٥٢	٤٩	٣٨	٧٤	٧٨
٣١	٦٢	٧٥	٤٠	٨٤	٨٨	٧٦	٧٢
٥٥	٩٤	٣٧	٤٢	٨٦	٦٩	٥٥	٤٢
٧٦	٨٨	٤١	٧٦	٣١	٩١	٨٨	٧٢
٤٨	٨٨	٧٦	٢٩	٦٥	٦٦	٧٢	٧٨
٤٩	٧٢	٦٤	٧٢	٥٦	٩٩	٩٢	٨٤
٥٠	٦٥	٦٦	٥٩	٦٣	٨٦	٧٢	٦٧
٨٥	٦٢	٥٨	٤٢	٨١	٥٩	٢٤	٧٧
٧	٢٥	٦٦	٥٤	٦١	٨٦	٨٨	٧٢
٣٨	٨٨	٧٦	٦٢	٥١	٨٤	٦٢	٨٩

(١) كون جدول توزيع تكرارى لسكل من درجات الاختبارين مستخدما
فئة طولها ١٠ .

(ب) مثل كل من التوزيعين بمضلع تكرارى فى شكل واحد (استخدم
التكرار النسبى) .

(ج) قارن بين التوزيعين مقارنة سريعة من حيث النزعة المركزية والتشتت .

١٣ — فى كل من التوزيعات التكرارية الآتية حيث رمزنا للدرجات بالرمز
س وللتكرار بالرمز ت ، بين ما إذا كان أى منها :

(١) قريبا من الاعتدالية .

(ب) ملتويا للتواء موجبا .

(ج) ملتويا للتواء سالبيا .

(د) ثنائى المنوال ومتماثل تقريبا .

(هـ) ثنائى المنوال ، وملتويا للتواء موجبا .

(و) ثنائى المنوال، وملتويا للتواء سالبيا .

(ل) مستطيلا تقريبا .

(م) على شكل حرف U .

(ن) على شكل حرف J .

١٤ — إذا طبق اختبار تحصيلي في الحساب مصمم لتلاميذ الصف الثاني على تلاميذ الصف السادس ، ما هو توقعك لشكل توزيع درجات هذا الاختبار ؟ ولماذا ؟

١٥ — صف التوزيع الذي تتوقع الحصول عليه إذا حاولت تمثيل كل ما يأتي بيانياً :

- (أ) أطوال الرجال في المجتمع المصري .
- (ب) أطوال النساء في المجتمع المصري .
- (ج) أطوال الرجال والنساء معاً في المجتمع المصري في شكل واحد .

الفصل الثالث

خصائص التوزيعات التكرارية

أولا : مقياس النزعة المركزية

مفهوم النزعة المركزية .

قواعد رمز التجميع

المتوسط الحسابي .

الوسيط .

المنوال .

الوسط الهندسي .

اختيار مقياس النزعة المركزية المناسب

عند تحليل البيانات .

مقدمة :

عرضنا في الفصل الثاني طرق تنظيم وتبويب البيانات وديفيه تمثيلها بيانيا .
وقد تبين لنا فائدة هذه الطرق في توضيح نمط توزيع الظاهرة موضع البحث ،
وإعطاء فكرة سريعة عن التوزيعات ، ووضيح بعض وجه الشبه والاختلاف
بينها . إلا أن هذه الطريقة تعتمد على الوصف اللفظي للتوزيعات التكرارية .
وبالطبع يصعب تحليل البيانات تحليلًا إحصائيًا دقيقًا باستخدام مثل هذا
الوصف اللفظي .

ويؤدّد الأمر تعقيداً إذا كنا بصدد مقارنة توزيعين مختلفين أو توزيعات
مختلفة . كما أننا نحتاج في كثير من الأحيان إلى إجابة أسئلة تتصل بمتوسط
توزيع الظاهرة أو مدى شيوعها في عينة ممثلة للمجتمع الأصل . كل هذا يتطلب
استخدام مقاييس إحصائية رياضية أكثر دقة لتحديد ومقارنة خصائص التوزيعات
المختلفة . ومن بين هذه المقاييس ما يطلق عليه مقاييس النزعة المركزية .

Measures of Central Tendency

Measures of Variability

ومقاييس التشتت

Measures of Skewness

ومقاييس الالتواء

Measures of Kurtosis

ومقاييس التفرطح

وسنفرد هذا الفصل لمقاييس النزعة المركزية ، والفصل التالي للمقاييس
الأخرى .

النزعة المركزية :

إذا بحثنا ظاهرة من الظواهر مثل ظاهرة طول قامة سكان إحدى المدن في عمر
معين ، واخترنا مجموعة كبيرة من سكان هذه المدينة من العمر المحدد كمينة ممثلة

لهذه الظاهرة لوجدنا أن العدد الأكبر من هذه العينة يكون طوله متوسطا ، وأن عدداً قليلاً نسبياً يكون من ذوى القامة القصيرة ، وعدداً قليلاً نسبياً من ذوى القامة الفارعة . أى أن معظم التكرارات تكون عادة لمتوسطى الطول ، ويقل التكرار تدريجياً كلما بعدنا عن المتوسط من الناحيتين . ولذا فإن المنحنى التكرارى لمثل هذه الظاهرة يكون عادة له قمة واحدة ، ثم ينساب تدريجياً إلى أسفل على جانبي هذه القمة بشكل يكاد يكون منتظماً . ومن هنا جاءت التسمية « النزعة المركزية » ، أى الميل إلى التجمع بالقرب من مركز التوزيع .

وإذا بحثنا توزيعات كثير من الظواهر كالأوزان والأعمار ونسب الذكاء وغيرها في مجتمع معين لوجدنا أنها تمثل بمنحنيات على نفس هذه الصورة . والمفروض نظرياً أن المنحنى الذى يجب أن ينتج من هذه الظواهر هو منحنى ذو شكل هندسى خاص يعرف باسم المنحنى الاعتنالى Normal Curve ، وهو كما يظهر في شكل رقم (١٠) يشبه الجرس ، وله نهاية عظمى في منتصفه ، كما أنه متماثل حول الخط الرأسى المار بنقطة النهاية العظمى .



شكل رقم (١٠)
منحنى اعتدالى

وهذا المنحنى هو فى الواقع منحنى نظرى مثالى ، كما أن التوزيعات التى تنتج المنحنيات الاعتنالية هى توزيعات نظرية مثالية وتسمى بالتوزيعات الاعتنالية Normal Distributions .

وهي تعتبر العمود الفقري للنظريات الإحصائية ، إذ نستعين بها في دراسة معظم ما نشاهده من ظواهر . ولذا سنفرد لها جزءاً كبيراً من الفصول التالية .

غير أنه من الناحية العملية لا نحصل من دراسة الظواهر الطبيعية والنفسية على توزيعات اعتدالية تماماً . وإنما نحصل على توزيعات قريبة منها . ذلك لأن هذه الظواهر ولو أنها تخضع في تغييرها لنظام معين ، إلا أنها تخضع أيضاً لمؤثرات عرضية تؤثر في هذا النظام وتعجبه عن الظهور على حقيقته . ولو جردت التوزيعات من هذه المؤثرات العرضية لسكانت أقرب إلى التوزيعات الاعتدالية .

ومن ناحية أخرى قد يكون الاختلاف الذي نشاهده في التوزيعات عن التوزيعات الاعتدالية راجعاً أحياناً إلى عوامل أخرى منها مثلاً أن نكون العينة التي اختيرت لتمثيل الظاهرة هي عينة غير ممثلة تماماً للظاهرة ، ومنها عدم مراعاة الدقة الواجبة في قياسها . ولذا نجد أن بعض التوزيعات تعتمد قليلاً أو كثيراً عن الاعتدالية .

وقد عرضنا في الفصل الثاني لأنواع هذه التوزيعات ، وبما هو جدير بالذكر أننا سنهتم في هذا الكتاب بدراسة التوزيعات الاعتدالية والتوزيعات التي تنتج منحنيات ذات طابع خاص حتى يتمكن الباحث من تحليل بيانات بحثه مهما اختلف شكل التوزيع .

مقاييس النزعة المركزية :

يتضح مما سبق أنه في كثير من التوزيعات يتراكم عدد كبير من قيم المتغير حول قيمة معينة ، ويقل هذا التراكم بالتدرج كلما ابتعد المتغير عن هذه للقيمة . هذا التراكم أو التركز حول قيمة معينة يسمى بالنزعة المركزية للتوزيع . وتسمى القيمة التي يحدث حولها التراكم بمقياس النزعة المركزية . ومقاييس النزعة المركزية لها أهمية كبيرة في وصف التوزيعات ومقارنتها . وعلى الرغم من وجود عدد من مقاييس النزعة المركزية إلا أننا سنهتم في هذا الفصل بالمقاييس الآتية :

١ - المتوسط الحسابي Arithmetic Mean

٢ - الوسيط Median

٣ - المنوال Mode

٤ - المتوسط الهندسي Geometric Mean

ويتوقف اختيار الباحث لاي من هذه المقاييس لوصف توزيع ما على طبيعة البيانات التي يتم بتحليلها . كما يتوقف على الهدف الذي ينشده من التحليل ، إذ أن كلا من هذه المقاييس يستخدم لأغراض معينة بدووجه أفضل من غيره من المقاييس . وسوف نعرض في الجزء الباقي من هذا الفصل لمزايا وعيوب كل من هذه المقاييس ، وكيفية حساب قيمها . كما سنعرض للأسس التي يتم على ضوئها اختيار الباحث لمقياس النزعة المركزية المناسب .

وقد وضع يول Yule شروطا يرى أن توفرها في مقاييس النزعة المركزية أمر مرغوب فيه إذا كان لهذه المقاييس أن تستخدم في تمثيل التوزيعات المختلفة . وهذه الشروط هي أنه :

١ - يحسن أن تكون قيمة مقياس النزعة المركزية قيمة موضوعية محددة وليست مجرد تقدير ذاتي من الباحث . أي يحسن أن تكون طريقة رياضية لا يختلف فيها اثنان . كما يحسن أن تكون هذه الطريقة سلسلة غير مقعده .

٢ - يحسن استخدام جميع قيم المتغير عند حساب قيمة مقياس النزعة المركزية وإلا اعتبرت هذه القيمة غير ممثلة حقيقة لمميزات التوزيع بأكمله .

٣ - يحسن أن تكون قيمة مقياس النزعة المركزية من القيم التي لا تتأثر بتذبذب العينات أو يكون تأثيرها بذلك أقل ما يمكن . فإذا كان لدينا عدد من العينات المسحوبة من مجتمع واحد ، فمن النادر أن تتساوى متوسطات هذه العينات مهما كانت صورة هذه المتوسطات . ولكن قد يحدث أن تكون قيم

أحد مقاييس النزعة المركزية (إحدى صور المتوسطات) كالتوسط الحسابي مثلا قريبة من بعضها . بمعنى أن تكون قيم المتوسطات الحسابية لجميع العينات متقاربة ، أما قيم المقاييس الأخرى مثل الوسيط أو المنوال مثلا فلا تكون قيمها متقاربة بنفس الدرجة . فهنا يفضل المتوسط الحسابي على مقاييس النزعة المركزية الأخرى لأنه بذلك يكون أقل تأثراً بتذبذب العينات . ويقال حينئذ أن المتوسط الحسابي أكثر ثباتاً من غيره من المتوسطات .

٤ - يحسن أن تكون قيمة مقياس النزعة المركزية صالحة للمعالجة الرياضية . ويعتبر هذا الشرط في واقع الأمر أهم الشروط السابقة . ونظراً لأن الطرق التي سنعرض لها في حساب هذه المقاييس تعتمد على عمليات رياضية معينة تتطلب رموزاً خاصة من أهمها رمز التجميع (Σ أو \sum) فإننا سنبدأ بتعريف هذا الرمز وقواعد استخدامه .

الرمز (Σ) :

بفرض أن لدينا مجموعة من المتغيرات ، أو القياسات ، أو الملاحظات س_١ ، س_٢ ، س_٣ ، ... ، س_{١٠٠٠} أو س_١ ، س_٢ ، س_٣ ، ... ، س_{١٠٠٠} حيث نترمز إلى عدد المتغيرات . فالرمزان س_١ ، س_٢ ، ... ، س_{١٠٠٠} يستخدمان عادة للإشارة إلى المتغيرات ، ولكن يمكن استخدام أي رموز أخرى . فالمتغير س_١ مثلاً ربما يكون درجات اختبار ما أو عدد المحاولات في تجربة للتعلم وما إلى ذلك ، فالرمز س_١ يرمز إلى درجات التلميذ الأول في الاختبار ، والرمز س_٢ يرمز إلى درجات التلميذ الثاني . وهكذا حتى نصل إلى الرمز س_{١٠٠٠} وهو يرمز إلى درجات التلميذ رقم ك .

فاذا كانت ك = ٥ وكانت درجات التلاميذ هي :

$$١٠ ، ١٢ ، ١٩ ، ٢١ ، ٣٢ \text{ فإن } \Sigma = ١٠$$

$$\Sigma = ٢١ ، \Sigma = ١٩ ، \Sigma = ٢١ ، \Sigma = ٣٢$$

وعادة نرمز لأي قيمة للمتغير s بالرمز s_r حيث n تأخذ القيم ١ إلى n .
فإذا أردنا جمع قيم المتغير s أي : -

$$s_1 + s_2 + \dots + s_n$$

فإنه يمكن التعبير عن هذا المجموع بطريقة مختصرة ومناسبة باستخدام رمز التجميع Σ أو \sum وهذا الرمز هو اختصار لكلمة "بمجموع" أي أخذنا الحرفين الأول والثاني من الكلمة . وأحيانا نستخدم الرمز Σ (ويقرأ سيجمما) وهو أحد حروف اللغة اليونانية ليعبر أيضا عن المجموع .

وبذلك يمكن التعبير عن مجموع قيم المتغير كالآتي :

$$\sum_{r=1}^n s_r$$

$$\text{أي أن } \sum_{r=1}^n s_r = s_1 + s_2 + \dots + s_n \quad (1)$$

والرمز الموضوع تحت وفوق علامة Σ يشير إلى حدود التجميع، أي نجمع قيم المتغير s من ١ إلى n

$$\text{فمثلا } \sum_{r=1}^5 s_r \text{ تعني مجموع القيم الخمس الأولى للمتغير } s .$$

١٠
٦ مجموع س ن
ن = ٦
تعني مجموع القيم الخمس التالية ، أى التى تبدأ من ن = ٦

إلى ن = ١٠

فإذا أردنا أن نعبر عن مجموع القيم ١٠ ، ١٢ ، ١٩ ، ٢١ ، ٣٢ باستخدام
الرمز ج فإننا بدلا من كتابة المجموع كالآتى :

$$٩٤ = ٣٢ + ٢١ + ١٩ + ١٢ + ١٠$$

٥
يمكن كتابته : مجموع س = ٩٤ حيث س تعبر عن المتغير المراد جمع قيمه
ن = ١ ن

الخمس .

قواعد رمز التجميع :

هناك قواعد هامة تفيد عند استخدام رمز التجميع لنخصها فيما يلى بالاستعانة
بمجموعة من الأمثلة .

١ - افترض أن درجات ثمانية طلاب فى اختبارين س ، ص كالآتى :

الطالب	درجة الاختبار (س)	درجة الاختبار (ص)
١	٧	٨
٢	٩	٦
٣	٦	٤
٤	١٠	١٠
٥	٦	٥
٦	٥	١٠
٧	٣	٩
٨	٤	٨

يمكن التعبير عن مجموع درجات الاختبار س كالتالى .

$$\begin{array}{l} \text{مجم} = \frac{8}{50} \text{ س} \\ \text{ن} = 1 \end{array}$$

ومجموع درجات الاختبار ص كالتالى :

$$\begin{array}{l} \text{مجم} = \frac{8}{60} \text{ ص} \\ \text{ن} = 1 \end{array}$$

١ - القاعدة الاولى عى أن :

$$\text{مجم} = (\text{س} + \text{ص}) = \text{مجم} - \text{س} + \text{مجم} - \text{ص} \quad (٢)$$

ويمكننا التحقق من هذه القاعدة باستخدام درجات الاختبارين س ، ص المذكورة كالتالى :

$$\begin{aligned} \text{مجم} - \text{س} + \text{مجم} - \text{ص} &= 50 + 60 = 110 \\ 6 \text{ مجم} - (\text{س} + \text{ص}) &= (7 + 8) + (9 + 6) + \dots + 110 \\ &= (8 + 4) + \dots \end{aligned}$$

أى أن القاعدة صحيحة لأننا بالطبع نستطيع الحصول على نفس المجموع بغض النظر عن الترتيب الذى تم به عملية جمع الدرجات .

$$\text{وبالمثل مجم} - (\text{س} - \text{ص}) = \text{مجم} - \text{س} - \text{مجم} - \text{ص} \quad (٣)$$

٢ - القاعدة الثانية هى أن :

$$\text{مجم} - \text{س} \text{ ص} \neq \text{مجم} - \text{س} \times \text{مجم} - \text{ص} \quad (٤)$$

أى أن جمع حاصل ضرب قيم س ، ص المتناظرة لايساوى حاصل ضرب مجموع قيم س فى مجموع قيم ص .

ويمكننا التحقق من هذه القاعدة باستخدام نفس مجموعة الدرجات السابقة كالآتي :

$$\text{مجم س} \times \text{مجم ص} = 6 \times 50 = 300$$

$$\text{مجم س ص} = (8 \times 7) + (6 \times 9) + 000 + (8 \times 4) = 272$$

وواضح بالطبع أن النتائج مختلفتان

٣ - القاعدة الثالثة هي أن .

$$\text{مجم س}^2 \neq (\text{مجم س})^2 \dots\dots\dots (٥)$$

أي أن مجموع مربعات قيم س لا يساوي مربع مجموع نفس القيم

٤ - القاعدة الرابعة هي أنه إذا كانت ك أي مقدار ثابت فإن .

$$\text{مجم ك} = \text{ن ك} \dots\dots\dots (٦)$$

فإذا فرضنا أن ك = ٣ مكررة ٨ مرات فإن .

$$\text{مجم ك} = 8 \times 3 = 24$$

٥ - القاعدة الخامسة هي أنه إذا كانت ك أي مقدار ثابت فإن :

$$\text{مجم (س + ك)} = \text{مجم س} + \text{مجم ك}$$

$$= (\text{مجم س}) + \text{ن ك حيث ن ترمز لعدد القيم} \dots\dots (٧)$$

ولتوضيح ذلك افترض أن ك = ٥ وأن قيم س كما يلي :

س	ك	س + ك
٦	٥	١١
٨	٥	١٣
٥	٥	١٠
٩	٥	١٤
٥	٥	١٠
٢	٥	٧
٣	٥	٨

$$\text{مجم س} = ٣٨$$

$$\text{مجم ك} = \text{ن ك} = ٧ \times ٥ = ٣٥$$

$$\text{مجم (س + ك)} = ٧٣$$

$$\text{(مجم س) + (ن ك)} = ٣٨ + ٣٥ = ٧٣$$

$$\text{وبالمثل } \text{مجم (س - ك)} = \text{(مجم س)} - \text{ن ك} \dots\dots (٨)$$

Mean

المتوسط الحسابي :

يعتبر المتوسط الحسابي من أكثر مقاييس النزعة المركزية استخداماً لوصف القيمة المتوسطة لتوزيع ما . والمتوسط الحسابي لمجموعة من القيم هو خارج قسمة المجموع الجبري لهذه القيم على عدد القيم ، أو هو تلك القيمة التي لو اتخذتها كل مفردة من مفردات المجموعة لكان مجموع القيم الجديدة هو نفس مجموع القيم الأصلية .

ويمكن التعبير عن المتوسط الحسابي باستخدام رمز التجميع كالآتي :-

$$\bar{س} = \frac{\text{مجم س}}{\text{ن}} \dots\dots\dots (٩)$$

حيث \bar{s} (وتقرأ س بار) = المتوسط الحسابي للعينة ،

، Σs = مجموع قيم س

، n = عدد القيم

فمثلا متوسط الدرجات ٧ ، ٧ ، ٦ ، ٥ ، ٤ ، ٤ ، ٤ ، ٣

$$\bar{s} = \frac{40}{8} = 5$$

ويلاحظ أن مجرد جمع الدرجات لا يعد كافيا لتحديد متوسط هذه الدرجات ، إذ ربما يكون لدينا درجتاو فقط ولكن لهما نفس المجموع ٤٠ ، ولذلك يلزم قسمة المجموع على عدد الدرجات n حتى نستطيع مقارنة متوسط مجموعتي الدرجات .

ويمكن الحصول على المتوسط الحسابي للمجتمع الاصلى بنفس طريقة حساب المتوسط الحسابي للعينة .

حساب المتوسط الحسابي للبيانات المجمعة في توزيعات تكرارية :

إذا كانت قيم المتغير s مكررة عددا من المرات فإننا نستطيع حساب المتوسط الحسابي بأن نضرب كل قيمة في تكرارها ، ثم نجمع الناتج حواصل الضرب ، ونقسم الناتج على التكرار السكلى للقيم .

فإذا نظرنا إلى القيم :

١١ ، ١١ ، ١٢ ، ١٢ ، ١٣ ، ١٣ ، ١٣ ، ١٣ ، ١٣ ، ١٣

١٤ ، ١٤ ، ١٥ ، ١٥ ، ١٦ ، ١٦ ، ١٧ ، ١٧ ، ١٨ نجد أن

القيمة ١١ تكررت مرتين ، والقيمة ١٢ تكررت ثلاث مرات ، وهكذا .

ولذا يمكن وضع هذه القيم في جدول كالآتي :-

الدرجة (س)	التكرار (ت)	الدرجة (س) × التكرار (ت)
١٨	١	١٨
١٧	٢	٣٤
١٦	٢	٣٢
١٥	٢	٤٥
١٤	٢	٢٨
١٣	٥	٦٥
١٢	٢	٢٦
١١	٢	٢٢
المجموع	٢٠	٢٨٠

جدول رقم (١٠)

طريقة حساب المتوسط لمجموعة من البيانات المبوبة

ويمكن اعتبار الجدول السابق جدول توزيع تكرارى طول فئة = ١ .

فإذا أردنا إيجاد المتوسط الحسابى لهذا التوزيع فإننا نوجد حواصل ضرب الدرجة × التكرار فيكون الناتج ٢٨٠ ، ثم نقسم هذا الناتج على التكرار الكلى

$$\text{وهو } ٢٠ \text{ فيكون المتوسط الحسابى } = \frac{٢٨٠}{٢٠} = ١٤$$

وبوجه عام ، إذا كانت القيم $س_١$ ، $س_٢$ ، $س_٣$ ، ... $س_١٠٠$ مكررة
 $ت_١$ ، $ت_٢$ ، $ت_٣$ ، ... $ت_١٠٠$ على الترتيب حيث ن تدل على عدد القيم
 المختلفة للتميز $س_١$ ، فإن المتوسط الحسابى :

$$\bar{س} = \frac{ت_١ س_١ + ت_٢ س_٢ + ت_٣ س_٣ + \dots + ت_١٠٠ س_١٠٠}{ن}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n (t_i \times s_i)}{n} = \frac{n}{n} = 1 \quad \dots (10)$$

وبالنظر إلى هذه الصورة الرياضية نلاحظ أننا جمعنا n من الحدود وهو عدد القيم المختلفة للمتغير s .

ويمكن أن يمتد استخدام هذه الطريقة بحيث تشمل البيانات المجمعة في توزيعات تكرارية مهما كان طول الفئة.

وتستخدم منتصفات الفئات لتمثيل جميع القيم الواقعة في الفئة. وهنا نفترض أن المتغير s يأخذ قيما تناظر منتصفات الفئات، وتعطى لها أوزانا تناظر التكرارات. ثم نضرب منتصفات الفئات \times التكرارات، ونقسم مجموع حواصل الضرب على التكرار الكلي فنحصل على المتوسط الحسابي. وباختصار يمكن الحصول على المتوسط الحسابي للبيانات المجمعة في توزيعات تكرارية كالآتي :-

١ - نوجد منتصف (مركز) كل فئة.

٢ - نضرب منتصف كل فئة \times تكرارها.

٣ - نجمع حواصل ضرب منتصف كل فئة \times التكرار.

٤ - نقسم الناتج على التكرار الكلي،

ولتوضيح ذلك يمكن أن نطبق هذه الخطوات على المثال الآتي لنوجد المتوسط الحسابي :

١ الفئات	٢ مراكز الفئات من	٣ التكرار ت ن	٤ للتكرار X مراكز الفئات ت ن X من
صفر - ٤	٢	صفر	صفر
٥ - ٩	٧	٢	١٤
١٠ - ١٤	١٢	١١	١٣٢
١٥ - ١٩	١٧	٢٦	٤٤٢
٢٠ - ٢٤	٢٢	١٧	٣٧٤
٢٥ - ٢٩	٢٧	٨	٢١٦
٣٠ - ٣٤	٣٢	٦	١٩٢
٣٥ - ٣٩	٣٧	٣	١١١
٤٠ - ٤٤	٤٢	٢	٨٤
٤٥ - ٤٩	٤٧	١	٤٧
المجموع الكلي	ن = ٧٦		١٦١٢

جدول رقم (١١)

طريقة حساب المتوسط الحسابي للبيانات المجمعة في فئات

$$\bar{x} = \frac{\sum (f \cdot x)}{n} = \frac{1612}{76} = 21.21$$

الانحرافات عن المتوسط :

يتميز المتوسط الحسابي بعدد من الخصائص التي نفيد في تبسيط طرق حساب كثير من المقاييس الإحصائية ، ومن بين هذه الخصائص أن المجموع الجبرى لانحرافات قيم المتغير في توزيع ما عن المتوسط الحسابي لهذه القيم يساوى صفر . بمعنى أننا لو طرحنا كل قيمة من قيم التوزيع من المتوسط الحسابي لهذه القيم يكون الناتج صفرا .

ويمكن التعبير عن هذه الخاصية باستخدام رمز التجميع كالتالى :-

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0$$

ويمكن توضيح هذه الخاصية بالمثال الآتى :

x_i	\bar{x}	$x_i - \bar{x}$
3	5	3 - 5 = -2
6	5	6 - 5 = 1
5	5	5 - 5 = 0
1	5	1 - 5 = -4
10	5	10 - 5 = 5

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0$$

$$n = 5$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 20$$

من المثال السابق يتضح أن مجموع الانحرافات عن المتوسط = صفر .
وتنطبق هذه القاعدة في الحقيقة على جميع التوزيعات التكرارية .

ولذا يمكن تشبيه المتوسط الحسابي بنقطة اتزان التوزيع أو مركز ثقله .
فنزعة الدرجات إلى الانحراف في إحدى جهتي المتوسط تتعادل تماماً مع نزعتها
إلى الانحراف في الجهة الأخرى .

ويجب أن نلاحظ أنه بالرغم من أن مجموع انحرافات جميع الدرجات عن
متوسطها يكون دائماً صفر ، إلا أن مجموع مربعات هذه الانحرافات عن المتوسط
لا يساوي صفر .

$$\text{أي أن } \sum_{i=1}^n (s_i - \bar{s})^2 \neq 0 \text{ صفر } \dots (11)$$

وفي الحقيقة أن مجموع مربعات انحرافات قيم المتغير عن المتوسط الحسابي
هو نهاية صفري . أي أنه يكون أصغر من مجموع مربعات انحرافات قيم المتغير
عن أي قيمة أخرى . وهذا يكون صحيحاً دائماً (إذا لم تكن جميع الدرجات
متساوية) . وبهذا المعنى يعتبر المتوسط مقياساً للنزعة المركزية . ولهذه الخاصية
أهمية كبيرة في حساب كثير من المقاييس الإحصائية التي سنعرض لها فيما بعد .

استخدام طريقة الانحرافات في حساب المتوسط الحسابي :

إذا اعتبرنا أن قيم المتغير تكون ممثلة بالإحداثيات السينية لنقطة متحركة
على المحور السيني ، وعلى اعتبار أن المتوسط الحسابي يمثل بالإحداثي \bar{s} بالنسبة
إلى نقطة الأصل ، s_i بالنسبة إلى نقطة تبعد بمقدار s_i عن نقطة الأصل ،
فإن :

$$\bar{s} = s_i + \bar{s}_i$$

وإذا افترضنا أن s_r ترمز إلى قيمة المتغير بالنسبة إلى نقطة الأصل ،

$$\begin{array}{ccc} s_r & \overline{s_1} & s. \\ \hline & \overline{s_2} & s_r \end{array}$$

النقطة التي تبعد بمقدار $s.$ عن نقطة الأصل فإن :

$$s_r' = s. + s_r$$

$$\overline{s_2} = \frac{\sum s_r'}{n}$$

وبالتعويض في معادلة $\overline{s_1}$ السابقة نجد أن :

$$\overline{s_1} = s. + \frac{\sum s_r'}{n} \dots \dots (12)$$

ويمكن استخدام هذا القانون الذي يعتمد على فكرة نقل نقطة الأصل وحساب المتوسط الحسابي لمجموعة من القيم إذا كانت أعداداً كبيرة . إذ يمكن أن نختار قيمة من بين هذه القيم أو من غيرها ونعتبرها نقطة أصل ، ونحسب انحراف كل قيمة عن هذه النقطة ، وبذلك تيسر العمليات الحسابية .

فمثلاً لإيجاد المتوسط الحسابي للأعداد ٣٠٤ ، ٢٩٥ ، ٢٥٠ ، ٢٣٢ ، ١٨٠ ، يمكن أن نختار العدد ٢٥٠ كنقطة أصل . فيكون انحرافات الأعداد الخمسة عن هذه النقطة هي ٥٤ ، ٤٥ ، صفر ، ١٨ - ، ٧٠ - ويكون المتوسط الحسابي :

$$\overline{s} = \frac{٥٤ + ٤٥ + \text{صفر} - ١٨ - ٧٠}{٥} + ٢٥٠ =$$

$$\frac{١١}{٥} + ٢٥٠ =$$

$$250 + 2,2 =$$

$$252,2 =$$

ونحصل على نفس النتيجة مهما كان العدد الذي نختاره كنقطة أصل سواء كان من بين مجموعة القيم المطلوب إيجاد المتوسط الحسابي لها أو من غيرها .

أما في حالة البيانات المجمعة في توزيع تكرارى فإننا نختار عادة نقطة الأصل الجديدة من بين مراكز فئات التوزيع .

ويمكن التوصل بطريقة مماثلة إلى القانون الذى يمكن استخدامه في إيجاد المتوسط الحسابي لمجموعة من البيانات المجمعة في توزيع تكرارى بطريقة مختصرة وهو :

$$\bar{x} = s. + \frac{\text{مجموع} (ت \times ح)}{ن} \times ف \dots \dots \dots (١٣)$$

أى أن المتوسط الحسابي للمتغير الاصلى = المتوسط الفرضى + المتوسط الحسابي للمتغير الجديد مضروباً في طول الفئة .

ويحسن اختيار المتوسط الفرضى بحيث يناظر مركز الفئة القريبة من وسط التوزيع والى يكون تكرارها كبيراً .

كما يحسن أن يكون هذا المركز هو مركز الفئة التى نحكم بالبداية أنه قريب من المتوسط الحسابي الحقيقي للتوزيع .

ولتوضيح كيفية تطبيق هذه الصيغة نوجد المتوسط الحسابي للبيانات الموضحة بمجدول رقم (١٢) وهى تمثل التوزيع التكرارى لدرجات ٧٦ طالباً في أحد الاختبارات :

١ الفئات	٢ مراكز الفئات	٣ التكرار (ت)	انحرافات الفئات (ح)	ت × ح
صفر - ٤	٢	صفر	٣ -	صفر
٥ - ٩	٧	٢	٢ -	٤ -
١٠ - ١٤	١٢	١١	١ -	١١
١٥ - ١٩	١٧	٢٦	صفر	صفر
٢٠ - ٢٤	٢٢	١٧	١ +	١٧ +
٢٥ - ٢٩	٢٧	٨	٢ +	١٦ +
٣٠ - ٣٤	٣٢	٦	٣ +	١٨ +
٣٥ - ٣٩	٣٧	٣	٤ +	١٢ +
٤٠ - ٤٤	٤٢	٢	٥ +	١٠ +
٤٥ - ٤٩	٤٧	١	٦ +	٦ +
المجموع	ن =	٧٦		٦٤

جدول رقم (١٢)
توزيع تكراری لدرجات ٧٦ طالبا
في احد الاختبارات

$$\bar{s} = s + \frac{f \times (t \times h)}{n}$$

$$0 \times \frac{78}{47} + \left(\frac{119 + 10}{2} \right)$$

$$E_{21} + IV =$$

وهي نفس النتيجة السابقة . ٢١، ٢١

وبلاحظ أننا اخترنا مركز الفئة (١٥ - ١٩) أى $\frac{15+19}{2}$ $\bar{x} = 17$ كمتوسط فرضى لأنه يناظر أكبر تكرار ، ولهذا وضعنا أمام هذه الفئة الرقم صفر لأنها تنحرف عن نفسها صفر .

ثم رتبنا الانحرافات الفئات الأقل كالاتى :

$$- ٥ ، - ١٠ ، - ١٥ \text{ وانحرافات الفئات الأكبر } + ٥ ، + ١٠ ، + ١٥ ، + ٢٠ ، + ٢٥ ، + ٣٠ .$$

ولما كانت هذه الانحرافات جميعا من مضاعفات الخمسة (وهى طول الفئة) ، يفضل قسمة كل من هذه الانحرافات على طول الفئة وهو ٥ تبسيطا للعمليات الحسابية . وبذلك تكون الانحرافات محسوبة بدلالة طول الفئة .

ولا تختلف قيمة المتوسط الحسابى الناتج لنفس التوزيع مهما كان مركز الفئة التى نختارها كمتوسط فرضى .

ولسكن يجب أن نلاحظ أن قيمة المتوسط الحسابى المحسوبة من البيانات المجمعة فى توزيع تكرارى تكون مختلفة اختلافا قليلا عن القيمة الحقيقية لهذا المتوسط أى عن القيمة المحسوبة لهذه البيانات قبل تجميعها . وذلك لأننا لتسهيل العمليات الحسابية فى التوزيعات التكرارية نضطر إلى افتراض أن جميع الدرجات الواقعة فى فئة ما تكون متساوية ومساوية لمركز هذه الفئة ، وهذا الفرض لا يخلو من الخطأ . فالدرجات الواقعة فى فئة ما تختلف بالعاب عن مركز هذه الفئة بمقادير معينة . إلا أن هذه الاختلافات أو الفروق تميل إلى تعويض بعضها البعض فى الفئة الواحدة ، إذ أن بعضها موجب والبعض الآخر سالب ، كما أنها تميل إلى تعويض بعضها البعض فى التوزيع كله ، وبخاصة إذا كان عدد الدرجات كبيرا ، ولو أن الخطأ - ويسمى بخطأ التجميع - لا يندم تماما فى معظم الحالات . وعلى كل حال فإن هذا الخطأ يكون طفيفا فى العادة ، إذ لا بأس من التضحية بشئ طفيف من الدقة فى سبيل توفير الكثير من مشقة العمليات الحسابية إذا

لم يتوفر لدى الباحث آلة حاسبة أو حاسب الكتروني . ومع هذا فلا بد من التدقيق في طريقة تجميع الدرجات للتقليل من هذا الخطأ بقدر الإمكان .

حساب المتوسط الحسابي لمجموعة من الدرجات باستخدام متوسطات مجموعاتها الجزئية :

أحيانا يكون لدينا متوسطات مجموعات من الدرجات ونود حساب المتوسط الحسابي للمجموعة الكلية التي تشتمل على هذه المجموعات جميعا . فإذا علمنا الدرجات الأصلية لكل مجموعة ، فإنه يسهل علينا جمع جميع هذه الدرجات وقسمة المجموع على عدد هذه الدرجات ، وبذلك نحصل كالمعتاد على المتوسط الحسابي للمجموعة الكلية . إلا أن هذه الطريقة تكون شاقة ، كما أننا ربما لا يكون لدينا الدرجات الأصلية لمكمل مجموعة . فلهي نوجد المتوسط الحسابي في هذه الحالة دون الاعتماد على وجود الدرجات الأصلية ، يجب أن نعطي أوزانا لمتوسط كل مجموعة منها تبعا لعدد الدرجات التي تتكون منها المجموعة . ويمكن أن نجرى ذلك باستخدام الصورة الآتية :

$$\bar{S} = \frac{w_1 \bar{S}_1 + w_2 \bar{S}_2 + \dots + w_n \bar{S}_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n} \quad (14)$$

وتشير الحروف w_1, w_2, \dots, w_n إلى عدد قيم المجموعات ، $\bar{S}_1, \bar{S}_2, \dots, \bar{S}_n$ إلى متوسطات المجموعات ، ويمكن توضيح ذلك بالمثال التالي :

إذا افترضنا أن لدينا ثلاث مجموعات من القيم تتكون المجموعة الأولى من ٥ قيم ، والمجموعة الثانية من ٤ قيم والمجموعة الثالثة من قيمتين ، والمطلوب إيجاد المتوسط الحسابي للمجموعة الكلية

فأول خطوة الأولى هي أن نحسب المتوسط الحسابي لكل من المجموعات الثلاث كالآتي :

المجموعة (١)	المجموعة (٢)	المجموعة (٣)
٥	٨	١٠
٧	١١	٤
١٠	٢٠	
٩	١	
٤		
المجموع ٣٥	٤٠	١٤
المتوسط ٧	١٠	٧

ثم نطبق القانون السابق :

$$\bar{X} = \frac{w_1 \bar{x}_1 + w_2 \bar{x}_2 + w_3 \bar{x}_3}{w_1 + w_2 + w_3}$$

$$= \frac{7 \times 2 + 10 \times 4 + 7 \times 5}{2 + 4 + 5}$$

$$= \frac{89}{11} = 8.09$$

المتوسط الحسابي المرجح : Weighted Mean

في بعض الأبحاث يعطى المتغير أوزاناً معينة بحسب أهميته أو قيمته في البحث . ففي بعض الاستبيانات تعطى وزناً قدره ٥ للإجابة « أوافق جداً » ، ووزناً قدره ٤ للإجابة « أوافق » ، ووزناً قدره ٣ للإجابة « لا أدري » ، ووزناً قدره ٢ للإجابة « لا أوافق » ، ووزناً قدره ١ للإجابة « لا أوافق إطلاقاً » .

كذلك في تقدير الدرجة النهائية لمجموعة من الطلاب قد تعطى أوراها خاصة لكل من الدراسة العملية ، ومتوسط الاختبارات الشفهية ، ومتوسط الاختبارات التحريرية بحسب أهمية كل منها في تقويم الطلاب في الدراسة .

وتسمى هذه الطريقة بطريقة الترجيح بالأوزان ، كما يسمى المتوسط الحسابي لها بالمتوسط الحسابي المرجح أو الموزون . أى أن :

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع } x_i \cdot w_i}{n} \quad \dots \dots \dots (١٥)$$

حيث w_i ترمز إلى الوزن الذى نختاره .

$$n = \text{مجموع الأوزان}$$

وهذه المعادلة تشبه المعادلة التى استخدمناها في حساب المتوسط الحسابي لمجموعة من الدرجات باستخدام متوسطات مجموعاتها الجبرئية ، ولذلك يمكن اعتبار المتوسط الحسابي لتوزيع تكرارى متوسطا حسابيا مرجحا بأوزان تساوى التكرارات .

مزايا وعيوب المتوسط الحسابي كقياس للنزعة المركزية :

المتوسط الحسابي هو أكثر مقاييس النزعة المركزية استخداما وبخاصة في حالة القياس الفترى والنسبي ، كما أنه أقربها إلى تحقيق جميع شروط يول Yule التى سبق أن ذكرناها . والمتوسط الحسابي أكثر هذه المقاييس ثباتا (أى لا تتغير قيمته كثيراً من عينة إلى أخرى) إذا كان التوزيع متماثلا (غير ملتويا) . كما أنه أكثرها قابلية للمعالجة الرياضية وتستخدم في حسابه طريقة موضوعية تشمل جميع قيم المتغير . والمتوسط الحسابي يتأثر بدرجة أكبر بأى تغيير يحدث في قيم المتغير ، وهذه الخاصية مفيدة في البحث التجريبي عند ما يود الباحث دراسة أثر طريقة تجريبية معينة على متغير ما .

كما أن المتوسط الحسابي يرتبط بغيره من المقاييس الإحصائية الهامة والشائعة الاستخدام مثل التباين ، ومعامل ارتباط بيرسون واختبار (ت) وغيرها كما سنرى فيما بعد .

غير أن المتوسط الحسابي لا يصلح لتمثيل البيانات التي تؤدي إلى توزيعات شديدة الالتواء لأنه يتأثر بالقيم المتطرفة أى التي تشذ عن بقية قيم المجموعة .

فمثلاً إذا كنا نريد حساب متوسط دخل مجموعة من الأفراد أغلبهم من ذوي الدخل المحدود ، وكان من بينهم أقلية صغيرة من ذوي الدخل المرتفع جداً ، فإن المتوسط الحسابي يكون أعلى مما ينبغى ، ولا يصلح لتمثيل المجموعة .

الوسيط : Median

إذا كانت s_1, s_2, s_3, \dots هي قيم مفردات مجموعة ما ، وكانت هذه القيم مرتبة ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً ، فإن الوسيط هو قيمة المفردة التي يسبقها عدد من المفردات يساوى عدد المفردات التي تعقبها .

أى أن الوسيط هو النقطة التي تقسم التوزيع إلى قسمين بحيث يكون عدد الدرجات التي تقع أعلى هذه النقطة يساوى عدد الدرجات التي تقع أسفل النقطة .

ويعتمد حساب الوسيط على ما إذا كان عدد الدرجات فردياً أم زوجياً ، وعلى ما إذا كان هناك تكرار لدرجة معينة بالقرب من الوسيط ، ونهتم بهـ إذا التكرار فقط عند ما يحدث بالقرب من الوسيط ، وفيما عدا ذلك يمكن إغفال هذا التكرار .

وفيما يلي طريقة حساب الوسيط في حالات ثلاث :-

١ - إذا كان عدد الدرجات فردياً ، ولا يتكرر أى منها بالقرب من

الوسيط :

فهنا يكون الوسيط هو الدرجة الوسطى . فإذا كانت الدرجات هي

(٣، ٥، ٦، ٧، ١٠) فإن الدرجة ٦ تقسم هذا التوزيع إلى نصفين ، نظراً لأن الدرجتين ٣، ٥ أقل من ٦ ، والدرجتين ٧، ١٠ أكبر من ٦ .

٢ إذا كان عدد الدرجات زوجياً ، ولا يتكرر أى منها بالقرب من

الوسيط :

فهنا يكون الوسيط مساوياً لمتوسط الدرجتين اللتين تقعان في وسط التوزيع .
فإذا كانت الدرجات هي (٣، ٥، ٦، ٧، ١٠، ١١) فإن الدرجة التي تقسم هذا التوزيع إلى نصفين تقع بين الدرجتين ٦، ٧ وهنا يكون الوسيط مساوياً

$$6,5 = \frac{7 + 6}{2}$$

٣ - إذا كانت بعض الدرجات تتكرر بالقرب من الوسيط :

إذا تكرر عدد من الدرجات بالقرب من الوسيط ، فإننا يمكن أن نحصل على الوسيط بواسطة عملية استكمال Interpolation بغض النظر عما إذا كان عدد الدرجات فردياً أو زوجياً . فإذا كانت الدرجات هي (٢، ٤، ٥، ٥، ٥، ٦، ٦، ٧) فهنا يجب أن يقع الوسيط بين الدرجتين الرابعة والخامسة وكل منهما ٥، وفي مثل هذه الحالة نفترض أن الدرجات ٢، ٤، ٥، ٥ تقع أسفل الوسيط ، والدرجات ٥، ٦، ٦، ٧ تقع أعلى الوسيط . فإذا قلنا أن الوسيط يقع بين الدرجتين الرابعة والخامسة ، وكل منهما ٥ ، لانه يكون بذلك قد حددنا قيمة واحدة دقيقة للوسيط ، ولذلك يفضل تحديد هذه القيمة .

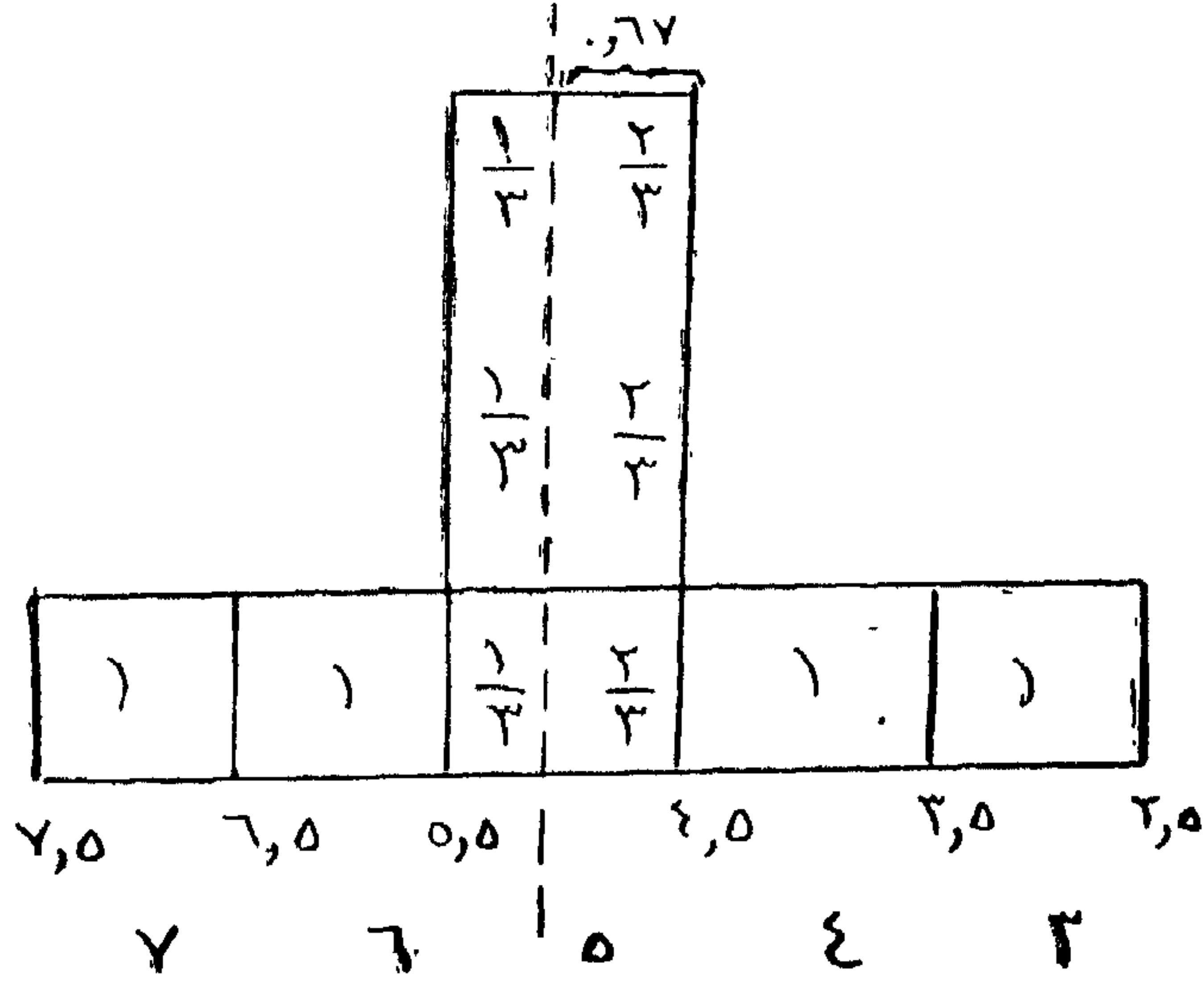
وبالنظر إلى شكل رقم (١١) الذي يمثل هذه المجموعة من الأعداد بيانياً نجد أننا قد مثلنا كل درجة منها بمستطيل صغير على ميران القياس فوق الحدود الحقيقية للدرجات .

ونظراً لأن لدينا ٨ درجات تقع أربع منها أعلى الوسيط ، والأربع الأخرى أسفله ، لذا يجب أن تقع الدرجتان ٣ ، ٤ أسفل الوسيط ، كما يجب أن تقع الدرجتان ٥ ، ٥ أى ثلثا عدد تكرار الرقم ٥ - لأن الرقم ٥ مكرر ثلاث مرات -

أسفل الوسيط أيضاً ، أى ثلثا المسافة على خط الدرجات ، التى تناظر القيمة ٥ .

وهذه تساوى $\frac{2}{3} \times 1 = 0,67$ تقريباً .

الوسيط = $0,17$



شكل رقم (١١)

طريقة حساب الوسيط اذا كانت بعض الدرجات تتكرر بالقرب من الوسيط
(عدد الدرجات زوجى)

ويجب أن نضيف هذه القيمة على الحد الحقيقى الأدنى للدرجة ٤,٥ لنصل
إلى النقطة التى تناظر ثلثي المسافة المذكورة .

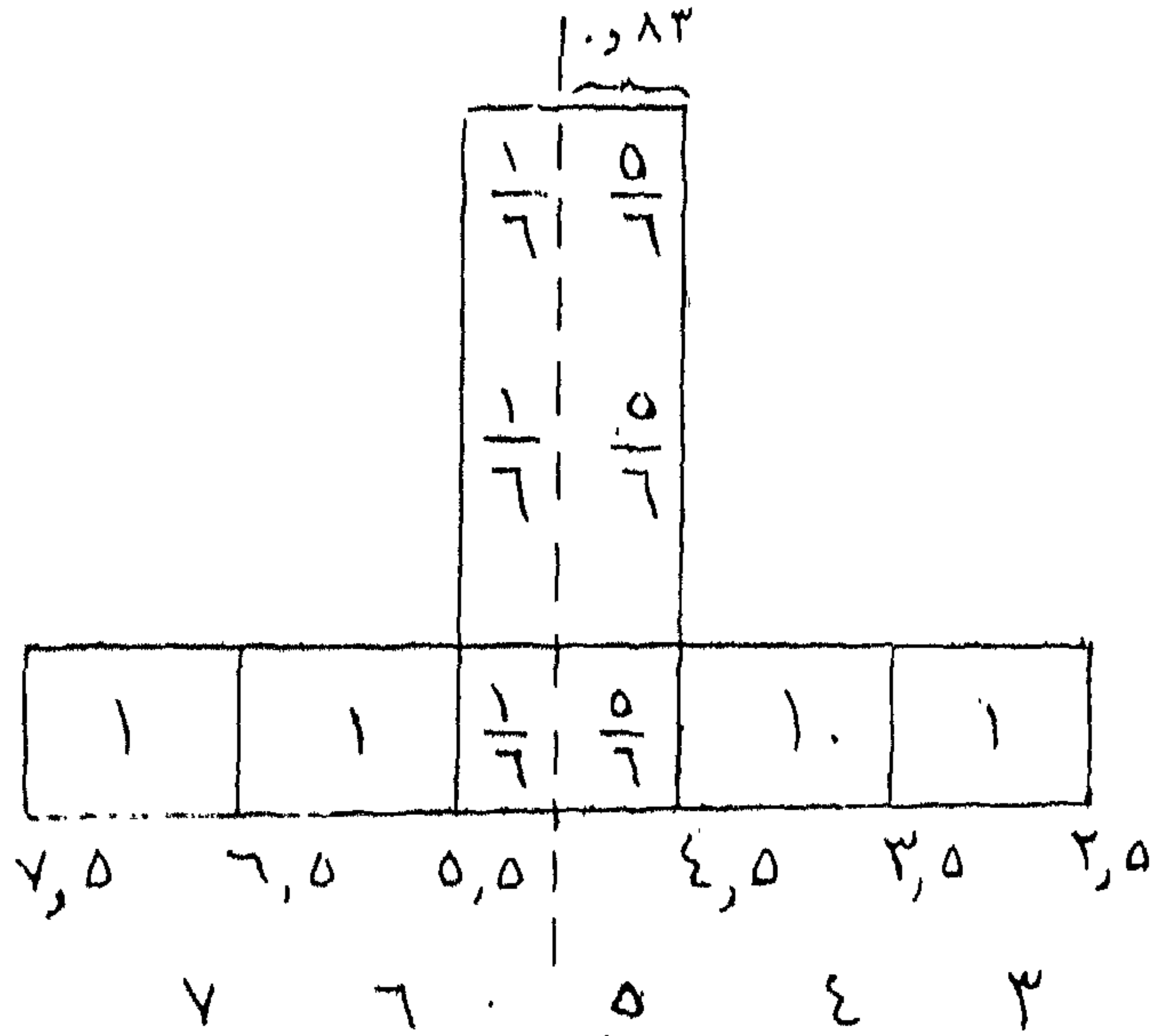
أى أن الوسيط $= 4,5 + 0,67 = 5,17$. وباختصار فإن الوسيط
(الذى يمثل الخط الرأسى المتقطع) يقسم المسافة السككية إلى جزأين متساويين .

ويمكن اتباع نفس الطريقة إذا كان عدد الدرجات فردياً . فإذا افترضنا أن
الدرجات هى (٣ ، ٤ ، ٥ ، ٥ ، ٥ ، ٦ ، ٦ ، ٧ ، ٧) فإنه يمكن تمثيل هذه
الدرجات بيانياً فى شكل رقم (١٢) ، ونظراً لأن عدد الدرجات فردى وهو ٩ ،
فإن الوسيط يجب أن يكون هو النقطة التى تقع أسفلها ٤,٥ من الدرجات ،
وتقع أعلاها ٤,٥ من الدرجات . فإذا بدأنا العد من أصغر الدرجات إلى أكبرها

نجد أن الدرجتين ٣ ، ٤ سوف تقعان أسفل الوسيط ، ويتبقى ٢,٥ من الدرجات الثلاث التي تساوي كل منها ٥ .

$$\text{وهذه} = \frac{٢,٥}{٣} = \frac{٥}{٦} = ٠,٨٣$$

$$\text{الوسيط} = ٥,٣٣$$



شكل رقم (١٢)

طريقة حساب الوسيط إذا كانت بعض الدرجات تتكرر بالقرب من الوسيط
(عدد للدرجات فردى)

ولذلك فإن الدرجتين ٣ ، ٤ مضافا إليها ٠,٨٣ من المسافة التي تناظر الدرجة ٥ كلها سوف تقع أسفل الوسيط ، فالوسيط سيكون أعلى من الحد الحقيقي الأسفل للفئة ٥ وهو ٤,٥ بقدر ٠,٨٣

$$\text{فالوسيط إذن} = ٤,٥ + ٠,٨٣ = ٥,٣٣$$

ويمكن التعبير عن هذه الخطوات بالصورة اللفظية الآتية التي يمكن أن تستخدم لاختصار هذه الخطوات وهي :-

الوسيط = الحد الأدنى للقيمة الوسيطة +

ترتيب الوسيط — عدد الدرجات التي تقع دون الحد الحقيقي الأدنى للقيمة الوسيطة
تكرار القيمة الوسيطة

(١٦) ٠,٠٠٠٠٠٠٠٠

فإذا طبقنا هذه الصورة على أحد المثالين السابقين وليكن المثال الثاني نجد أن :

$$\frac{2 - \frac{1}{2}}{3} + 4,5 = \text{الوسيط}$$

$$\frac{2,5}{3} + 4,5 =$$

$$0,83 + 4,5 =$$

$$5,33 =$$

ونلاحظ في هذا المثال أن الحد الأدنى للقيمة الوسيطة هو ٤,٥ وأن هناك درجتان هما ٣ ، ٤ تقعان دون هذا الحد الأدنى ، كما أن القيمة الوسيطة تكررت ٣ مرات .

حساب الوسيط إذا كانت البيانات مجمعة في توزيع تكرارى :

إذا كانت البيانات مجمعة في توزيع تكرارى فيمكن تمثيلها بيانيا بواسطة المدرج التكرارى أو المضلع التكرارى ويكون الوسيط هو النقطة التي على المحور الأفقى التي لو رسم منها مستقيم مواز للمحور الرأسى يقسم المدرج أو المضلع إلى قسمين متساويين فى المساحة .

ويمكن بطريقة مماثلة للطريقة السابقة أن نستنتج صورة تستخدم لحساب الوسيط إذا كانت البيانات مجمعة فى توزيع تكرارى وهى . —
الوسيط = الحد الأدنى للحقيقى للفئة الوسيطة +

ترتيب الوسيط — التكرار المتجمع للفئة السابقة لفئة الوسيط
تكرار الفئة الوسيطة

(١٧) ٠,٠٠٠٠٠٠٠٠

وعلى هذا فإن إيجاد الوسيط يتطلب تحديد الفئة الوسيطة كما يتطلب تحديد مجموع التكرارات السابقة لهذه الفئة .

وهذا كله يمكن تحديده من جدول التوزيع التكرارى المتجمع الصاعد . كما يمكن أن نتوصل إلى صورة مماثلة إذا أردنا حساب الوسيط من جدول التوزيع التكرارى المتجمع النازل وهى :

الوسيط ... الحد الأعلى الحقيقى للفئة الوسيطة —

$$\text{ترتيب الوسيط} - \text{التكرار المتجمع للفئة اللاحقة بفئة الوسيط} \\ \times \frac{\text{طول الفئة}}{\text{تكرار الفئة الوسيطة}}$$

(١٨)

مثال : احسب الوسيط للبيانات المجمعة الموضحة بجدول رقم (١١)

(١) الفئات	(٢) الحدود الحقيقية للفئات	(٣) التكرار	(٤) التكرار المتجمع الصاعد	(٥) التكرار المتجمع النازل
صفر — ٤	٠,٥ — ٤,٥	صفر	صفر	٧٦
٥ — ٩	٤,٥ — ٩,٥	٢	٢	٧٦
١٠ — ١٤	٩,٥ — ١٤,٥	١١	١٣	٧٤
١٥ — ١٩	١٤,٥ — ١٩,٥	٢٦	٣٩	٦٣
٢٠ — ٢٤	١٩,٥ — ٢٤,٥	١٧	٥٦	٣٧
٢٥ — ٢٩	٢٤,٥ — ٢٩,٥	٨	٦٤	٢٠
٣٠ — ٣٤	٢٩,٥ — ٣٤,٥	٦	٧٠	١٢
٣٥ — ٣٩	٣٤,٥ — ٣٩,٥	٣	٧٣	٦
٤٠ — ٤٤	٣٩,٥ — ٤٤,٥	٢	٧٥	٣
٤٥ — ٤٩	٤٤,٥ — ٤٩,٥	١	٧٦	١
المجموع		٧٦		

جدول رقم (١٢)

طريقته حساب الوسيط للبيانات المجمعة فى توزيع تكرارى

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{76}{2} = 38$$

وبتأمل العمود رقم (٤) من جدول رقم (١٣) نرى أن ١٣ طالبا حصلوا على درجات أقل من ١٤,٥ ، ٣٩ طالبا حصلوا على درجات أقل من ١٩,٥ ، وإذا نرى الوسيط بين القيمتين ١٤,٥ ، ١٩,٥ . أى أن الفئة الوسيطة هي الفئة (١٥ — ١٩) ، والحد الأدنى لها هو ١٤,٥ وتكرارها ٢٦ . أما مجموع التكرارات السابقة لهذه الفئة فهو ١٣ . وبتطبيق القانون المشار إليه فيما سبق نجد أن :

$$\text{الوسيط} = ١٤,٥ + \frac{١٣ - ٣٨}{٢٦} \times ٥$$

$$= ١٤,٥ + \frac{٢٥}{٢٦} \times ٥$$

$$= ١٤,٥ + \frac{١٢٥}{٢٦} = ٤,٨ + ١٤,٥ =$$

$$= ١٩,٣ \text{ تقريبا .}$$

وليس من الضروري حفظ الصورة السابقة ، إذ يمكن حساب الوسيط من جدول التكرار المتجمع الصاعد بعملية تناسب بسيطة . فيعد حساب ترتيب الوسيط واكتشاف الفئة الوسيطة كما سبق ، نلاحظ أننا عند الدرجة ١٤ نكون قد مررنا بعدد قدره ١٣ طالبا . ولكي نصل إلى الطالب الذى ترتيبه ٣٨ ، فنلزم أن نضيف الدرجة التى حصل عليها ٢٥ طالبا آخر (٣٨ — ١٣ = ٢٥) من فئة الوسيط ، وهى (الفئة ١٥ — ١٩) . وعلى فرض أن الدرجات فى هذه الفئة

موزعة توزيعا منتظما على طولها وهو ٥ ، يكون نصيب كل طالب $\frac{١}{٢٦}$ من هذا

$$\text{الطول أى } \frac{١}{٢٦} \times ٥ . \text{ ويكون نصيب ٢٥ طالبا فى هذه الفئة } \frac{٢٥}{٢٦} \times ٥$$

$$\text{ولإذن الوسيط} = ١٤,٥ + ٥ \times \frac{٢٥}{٢٦} = ١٩,٣ \text{ تقريبا.}$$

ويمكن أيضا أن نحسب الوسيط من نفس جدول التوزيع التكرارى المتجمع الصاعد كالآتى :-

$$\text{الوسيط} = ١٩,٥ - ٥ \times \frac{٣٨-٣٩}{٢٦}$$

$$= ١٩,٥ - \frac{٥}{٢٦}$$

$$= ١٩,٥ - ٠,٢ = ١٩,٣ \text{ تقريبا.}$$

وبالمثل يمكن حساب الوسيط من جدول التوزيع التكرارى المتجمع النازل باستخدام العمود رقم (٥) ، ومنه يتضح أن ٦٣ طالبا حصلوا على درجات أكبر من ١٤,٥ (الحد الأعلى الحقيقى للفئة ١٥ - ١٩) ، ٣٧ طالبا حصلوا على درجات أكبر من ١٩,٥ (الحد الأعلى الحقيقى للفئة ٢٠ - ٢٤) . وإذن يقع الوسيط بين القيمتين ١٤,٥ ، ١٩,٥ .
أى أن :-

$$\text{الحد الأعلى الحقيقى لفئة الوسيط} = ١٩,٥$$

$$\text{، تكرار فئة الوسيط} = ٢٦$$

$$\text{، مجموع التكرارات اللاحقة بفئة الوسيط} = ٣٧$$

$$\therefore \text{الوسيط} = ١٩,٥ - ٥ \times \frac{٣٧-٣٨}{٢٦}$$

$$= ١٩,٥ - ٥ \times \frac{١}{٢٦}$$

$$= ١٩,٥ - ٠,٢ = ١٩,٣ \text{ تقريبا}$$

وهى نفس القيمة السابقة .

مزايا وعيوب الوسيط كقياس للنزعة المركزية :

للموسيط أهمية كبيرة كقياس للنزعة المركزية ، وأهم ميزات أنه لا يتأثر بالقيم المتطرفة ، ولهذا يفضل استخدامه في تحليل البيانات التي تمثل بتوزيعات ملتوية ، كما هو الحال في قياس متوسط الدخول أو المرتبات أو عدد ساعات العمل حيث يكون الاهتمام منصبا على دراسة الظروف الاجتماعية أو الاقتصادية للمجموعة موضع البحث .

كما أن الوسيط يصلح لتمثيل التوزيعات المفتوحة التي تشتمل على فئات مفتوحة مثل (٤ -) أو (٩ -) حيث لا يصلح المتوسط الحسابي لتمثيلها .

كما يصلح الوسيط لتمثيل البيانات النوعية حيث يصعب القياس الكمي وإنما نستطيع ترتيب البيانات بحسب نوعها أو حجمها .

هذا فضلا عن أن الوسيط هو أنسب مقياس في حالة تفسير البيانات على أساس الإرباعيات أو الإعشاريات أو المئينيات ، كما سنرى فيما بعد .

وطريقة حساب الوسيط هي طريقة موضوعية غير أنها لا تتضمن جميع قيم المتغير ، والوسيط أقل ثباتا من المتوسط الحسابي ، إذ تختلف قيمته كثيراً من عينة إلى أخرى من نفس المجتمع .

ومن عيوبه أيضا أنه قليل الحساسية بمعنى أننا قد نستبدل كثيراً من قيم المتغير بقيم أخرى دون أن يتأثر الوسيط . ولتوضيح ذلك نعتبر الأعداد : ١٥ ، ١٧ ، ٢٠ ، ٢٥ ، ٣٨ ، ٤٥ ، ٤٦ . وقيمة الوسيط = ٢٥ .

فإذا استبدلنا بالأعداد الثلاثة الأولى الأعداد ٢ ، ٥ ، ٧ مثلاً لما تغيرت قيمة الوسيط . بل لو استبدلنا جميع الأعداد ما عدا العدد ٢٥ مع الاحتفاظ بالترتيب التصاعدي لما تغيرت هذه القيمة ، بينما يتأثر المتوسط الحسابي بأثراً كبيراً بتغيير أى قيمة من قيم المتغير .

المنوال :

المنوال هو قيمة المتغير الذى تكراره نهاية عظمى . أى هو القيمة الأكثر شيوعاً أو تكراراً فى المجموعة .

فمنوال مجموعة الأعداد ٣ ، ٤ ، ٤ ، ٥ ، ٥ ، ٥ ، ٦ ، ٨ هو ٥ . وأحياناً يكون للتوزيع منوالان . مثال ذلك مجموعة الأعداد ٣ ، ٤ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٦ ، ٧ ، ٧ ، ٨ . لها منوالان هما ٤ ، ٧ ، ولذا يسمى هذا التوزيع بالتوزيع ثنائى المنوال Bimodal ، وربما ينتج هذا النوع من التوزيعات إذا قمنا بتحليل بيانات مستمدة من ضم نتائج عينة تشتمل على مجموعتين متباينتين إلى حد كبير من الأفراد .

ويصعب تعيين القيمة الحقيقية للمنوال إذا كانت البيانات مجمعة فى توزيع تكرارى ، ولذا نشير فى هذه الحالة إلى « الفئة المنوالية » وليس « المنوال » . ولعل الطريقة الوحيدة التى تعطىنا قيمة المنوال بدقة فى هذه الحالة هى طريقة توفيق منحنى تكرارى نظرى Curve Fitting لبيانات التوزيع ثم إيجاد الإحداثى السينى لنقطة النهاية العظمى لهذا المنحنى . ولكن المجال لا يسمح هنا بذكر تفاصيل هذه الطريقة .

على أن هناك طرقاً مختلفة للحصول على قيم تقريبية للمنوال ، منها أن نرسم المنحنى التكرارى بالنظر . ونعتبر أن المنوال هو الإحداثى السينى لأعلى نقطة فيه . ولكن هذه الطريقة بعيدة عن الدقة الواجبة لأن رسم هذا المنحنى لا يمكن أن يكون دقيقاً ، فهو ناشئ عن تمهيد المضلع التكرارى تمهيداً ذاتياً ، فضلاً عن صعوبة تحديد أعلى نقطة فيه . كما يمكن أن نعتبر أن المنوال هو مركز الفئة المنوالية (أى الفئة الأكثر تكراراً) ، وهذه الطريقة بعيدة أيضاً عن الدقة لأن المنوال لا يكون واقعاً بالضبط عند مركز الفئة المنوالية إلا إذا كان التوزيع متماثلاً حول هذه الفئة على الأبد ، بمعنى أن يكون تكرار الفئتين المحيطين بالفئة المنوالية متساوياً ،

وهذا قليل الحدوث . والأغلب أن تراكم الدرجات أو القيم يكون مختلفاً في هاتين الفئتين ، وحينئذ لا يكون المنوال في منتصف المسافة بين حدى الفئة المنوالية بل يكون أقرب إلى الحد المجاور للفئة الأكثر تكراراً منه إلى الحد الآخر .

وعلى هذا الأساس يمكن أن نحسب المنوال للبيانات المجمعة في توزيع تكرارى باستخدام إحدى الطريقتين التقريبيتين الآتيتين ، وكل منهما يعتمد على دراسة ثلاث فئات هي الفئة المنوالية والفئتان المحيطان بها .

ولإيضاح هاتين الطريقتين نتناول المثال الآتى ونلخصه في البيانات الآتية :

الفئات	التكرار (ت)
١٦٠ — ١٦٤	١٤
١٦٥ — ١٦٩	٢٢ (الفئة المنوالية)
١٧٠ — ١٧٤	١٠

الطريقة الأولى : (طريقة الرافعة)

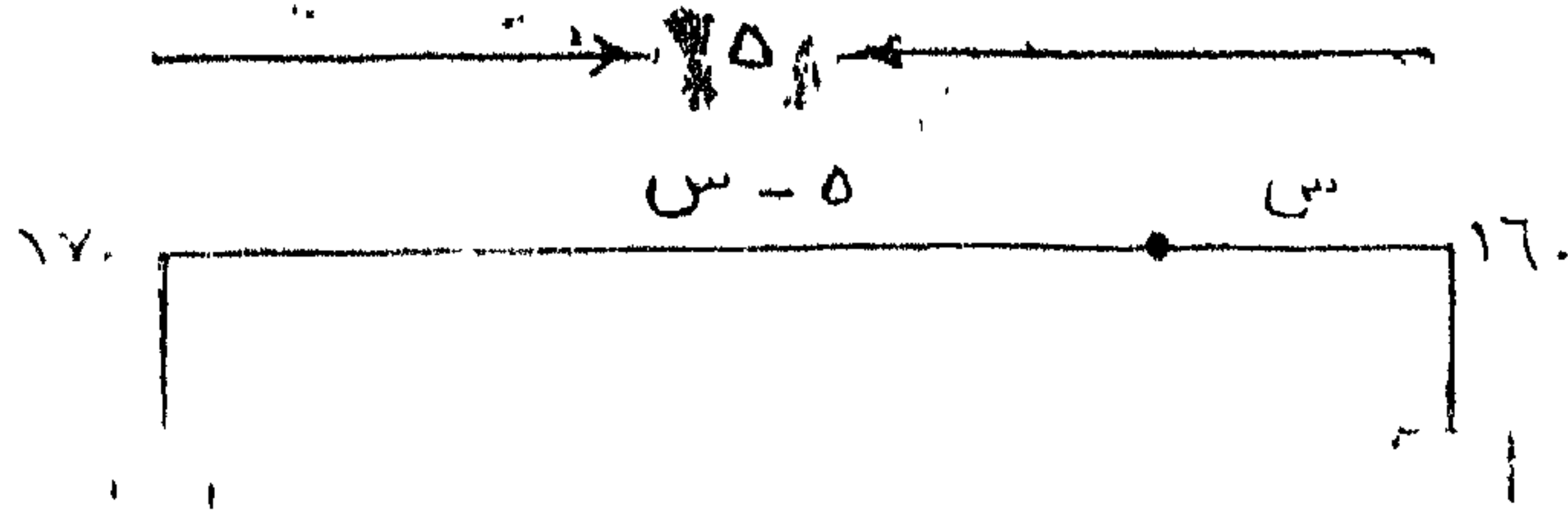
في علم الإحصاء كثيراً ما نفترض أن كل قيمة (ن) من قيم التوزيع تمثل وحدة قوة وهذه الوحدة تساوى $\frac{1}{n}$ من القوة السكلية (جميع قيم التوزيع) التى يمثلها التوزيع بأكمله . وعلى أساس هذا الافتراض يمكن أن نعتبر أن الفئتين المحيبتين بالفئة المنوالية تجذبان المنوال بقوتين متناسبتين مع تكراريهما .

وإذن يكون المنوال هو النقطة التى تقسم طول الفئة المنوالية بنسبة تكرارى الفئتين الأخريين .

$$\bullet \text{ أى أن المنوال في المثال السابق } = ١٦٥ + \frac{١٠}{٢٢} \times$$

$$= ١٦٥ + ٢,٠٨ = ١٦٧,٠٨ \text{ تقريباً .}$$

ويمكن تمثيل ذلك بيانيا بالرافعة المبينة بالشكل الآتي :



شكل رقم (١٣)

حساب المنوال بطريقة الرافعة للبيانات المجمعة

فحسب قاعدة العزوم :

$$١٤ \times س = ١٠ (٥ - س)$$

$$\therefore ١٤ س + ١٠ س = ٥٠$$

$$\therefore ٢٤ س = ٥٠$$

$$\therefore س = ٢,٠٨ \text{ تقريباً}$$

$$\text{إذن المنوال} = ١٦٥ + ٢,٠٨ = ١٦٧,٠٨ \text{ تقريباً}$$

وبلاحظ أننا هنا قد وضعنا التكرارين ١٤ ، ١٠ عند طرفي الفئة المنوالية ، والأفضل وضعهما في مركزي الفئتين المحيبتين بالفئة المنوالية ، كما أننا أهملنا تكرار الفئة المنوالية ذاتها . ولذا فهذه الطريقة غير دقيقة ، وتفضل عليها الطريقة الثانية ،

الطريقة الثانية (طريقة الفروق أو طريقة بيرسون) :

في هذه الطريقة نعتبر أن القوتين الجاذبتين للمنوال هما فرق تكرار الفئة المنوالية عن تكراري الفئتين المحيبتين بها . ويكون المنوال هو النقطة التي تقسم طول الفئة المنوالية بنسبة هذين الفرقين .

الفئات	التكرار	الفروق
١٦٤ — ١٦٠	١٤	{ ل, ٢٢ = ١٤ — ٨ =
١٦٩ — ١٦٥	٢٢	{ ل, ٢٢ = ١٠ — ١٢ =
١٧٤ — ١٧٠	١٠	

$$\text{والمثنو} \equiv \text{أ} + \frac{\text{ل}}{\text{ل} + \text{ل}} \times \text{ف} \dots (١٩)$$

حيث أ ترمز إلى الحد الأدنى للفئة المتوالية

ل, ل ترمزان إلى فرق تكرار الفئة المتوالية عن تكرار الفئتين المحيطةين بها .

ف ترمز إلى طول الفئة

$$\text{إذن المثنو} \text{ في المثال السابق} = ١٦٥ + \frac{٨}{٢٠} \times ٥$$

$$= ١٦٥ + ٢$$

$$= ١٦٧$$

مزايا وعيوب المثنو كقياس للنزعة المركزية :

يمكن للباحث النفسى أو التربوى الذى يهتم بدراسة مدى شيوع ظاهرة معينة أن يستخدم المثنو كقياس للنزعة المركزية . ويمتاز المثنو بأنه لا يتأثر بالقيم المتطرفة ، وهو فى هذه الحالة يفضل المتوسط الحسابى كما يفضل فى حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة والتوزيعات الشديدة الالتواء ، غير أنه لا يعتمد على جميع قيم المتغير موضع البحث ، ولذا فهو قليل الحساسية وقليل الثبات . كما أنه

لا يدخل في حساب غيره من المقاييس الإحصائية إلا نادراً ، ويقتصر استخدامه في التحليل الوصفي للبيانات . واذلك فإن استخدامه في البحوث النفسية والتربوية قليل ، فهو لا يصلح إلا كقياس تقريبي سريع للنزعة المركزية .

الوسط الهندسي :

الوسط الهندسي لمجموعة من القيم عددها n هو الجذر النوني لحاصل ضرب هذه القيم ، ويرمز له بالرمز H .

فتلا الوسط الهندسي للقيم ١ ، ٢ ، ٤ هو

$$H = \sqrt[4]{(1)(2)(4)} = 2$$

والوسط الهندسي هو نوع خاص من المتوسطات يستخدم في دراسة الظواهر التي تميل إلى التغير بنسبة ثابتة كما في دراسة تزايد السكان أو النمو الجسمي أو العقلي للأطفال . فقد لوحظ أن التغير في مثل هذه الحالات يحدث بنسب تكاد تكون ثابتة .

فإذا اعتبرنا القيم ٣ ، ٩ ، ٢٧ ، ٨١ ، ٢٤٣ وهي قيم تتغير بنسبة ثابتة ، فهنا ليس من المعقول أن تمثل هذه المجموعة — أى توجد القيمة النموذجية Typical التي تمثلها — باستخدام المتوسط الحسابي .

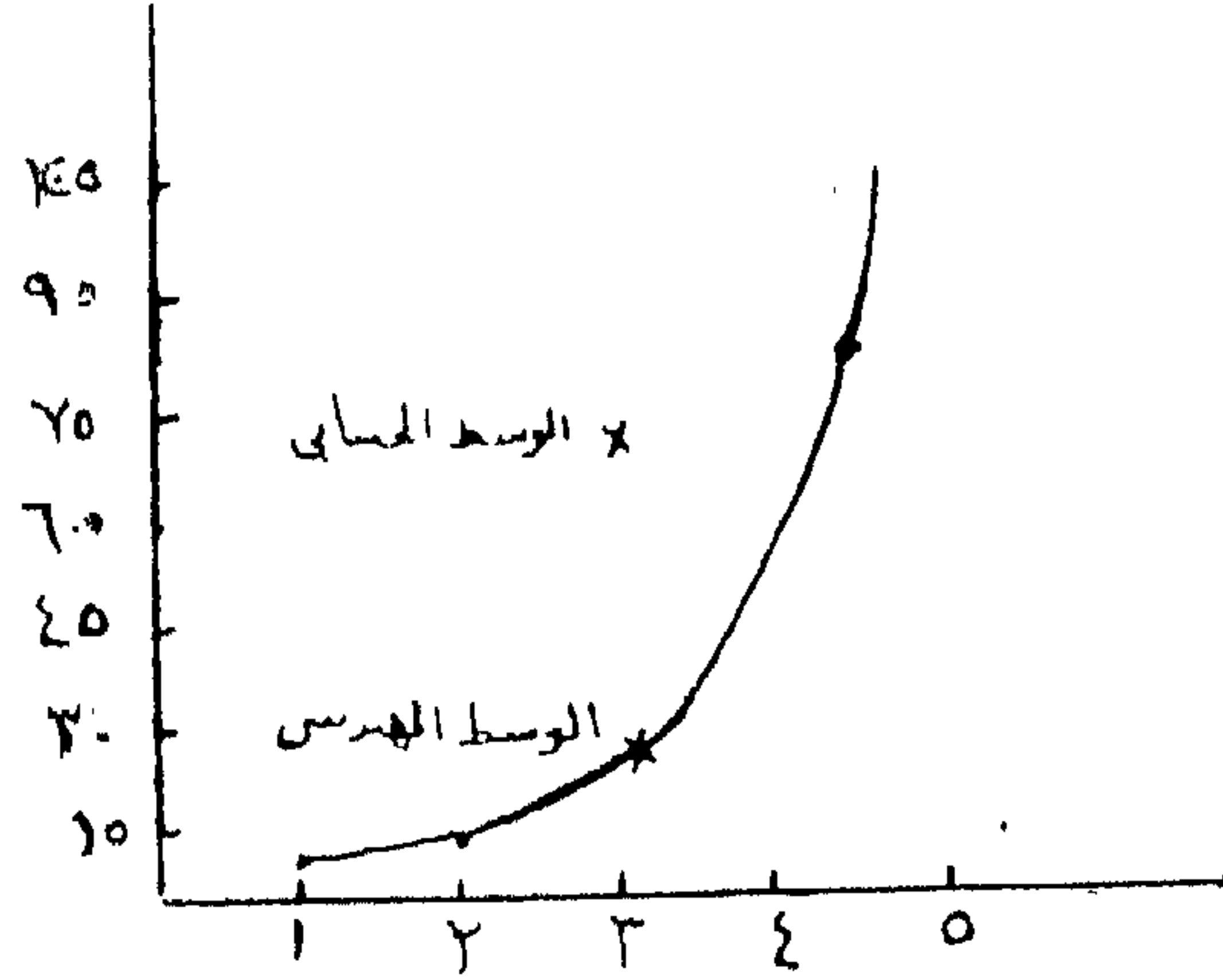
$$\frac{243 + 81 + 27 + 9 + 3}{5} = \text{المتوسط الحسابي لهذه القيم}$$

$$72.6 \approx$$

أما الوسط الهندسي لهذه القيم فهو =

$$H = \sqrt[5]{(243)(81)(27)(9)(3)}$$

فقيمة الوسط الهندسي بلا شك تتوسط المجموعة بل هي في الواقع إحدى قيم المجموعة وتقع على المنحنى الممثل لها ، وبذلك فهي تمثلها بدرجة أفضل من المتوسط الحسابي كما في الشكل رقم (١٤) الآتي :



شكل رقم (١٤).

الوسط الهندسي والوسط الحسابي لمجموعة من القيم

ويلاحظ أننا نستخدم جميع القيم الملاحظة في حساب الوسط الهندسي ، وهو قليل التأثير بالقيم المتطرفة ، ويصلح للمعالجة الرياضية . غير أنه لا يكون له معنى إذا اشتملت البيانات على أي قيم صفرية أو سالبة . وهو لا يستخدم أيضاً إلا نادراً في البحوث النفسية والتربوية .

كيف يختار الباحث مقياس النزعة المركزية المناسب عند تحليل البيانات :

إن أول ما يجب أن يأخذه الباحث في الاعتبار عند اختيار مقياس النزعة المركزية عند تحليل بياناته هو ميزان أو مستوى القياس المناسب للبيانات . فإذا كان ميزان القياس الخاص بالبيانات من المستوى الاسمي يكون المنوال هو المقياس المناسب . وإذا كان ميزان القياس من المستوى الرتبى يمكن استخدام المنوال أو الوسيط . أما إذا كان ميزان القياس من المستوى الفترى فإنه يمكن في هذه الحالة استخدام أي من المتوسط أو الوسيط أو المنوال ، وأحياناً يكون من

المرغوب فيه استخدام أكثر من مقياس واحد للنزعة المركزية لنفس مجموعة البيانات .

والاعتبار الثاني الذي يجب مراعاته عند اختيار مقياس النزعة المركزية هو الغرض من استخدامه . فإذا كان الباحث يود مجرد وصف البيانات بدرجة أفضل ، فالهم هنا هو أن يكون مقياس النزعة المركزية معبرا حقيقيا عن البيانات التي يمثلها .

أما إذا أراد الباحث أن يستدل على خصائص المجتمع الأصل من نتائج العينة فإن اختياره لمقياس النزعة المركزية سوف يتحدد إلى درجة كبيرة بالأسلوب الإحصائي الذي يناسب البيانات وفروض البحث .

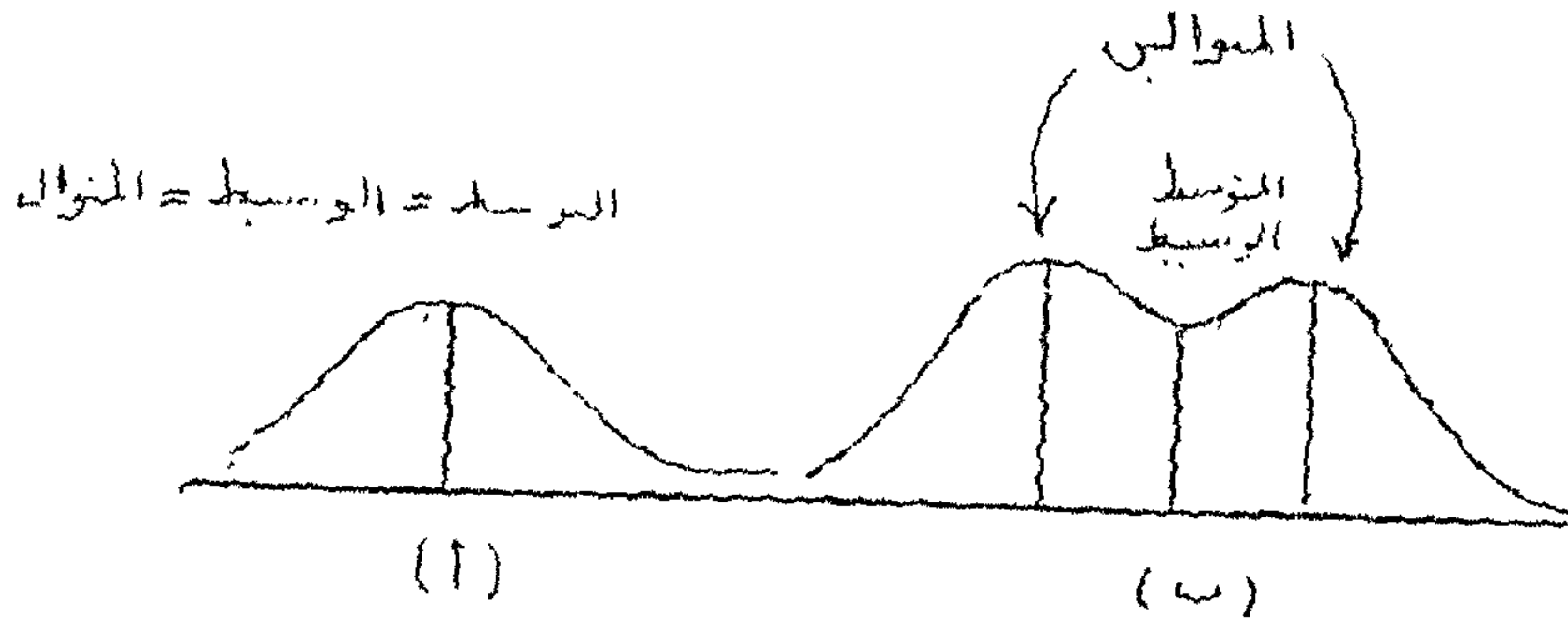
وسوف يجد الباحث كثيرا من هذه الأساليب الإحصائية الاستدلالية في الجزء الثاني من هذا الكتاب .

والمتوسط الحسابي يتميز بعدة مميزات ، فنظرا لأنه يمكن تعريفه بطريقة جبرية فإنه يسمح بكثير من العمليات مما يجعل استخدام المتوسط الحسابي أمرا أساسيا . كما أن المتوسط الحسابي يعد أكثر مقاييس النزعة المركزية استخداما في الاستدلال الإحصائي من العينة إلى المجتمع الأصل . فتوسط العينة يحتمل بدرجة أكبر أن يستخدم لتقدير بارامتر المجتمع الأصل عن غيره من مقاييس النزعة المركزية ، إلا أن المتوسط يتأثر بدرجة أكبر بالقيم المتطرفة عن غيره من المقاييس . وينطبق هذا بصفة خاصة في حالة العينات الصغيرة . وهنا يفضل استخدام الوسيط بدلا من المتوسط .

ويبين الشكل رقم (١٥) العلاقة بين المتوسط ، والوسيط ، والمنوال ، للتوزيعات المتماثلة .

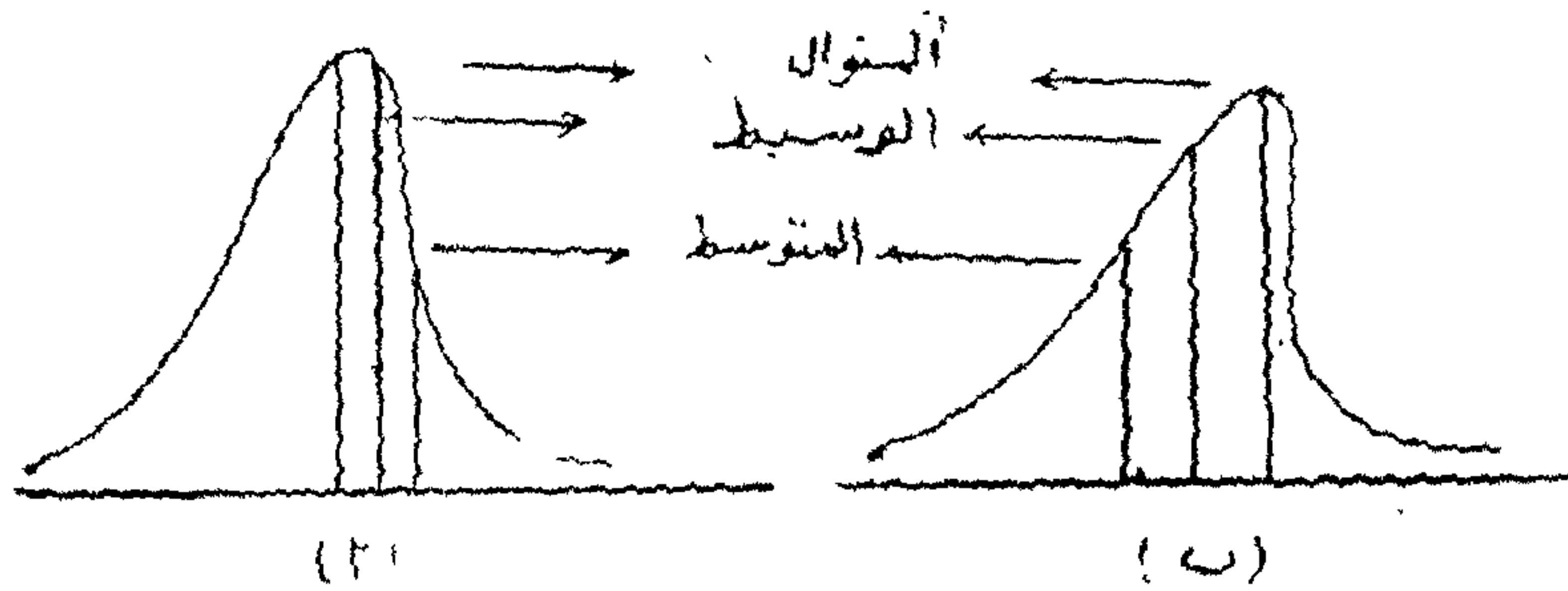
والمنحنى (أ) أحادي المنوال ، والمنحنى (ب) ثنائي المنوال . ويبين الشكل رقم (١٦) العلاقة بين المتوسط والوسيط والمنوال للتوزيعات غير المتماثلة . فالمنحنى (أ) في هذا الشكل يمثل التواء موجبا ، والمنحنى (ب) يمثل التواء سالبا ،

ويحسن في مثل هذه التوزيعات استخدام الوسيط كقياس للنزعة المركزية ، وهو النقطة التي على المحور الأفقي التي اورسنا منها مستقيماً عمودياً على هذا المحور يقسم المنحنى إلى جزأين متساويين .



شكل رقم (١٥)

المتوسط والوسيط والمنوال للتوزيعات المتماثلة



شكل رقم (١٦)

المتوسط والوسيط والمنوال للتوزيعات غير المتماثلة

وفي التوزيعات المتماثلة تتساوى قيم المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال . أما في التوزيعات القريبة من التوزيعات المتماثلة فإن هذه المتوسطات الثلاثة تتكاد في قرابة من بعضها . وقد وجد يرسون أن هناك علاقة تقريبية بينها وهي أن :

$$\text{المتوسط} - \text{المنوال} = \frac{3}{8} (\text{المتوسط} - \text{الوسيط})$$

والمواضع النفسية لهذه المتوسطات موضحة فى الشكل رقم (١٦) .

وبما أن الوسيط الحسابى والوسيط أسهل فى حسابهما من المتوال . فإن هذه المعادلة تستخدم أحيانا لإيجاد قيمة تقريبية للمتوال فى الحالات التى يكون فيها التوزيع قريبا من التامثل .

ويلاحظ أن المتوال هو موقع العمود النازل من قمة المنحنى على المحور الأفقى . وأن الوسيط هو موقع العمود الذى يقسم مساحة المنحنى إلى قسمين متساويين . أما المتوسط الحسابى فهو موقع العمود المار بمركز ثقل التوزيع ، كما يلاحظ أنه أكثر ميلا نحو الجانب الملتوى .

تمارين على الفصل الثالث

١ — أوجد المتوسط ، والوسيط ، والمنوال لكل مجموعة من مجموعات الدرجات الآتية ، وبين أن : $\text{مح} - (\text{س} - \text{س}^-) = 0$.

(أ) ١٠ ، ٨ ، ٦ ، ٠ ، ٨ ، ٣ ، ٢ ، ٢ ، ٨ ، صفر

(ب) ١ ، ٣ ، ٣ ، ٥ ، ٥ ، ٧ ، ٧ ، ٩

(ج) ١٢٠ ، ٥ ، ٤ ، ٤ ، ٤ ، ٢ ، ١ ، صفر

٢ — في أى مجموعة من مجموعات الدرجات السابقة يعتبر المتوسط الحسابي مقياسا غير مناسب للنزعة المركزية ؟ ولماذا ؟

٣ — في مجموعات الدرجات السابقة بين أن مجموع مربعات الانحرافات الدرجات عن المتوسط أقل من مجموع مربعات الانحرافات عن أى درجة أخرى .

٤ — إذا غيرنا الدرجة ١٢٠ في السؤال رقم ١ (ج) إلى ٢٠ ، ما تأثير ذلك على كل من المتوسط ، والوسيط ، والمنوال .

٥ — أوجد الوسط الهندسي للقيم ٦ ، ٥٠ ، ٩٠ .

٦ — بين باستخدام البيانات الآتية ، إذا كان هناك دليل على التواء التوزيع . وإذا تبين لك أن التوزيع ملتو ، عين اتجاه الالتواء .

(أ) المتوسط = ٥٦ ، الوسيط = ٦٢ ، المنوال = ٦٨

(ب) المتوسط = ٦٨ ، الوسيط = ٦٢ ، المنوال = ٥٦

(ج) المتوسط = ٦٢ ، الوسيط = ٦٢ ، المنوال = ٦٢

(د) المتوسط = ٦٢ ، الوسيط = ٦٢ ، المنوال = ٣٠

٧ — ما نوع التوزيعين رقم ٥ (ج) ، ٥ (د) في السؤال السابق .

٨ — احسب قيمة المتوسط الحسابي للدرجات ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٥ ، ٦ ، ٧ .

اجمع الرقم ٢ على كل درجة من الدرجات السابقة . أعد حساب قيمة المتوسط . ما تأثير إضافة أى عدد إلى كل درجة أو طرح أى عدد من كل درجة على المتوسط الحسابي .

٩ — إذا علمنا أن المتوسط الحسابي والوسيط لمجموعة من الدرجات متساويان . ماذا يمكننا القول عن شكل توزيع الدرجات .

١٠ — اذكر أمثلة لبيانات يفضل فيها استخدام :

(أ) المتوسط الحسابي

(ب) الوسيط

(ج) المنوال

١١ — بمعلومية التوزيع الآتى :

س	ت
٢٠	١
١٨	١
١٧	٣
١٦	٢
١٤	٤
١٢	٥
١١	٥
١٠	٦
٩	٤
٧	٣

(أ) احسب المتوسط الحسابي

(ب) حدد قيمة الوسيط

(ج) حدد قيمة المنوال

١٢ — إذا كان المتوسط الحسابي لدرجات تلاميذ فصل مكون من ٢٤ طالبا في إحدى المواد الدراسية هو ٥٧,٤ والمتوسط الحسابي لدرجات تلاميذ فصل آخر مكون من ٣٠ طالبا في نفس الاختبار هو ٤١,٦ . احسب المتوسط الحسابي العام لدرجات طلاب الفصلين معا في الاختبار .

١٣ — احسب المتوسط الحسابي ، وحدد قيمة كل من الوسيط والمنوال للبيانات الآتية :-

التردد	الفئات
١٠	٢٥ — ٢٩
١٨	٣٠ — ٣٤
١٦	٣٥ — ٣٩
١٦	٤٠ — ٤٤
١١	٤٥ — ٤٩
٢٧	٥٠ — ٥٤
١٧	٥٥ — ٥٩
٤٩	٦٠ — ٦٤
٢٦	٦٥ — ٦٩
٦	٧٠ — ٧٤
٨	٧٥ — ٧٩

١٤ ارسم المنحنى التكرارى لهذه البيانات محددًا قيم المتوسط والوسيط والمنوال .

(٩ — التحليل)

- ١٥ أوجد المتوسط الحسابي المرجح للمتوسطات الآتية :
- ١٥ ، ١٦ ، ١٨ ، ٢١ إذا استخدم في حساب هذه المتوسطات عينات عدد أفراد كل منها ٦ ، ١٠ ، ٢٥ ، ٢٠ على الترتيب .
- أوجد أيضا المتوسط الحسابي غير المرجح لهذه المتوسطات . قارن بين النتيجتين مع التفسير .

الفصل الرابع

خصائص التوزيعات التكرارية

(ثانياً) مقاييس التشتت والالتواء والتفرطح

المدى المطلق

الانحراف الربيعي

الانحراف المتوسط

الانحراف المعياري والتباين

المقاييس النسبية للتشتت

المزوم حول المتوسط الحسابي

مقاييس الالتواء

مقاييس التفرطح

مقدمة :

عرضنا في الفصل السابق مجموعة من المقاييس التي تعبر بطرق مختلفة عن قيم نموذجية Typical صالحة لتمثيل أو تلخيص البيانات ووصف التوزيعات التكرارية . غير أن هذه القيم لا تكفي وحدها للوصف والمقارنة . فقد تشترك عدة مجموعات في أحد المتوسطات ، ومع هذا يكون الفرق بينها كبيراً فإذا افترضنا أن البيانات الآتية تعبر عن درجات خمسة طلاب في مادتين مختلفتين :

٣٥	٤٢	٥٢	٥٦	٦٥
١٠	٢٣	٤٥	٧٢	١٠٠

لاحظ أن المتوسط الحسابي واحد في الحالتين ومقداره ٥٠ ، ومع هذا فهناك اختلاف واضح بين توزيع الدرجات في المادتين . فالدرجات في المادة الأولى تقع بين ٣٥ ، ٦٥ فهي متراكمة بالقرب من المتوسط ، أما في المادة الثانية فالدرجات تقع بين ١٠ ، ١٠٠ ، فهي تمتد بعيداً عن المتوسط . أي أن الدرجات في المادة الأولى تكون أكثر تماسكاً وتقارباً منها في المادة الثانية . ويقال حينئذ أن تشتت ، القيم في الحالة الأولى أقل منه في الحالة الثانية .

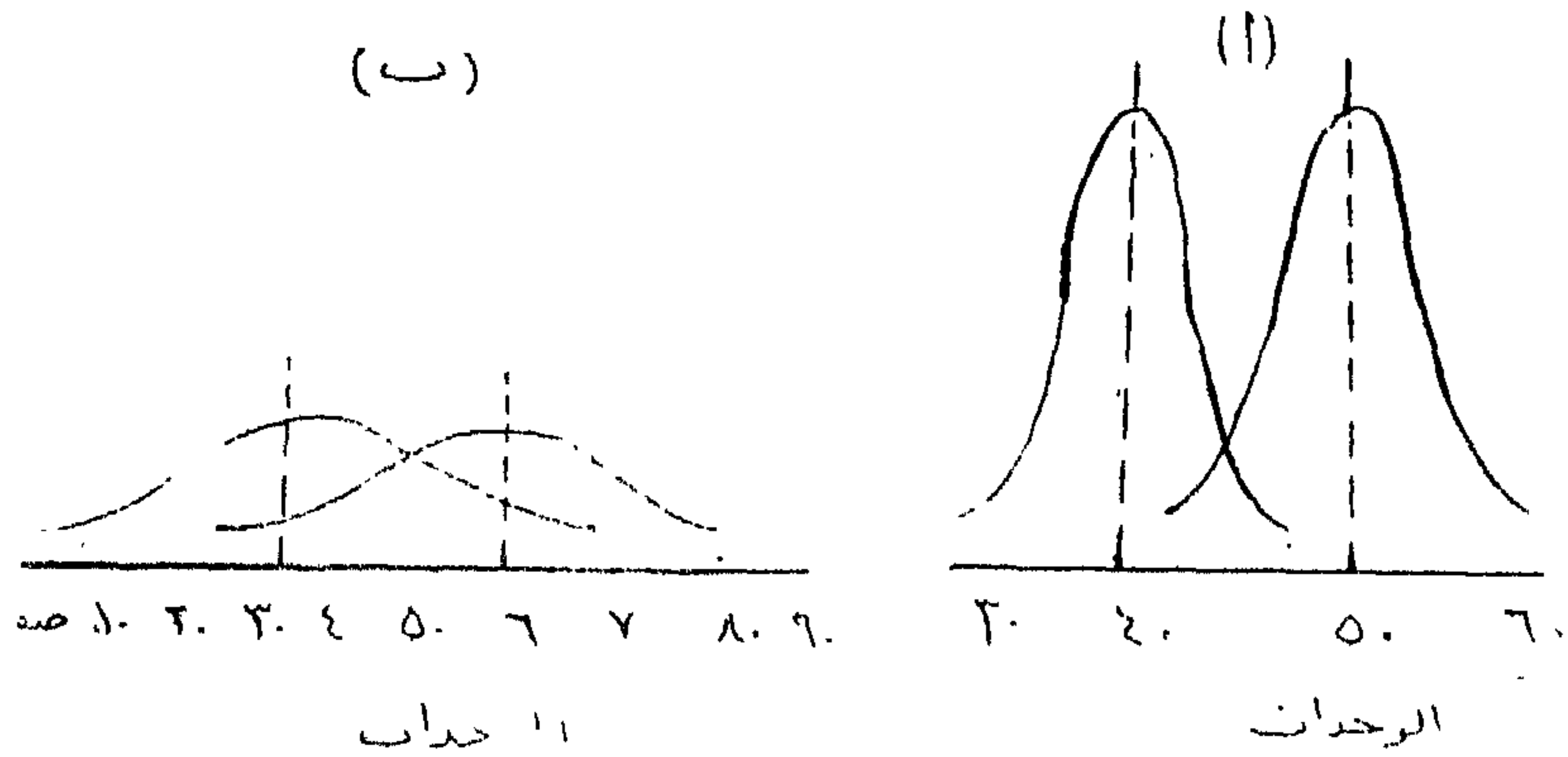
وكما نهتم بدراسة متوسطات المجموعات ، يجب أن نهتم أيضاً بدراسة تشتت قيم المتغير حول هذه المتوسطات . لخاصية التغير من أهم خصائص المتغير Variable حيث تؤدي إلى درجات مختلفة للأفراد المختلفين .

فالمجتمع الذي يقوم عادة الباحث النفسي والتربوي بدراسته يتباين في بعد أو أكثر من أبعاده . وهنا يهتم الباحث بتحديد مقدار هذا التباين .

فمثلاً قد لا يهم الباحث معرفة متوسط دخل أفراد المجتمع بقدر اهتمامه بكيفية توزيع الدخل بين هؤلاء الأفراد لأن هذا هو الذي يبين مدى التباين ومدى العدالة في هذا التوزيع . فمن الضروري إذن أن يستخدم الباحث مقاييس

نحبر عن مدى تشتت قيم المتغير تساعد بالإضافة إلى مقاييس النزعة المركزية على تكوين فكرة أكثر وضوحاً لما يقوم بتحليله من بيانات فكلما زاد تشتت التوزيعات التكرارية كلما كانت مقاييس النزعة المركزية أقل تمثيلاً لهذه التوزيعات ، وبالتالي يقل احتمال انطباق ما نتوصل إليه من استنتاجات على المجتمع الأصل الذي اشتقت منه هذه التوزيعات . وعند مقارنة العينات نجد أنه كلما زاد تشتت درجات هذه العينات كلما قل احتمال الحصول على نفس الفروق بين عينتين منها إذا ما حلت عينتان أخريتان مماثلتان لهما محل هاتين العينتين .

فإذا نظرنا إلى كل من التوزيعين الموضحين في الشكلين رقم (١٧) أ ، ب حيث تمثل مقاييس النزعة المركزية بالخطين الرأسيين في كل من الشكلين أ ، ب ، نجد أن مقياس النزعة المركزية يبتعدان عن بعضهما بقدر ١٠ وحدات ، إلا أن التشتت في الشكل ب أكبر بكثير من التشتت في الشكل أ مما يدل على ابتعاد التوزيعين في الشكل ب عن بعضهما بدرجة أكبر مما هو الحال في الشكل أ .



شكل رقم (١٧)

مجموعتان من التوزيعات التكرارية متفقتان في
مقياس النزعة المركزية ولكنها مختلفتان في التشتت

ومن بين مقاييس التشتت التي سنعرض لها في هذا الفصل :

- ١ - المدى المطلق Range
- ٢ - المدى الربيعي Interquartile Range
- ٣ - الانحراف المتوسط The Mean Deviation
- ٤ - الانحراف المعياري Standard Deviation
- ٥ - التباين Variance

المدى المطلق :

يعتبر المدى المطلق أبسط مقاييس التشتت . ويمكن الحصول على قيمته بإيجاد الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة للمتغير . فالمدى المطلق للدرجات ١٠ ، ١٢ ، ١٥ ، ١٨ ، ٣٠ هو $30 - 10 = 20$ ، والمدى المطلق للدرجات ٢ ، ٨ ، ١٥ ، ٢٢ ، ٢٨ هو $28 - 2 = 26$. وهذا يدل على أن المجموعة الثانية أكثر تشتتاً من المجموعة الأولى . ولكن المدى المطلق لا يعتبر في حد ذاته مقياساً هاماً للتشتت لأنه يتوقف على قيمتين فقط من قيم المتغير ، ولهذا فهو يتأثر تأثراً بالغاً باختلاف العينة لأن أي تغير يحدث في أي من هاتين القيمتين - وهو أمر كبير الاحتمال - يؤثر بوضوح في قيمة المدى المطلق ، فضلاً عن أن المدى المطلق لا يفيدنا شيئاً عن القيم الأخرى في التوزيع . ومع هذا فلا شك أن تسجيل المدى المطلق إلى جانب المقاييس الأخرى الأكثر تعقيداً يزيد من معلومات الباحث عن البيانات التي يفحصها .

الانحراف الربيعي :

يفضل استخدام الانحراف الربيعي إذا استخدم الباحث الوسيط كقياس للنزعة المركزية، وهو يسمى أيضاً بنصف المدى الربيعي Semi - Interquartile Range لأنه يساوي نصف المدى بين الربيع الأول (Q_1) والربيع الثالث (Q_3)

أى يعتمد على تعيين نقطتين على ميزان الدرجات تقع دون أحدهما ١٥ ٪ من الحالات وتقع دون الأخرى ٧٥ ٪ من الحالات .

ويرمز لنصف المدى الربيعي بالرمز « ر » ،

$$\text{أى أن : } \bar{r} = \frac{r_1 - r_2}{2} \dots (١)$$

وهذا المقياس يتوقف كذلك على قيمتين فقط من قيم التوزيع هما قيمتا الربيعين الأول والثالث ، ولهذا فهو يتأثر أيضا باختلاف العينة . ولكنه أفضل من المدى المطلق لأنه لا يتأثر بالقيم المتطرفة التي تكون عادة شاذة عن بقية القيم ، فعند حسابه نستبعد الربع الأول والربع الأخير من قيم المتغير .

ولتوضيح ذلك اعتبر البيانات الموضحة بجدول رقم (١٤) والتي تبين درجات مجموعة من الأزواج (عدد ٢٠) ومجموعة من الزوجات (٢٠ زوجة) في مقياس للاتجاه نحو العمل اليدوى .

مجموعة الأزواج		مجموعة الزوجات	
س	ت	س	ت
٩	١	٩	١
٨	١	٨	١
٧	٣	٧	صفر
٦	٣	٦	٣
٥	٤	٥	١٠
٤	٣	٤	٢
٣	٢	٣	٢
٢	٢	٢	صفر
١	١	١	١

جدول رقم (١٤)

درجات مجموعة من الأزواج والزوجات
في مقياس للاتجاه نحو العمل اليدوى

فمن الجدول يمكن أن نحدد بسهولة الوسيط لكل من المجموعتين وهو يساوى ٥ ،
والمدى المطلق لكل منهما ويساوى ٨ ، وهذا يشير إلى أنه لا توجد فروق في اتجاهات
كل من المجموعتين نحو العمل اليدوى .

$$\text{فاذا حسبنا نصف المدى الربيعى للمجموعة الاولى نحصده} = \frac{7}{2} - \frac{4}{2}$$

$$= ١,٥ \text{ (لاحظ أن } r_1 = ٤ , r_3 = ٧ \text{)}$$

$$\text{ونصف المدى الربيعى للمجموعة الثانية} = \frac{6}{2} - \frac{٥}{2} = ٠,٥ \text{ (لاحظ}$$

$$\text{أن } r_1 = ٥ , r_3 = ٦ \text{)}$$

وهذا يدل على أن اتجاهات مجموعة الزوجات أقل تشتتاً من اتجاهات مجموعة
الازواج ، ولذلك ربما يفسر الباحث هذه النتيجة بأن يقول أن مجموعة الزوجات
أقل تطرفاً في اتجاهاتهن وأنها أكثر نجاسة من مجموعة الازواج في الاتجاه
موضع الاهتمام .

ويمكن حساب نصف المدى الربيعى من البيانات المجمعة فى توزيع تكرارى
بنفس الطريقة التى سبق أن اتبعناها فى الفصل الثالث عند حساب الوسيط للبيانات
المجمعة ، إلا أننا هنا نتم بالربيعين الاول والثالث . ولذا يجب أن نستعين بجدول
التكرار المتجمع الصاعد (أو النازل) أو بالمنحنى المتجمع الصاعد (أو النازل)
لحساب كل من الربيعين .

$$\text{ويجب أن نتذكر أن رتبة الربيع الاول} = \frac{N}{4} , \text{ ورتبة الربيع الثالث} =$$

$$\frac{3N}{4} \text{ حيث } N \text{ ترمز إلى التكرار الكلى .}$$

ولتوضيح ذلك نفترض أن لدينا التوزيع التكراري لدرجات اختبار ما وهو
مبين بالجدول رقم (١٥) الآتي :

الدرجات	التكرار	التكرار المتجمع العكسي
١٠ — ١٤	٢	٢
١٥ — ١٩	٨	١٠
٢٠ — ٢٤	٦	١٦
٢٥ — ٢٩	١٢	٢٨
٣٠ — ٣٤	٧	٣٥
٣٥ — ٣٩	٦	٤١
٤٠ — ٤٤	٤	٤٥
٤٥ — ٤٩		٤٨
٥٠ — ٥٤	١	٤٩
٥٥ — ٥٩	١	٥٠

ن = ٥٠

جدول رقم (١٥)

$$\text{ترتيب الإرباعي الأول} = \frac{٥٠}{٤} = ١٢,٥$$

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{٥٠}{٢} = ٢٥$$

$$\text{ترتيب الإرباعي الثالث} = \frac{٣}{٤} \times ٥٠ = ٣٧,٥$$

$$\text{الإرباعي الأول} = ١٩,٥ + \frac{١٠ - ١٢,٥}{٦} \times ٥$$

$$= ٢١,٥٨ = ١٩,٥ + ٢,٠٨$$

$$٢٨,٢٥ = ٣,٧٥ + ٢٤,٥ = ٥ \times \frac{١٦ - ٢٥}{١٢} + ٢٤,٥ = \text{الوسيط}$$

$$\text{الإرباعى الثالث} = ٥ \times \frac{٣٥ - ٣٧,٥}{٦} + ٣٤,٥ =$$

$$٣٦,٥٨ = ٢,٠٨ + ٣٤,٥ =$$

$$\text{إذن نصف المدى الربيعى} = \frac{\text{الإرباعى الثالث} - \text{الإرباعى الأول}}{٢}$$

$$٧,٥ = \frac{١٥}{٢} = \frac{٢١,٥٨ - ٣٦,٥٨}{٢} =$$

وكما كان التوزيع متماثلا كان الوسيط على بعدين متساويين من الربيع الأدنى والربيع الأعلى .

ففى المثال السابق نجد أن الوسيط وفيمته ٢٨,٢٥ أقرب قليلا إلى الربيع الأدنى منه إلى الربيع الأعلى مما يبين أن التوزيع ليس اعتدالى ولكنه قريب من الاعتدالية .

وبصلح الانحراف الربيعى لقياس التششت لأن قيمته تتناسب مع مدى انتشار قيم التوزيع . فإذا كانت قيمته كبيرة دل ذلك على زيادة تششت واختلاف القيم ، وإذا كانت قيمته صغيرة دل ذلك على قلة التششت والاختلاف بين القيم . وهو كقياس للتشتت يتمشى مع الوسيط كمقياس للزعة المركزية ، فكلما يعتمد على ترتيب القيم ترتيبا تصاعديا أو تنازليا . ويمكن للباحث استخدام الوسيط والانحراف الربيعى لوصف التوزيعات التكرارية وتلخيص البيانات .

ومن الملاحظات الجديرة بالذكر أنه فى حالة التوزيعات الاعتدالية تقع قيم ٥ / من الحالات بين القيمتين (الوسيط \pm الانحراف الربيعى) نظرا لتماثل هذه التوزيعات .

وعلى هذا نستطيع أن نحكم على درجة اعتدالية توزيع ما ممدى انطباق هذه القاعدة عليه .

ففي المثال السابق نستطيع أن نقول أن التوزيع يكون قريباً من الاعتدالية إذا وقعت نصف الحالات تقريباً بين القيمتين $(28,25 \pm 7,5)$ أى بين القيمتين $(20,75 , 35,75)$.

فإذا كانت البيانات غير المجمعة الخاصة بهذا المثال متوافرة لا يمكن التأكد من صحة هذا الفرض .

وفي وصف التوزيعات بواسطة الإرباعيات يحسن تسجيل قيمة كل من r_1 ، r_2 ، r_3 لأن هذه القيم معاً تعطى صورة واضحة عن التوزيع ، وخاصة أن الانحراف الربيعي لا يسهل معالجته رياضياً ، وهذا أحد عيوبه . ومن عيوبه أيضاً فضلاً عن تأثيره باختلاف العينة أنه لا يدخل في حسابه قيم الإرباعى الأول وقيم الإرباعى الثالث من التوزيع لأنه يعتمد فقط على قيم النصف الأوسط .

الانحراف المتوسط :

إن المقاييس السابقة ذكرهما لا يدخل في حسابهما جميع قيم المتغير ، فكل منهما يعتمد على نقطتين معينتين في التوزيع . أى أن كليهما لا يتضمن الاختلافات الفردية لقيم المتغير . فإذا أراد الباحث أن يهتم بذلك وهو ما يجب أن يكون - فلا بد من استخدام مقاييس تتناول هذه القيم جميعاً . وأبسط طريقة تصلح لذلك هى إيجاد متوسط انحرافات كل قيمة في التوزيع عن قيمة ما في وسط التوزيع ، لأن مدى اقتراب أو ابتعاد قيم المتغير عن قيمة ما لا بد أن يشير إلى مدى تشتت هذه القيم . ومن البديهي أن تكون هذه القيمة التى نختارها لهذا الغرض هى إحدى قيم مقاييس النزعة المركزية . ويفضل بعض علماء الإحصاء استخدام المتوسط الحسابى كنقطة تقاس منها الانحرافات لأن مجموع الانحرافات المطلقة عن المتوسط الحسابى هو نهاية صغرى .

وبهذا يكون لدينا مقياس فريد لهذا الانحراف . ولتوضيح ذلك نفترض الدرجات الآتية :

العينه أ	٨	٨	٨	٨	٨
العينه ب	١	٤	٧	١٠	١٣
العينه ج	١	٥	٢٠	٢٥	٢٩

فدرجات العينه أ أقل تشتتا من درجات العينه ب . وهذه بدورها أقل تشتتا من درجات العينه ج . ومتوسط العينات الثلاث هي ٨ ، ٧ ، ١٦ على الترتيب . فإذا ما عبرنا عن درجات كل عينة بالانحرافات عن متوسطها فإننا نحصل على الانحرافات الآتية :

العينه أ	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
العينه ب	٦ -	٣ -	صفر	٣ +	٦ +
العينه ج	١٥ -	١١ -	٤ +	٩ +	١٣ +

وإذا تأملنا هذه الانحرافات نجد أنه بزيادة الاختلاف أو التشتت يزيد انحراف مجموعات الدرجات عن متوسطاتها .

ولذلك فإنه يمكننا استخدام هذه الخاصية لإيجاد مقياس للتشتت يطلق عليه الانحراف المتوسط . ويعرف الانحراف المتوسط بأنه متوسط الانحرافات المطلقة لقيم التوزيع عن المتوسط الحسابي . ونقصد بالانحرافات المطلقة الانحرافات بغض النظر عن إشارتها الجبرية + أو - .

وللحصول على الانحراف المتوسط لمجموعة من القيم نحسب الانحرافات عن المتوسط الحسابي ونجمع هذه الانحرافات بغض النظر عن إشارتها الجبرية ، ثم نقسم الناتج على عدد هذه القيم .

فبالنسبة للمجموعة أ يكون الانحراف المتوسط صفراً . وبالنسبة للمجموعة ب

$$\text{يكون الانحراف المتوسط} = \frac{٦ + ٣ + \text{صفر} + ٣ + ٦}{٥} = \frac{١٨}{٥} = ٣,٦$$

وبالنسبة للمجموعة ج يكون الانحراف المتوسط

$$= \frac{١٥ + ١١ + ٤ + ٩ + ١٣}{٥} = \frac{٥٢}{٥} = ١٠,٤$$

$$\text{وبذلك يكون الانحراف المتوسط} = \frac{\text{مجموع } (س - \bar{س})}{ن}$$

ويرمز الخطان الرأسيان المحيطان بالفرق $س - \bar{س}$ إلى القيمة المطلقة للفرق.

أما إذا كانت جميع القيم أو بعضها مكررا فيمكن استخدام الصورة الآتية :

$$\text{الانحراف المتوسط} = \frac{\text{مجموع } (س - \bar{س})}{ن} \quad (٢)$$

حيث ك ترمز إلى التكرار .

وبلاحظ أننا نأخذ القيم المطلقة للانحرافات — أى بصرف النظر عن إشارتها — وذلك لأن مجموع الانحرافات الفعلية عن المتوسط الحسابي يساوى صفراً

والمثال الآتى يوضح كيفية إيجاد الانحراف المتوسط للبيانات المجمعة .

التكرار مرا كز الفئات		س × ك		الفئات	
(ك)	(س)	(س × ك)	(س - س̄)	(س - س̄)²	
صفر	٢	صفر	١٩, ٢١	٣٦١	صفر - ٤
٢	٧	١٤٤	١٤, ٢١	١٩٦	٩ - ٥
١١	١٢	١٣٢	٩, ٢١	٨١	١٤ - ١٠
٢٦	١٧	٤٤٢	٤, ٢١	١٦	١٩ - ١٥
١٧	٢٢	٣٧٤	, ٧٩	٦٣٠١	٢٤ - ٢٠
٨	٢٧	٢١٦	٥, ٧٩	٢٩٠٠	٢٩ - ٢٥
٦	٣٢	١٩٢	١٠, ٧٩	١٠٠	٣٤ - ٣٠
٣	٣٧	١١١	١٥, ٧٩	٢٢٥	٣٩ - ٣٥
٢	٤٢	٨٤	٢٠, ٧٩	٤٠٠	٤٤ - ٤٠
١	٤٧	٤٧	٢٥, ٧٩	٦٢٥	٤٩ - ٤٥
٧٦		١٦١٢			المجموع =
			٣٨٧, ٢٤١		

جدول رقم (١٦)

طريقة حساب الانحرافات المتوسطة للبيانات المجمعة

$$\bar{S} = \frac{\sum (S \times K)}{N} = \frac{1612}{76} = 21,21$$

$$\text{انحراف المتوسط} = \frac{\sum (S - \bar{S})^2}{N}$$

$$= \frac{387,241}{76}$$

$$= 5,095$$

ومن خواص التوزيعات الاعتدالية أن المدى بين المقدارين (المتوسط الحسابي \pm الانحراف المتوسط) يشمل حوالى ٥٨ ٪ من التكرار السكلى . فإذا افترضنا أن توزيع البيانات المبينة فى الجدول السابق قريب من الاعتدالية نتوقع أن يقع ٥٨ ٪ من القيم تقريبا بين المقدارين (٢١,٢١ \pm ٥,٠٩٥) أى بين (١٦,١١٥ ، ٢٦,٣٠٥)

وبالطبع كان من الممكن التأكد من اعتدالية التوزيع إذا كان لدينا البيانات غير المجمعة للتحقق من النسبة المئوية للقيم التى تقع بين القيمتين ١٦,١ ، ٢٦,٣ .

والانحراف المتوسط يفيد فى بعض الحالات مثل تحليل البيانات الاقتصادية، ولكنه قليل الاستخدام فى البحوث النفسية والتربوية لأن إهمال إشارة الانحرافات يؤدى إلى قصور هذا المقياس عن المعالجة الرياضية .

الانحراف المعياري والتباين للعينات :

Sample Standard Deviation and Variance

هذا المقياس هو أدق مقاييس التشتت وهو مبنى على نفس الأساس الذىبنى عليه الانحراف المتوسط ، أى على أساس أن متوسط مجموع انحرافات قيم المتغير عن المتوسط الحسابى هو قيمة صالحة لمقياس مدى تشتت هذه القيم . غير أن الانحراف المعيارى لا يهمل إشارات الانحرافات بل يتخلص من وجودها بطريقة رياضية مقبولة وهى إيجاد مربعات هذه الانحرافات .

أى أننا فى هذا المقياس نستخدم المقدار
$$\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$$

ولكن بما أن الأساس هو متوسط الانحرافات ذاتها وليس متوسط مربعاتها ، لذا يكون من الضروري أخذ الجذر التربيعي لهذا المقدار ، وهذا الإجراء يمكننا أيضاً من الاحتفاظ بوحدة القياس الأصلية للمتغير .

وعلى هذا يعرف الانحراف المعياري لتوزيع ما بأنه القيمة الموجبة للجذر التربيعي لمتوسطات مربعات انحرافات قيم التوزيع عن متوسطه الحسابي ، ويرمز له بالرمز σ ، أى أن :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} \quad (٣)$$

ويلاحظ أننا نحسب الانحرافات عن المتوسط الحسابي ، وذلك لأن مجموع مربعات انحرافات قيم التوزيع يكون أقل ما يمكن إذا كانت هذه الانحرافات محسوبة عن المتوسط الحسابي ، وبهذا يكون لدينا مقياس فريد للانحرافات .

كما يلاحظ أن مربع الانحراف المعياري أى (σ^2) يسمى التباين Variance ، ولذا فهو يسمى أيضاً بالانحراف التربيعي المتوسط .

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} \quad (٤)$$

والانحراف المعياري والتباين يكونان ركناً أساسياً في علم الإحصاء وفي تحليل البيانات .

ولكننا يجب أن نفرق بين الانحراف المعياري وتباين العينة Sample والانحراف المعياري وتباين المجتمع الأصل Population . وفي الحقيقة فإن استخدام الصورة :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$$

يعطينا تقديراً للانحراف المعياري للمجتمع الاصل . أى أن القيم الناتجة من استخدام هذه الصورة تميل إلى أن تكون أقل من القيم الحقيقية للانحرافات المعيارية للمجتمعات الاصل .

والقسمة على $n - 1$ بدلا من n تعطينا قيمة تقديرية غير متحيزة .

ولذلك يفضل استخدام الصورتين الآتيتين :

$$ع = \sqrt{\frac{\sum (s - \bar{s})^2}{n - 1}} \quad (٥)$$

$$ع^2 = \frac{\sum (s - \bar{s})^2}{n - 1} \quad (٦)$$

إذا أردنا تقدير الانحراف المعياري لتباين المجتمع الاصل من البيانات المستمدة من عينات مسحوبة من هذا المجتمع .

ونلاحظ أن الرمز n يشير إلى عدد الدرجات أو القيم أو القياسات أو الملاحظات ، بينما يشير المقدار $n - 1$ إلى عدد الانحرافات عن المتوسط التي يمكن أن تتغير . ولتوضيح ذلك ، نفترض أن لدينا القيم ٧ ، ٨ ، ١٥ ومتوسطها ١٠ . وبذلك تكون انحرافاتنا عن المتوسط هي ٣ - ، ٢ - ، ٥ + ، وبمجموع هذه الانحرافات صفر : أي (٣ -) + (٢ -) + (٥ +) = صفر . وحيث إن المجموع صفر ، فإننا نستطيع بمعلومية أى انحرافين منها أن نحدد الانحراف الثالث ، أى لا تختلف قيمته إذا علمنا قيمتي الانحرافين الآخرين . وبمجموع مربعات الانحرافات هي ٩ + ٤ + ٢٥ = ٣٨ ، وبالرغم من أننا حصلنا على هذا المجموع نتيجة لإضافة مربعات القيم الثلاث ، إلا أن قيمتين فقط من هذه القيم لها حرية التغير . ويطلق على عدد القيم الحرة التعبير اسم درجات الحرية Degrees of Freedom . فالمقدار $\sum (s - \bar{s})^2$ يقترن بدرجة

(١٠ - التحليل)

الحرية ن — ١ لأنه يمكن لقيم عددها ن — ١ من بين مربعات الانحرافات التي عددها ن أن تتغير .

وفي الحقيقة أن مفهوم درجات الحرية ، يعتبر من المفاهيم الأساسية العامة والمفيدة في علم الإحصاء . وسوف يرى الباحث بنفسه أهمية هذا المفهوم عند دراسته للأساليب الاستدلالية في تحليل البيانات والتي سنعرض لها في الجزء الثاني من الكتاب .

مثال تطبيقي :

لكي نثرى فهمنا لطبيعة التباين والانحراف المعياري نعتبر المثال التطبيقي الآتي حيث قام باحث بتصميم موقف تجريبي لبحث أثر تعاطي عقار معين على الأداء في مطلب معرفي ما مثل الترميز Coding ، فاختار عينتين عشوائيتين من الطلاب إحداهما تجريبية أعطيت العقار، والأخرى ضابطة لم تعط العقار ، وتتكون كل مجموعة من ١٠ أفراد . ونفترض أن درجات الطلاب في المطلب المعرفي التي حصل عليها كل منهم كانت كما يلي :

المجموعة التجريبية ٥ ٧ ١٧ ٣١ ٤٥ ٤٧ ٦٨ ٨٥ ٩٦ ٩٩

المجموعة الضابطة ٢٩ ٣٦ ٣٧ ٤٢ ٤٦ ٥٨ ٦٢ ٦٣ ٦٩ ٧٠

فتوسط المجموعة التجريبية يساوي ٥٠ ، ومتوسط المجموعة الضابطة ٥١ . وهما ربما يتسرع الباحث ويستنتج من هذين المتوسطين أن العقار ليس له تأثير على الإطلاق على أداء الفرد .

ولكن إذا حسبنا الانحراف المعياري لدرجات كل مجموعة نجد ٣٥,٦٣ ، ١٤,٨٦ على الترتيب . أي أن درجات المجموعة التجريبية أكثر تشتتاً وانتشاراً من المجموعة الضابطة مما يدل على أن أداء المجموعة التجريبية في المطلب المعرفي

أكثر تبايناً من أداء المجموعة الضابطة . وبذلك يتضح للباحث أن العقار يبدو أن له تأثيراً كبيراً على تباين الأداء بالرغم من أن تأثيره على مستوى الأداء كان طفيفاً .

فعند تحليل البيانات المستمدة من الوقائع التجريبية يجب على الباحث إلى جانب تفسير الفروق بين المتوسطات الحسابية أن يعتنى أيضاً بتفسير اختلاف التباين أو الانحرافات المعيارية للبيانات التي يحصل عليها .

حساب الانحراف المعياري والتباين للبيانات غير المجمعة :

إذا أردنا حساب الانحراف المعياري والتباين لمجموعة من القيم مثل ٥ ، ٧ ، ٩ ، فما علينا إلا أن نكون جدولاً بسيطاً كالآتي لتيسير العمليات الحسابية .

س	س	س - س	(س - س)²
٥	٧	٢ -	٤
٧	٧	صفر	صفر
٩	٧	٢ +	٤
		صفر	٨

$$\text{مجمد س} = ٢١$$

$$\text{ن} = ٣$$

$$\text{س} = \frac{٢١}{٣} = ٧$$

$$\text{الانحراف المعياري ع} = \sqrt{\frac{\text{مجمد (س - س)²}}{\text{ن} - ١}}$$

$$٢ = \sqrt{\frac{٨}{٣}} = \sqrt{\frac{٨}{٣}}$$

$$\text{والتباين ع} = ٤$$

لاحظ أننا حسبنا المتوسط أولاً ($\bar{y} = \bar{s}$) ثم طرحنا كل درجة من المتوسط ($\bar{s} - \bar{s}$) وقفنا بتربيع هذا الفرق ($\bar{s} - \bar{s}$)^٢، ثم قسمنا مجموع هذه الفروق على عدد القيم مطروحاً منها الواحد الصحيح .

ونستطيع حساب الانحراف المعياري والتباين باستخدام القيم ذاتها دون الحاجة إلى حساب انحرافات هذه القيم عن المتوسط الحسابي ، وذلك باستخدام قانون يمكن اشتقاقه من القانون الأصلي السابق كالآتي :

$$\sigma^2 = \frac{\sum (\bar{s} - \bar{s})^2}{n - 1}$$

$$= \frac{\sum \bar{s}^2 - 2 \sum \bar{s} \bar{s} + \sum \bar{s}^2}{n - 1}$$

$$= \frac{\sum \bar{s}^2 - 2 \bar{s} \sum \bar{s} + \sum \bar{s}^2}{n - 1}$$

$$= \frac{\sum \bar{s}^2 - 2 \bar{s} \sum \bar{s} + \sum \bar{s}^2}{n - 1}$$

$$= \frac{\sum \bar{s}^2 - 2 \bar{s} \sum \bar{s} + \sum \bar{s}^2}{n - 1}$$

$$= \frac{\sum \bar{s}^2 - 2 \bar{s} \sum \bar{s} + \sum \bar{s}^2}{n - 1}$$

$$\frac{\text{مجم س}^2 \dots \text{مجم س} \times \frac{\text{مجم س}}{ن}}{ن - ١} =$$

$$\frac{ن \text{ مجم س}^2 - (\text{مجم س})^2}{ن(ن - ١)} = \dots \dots \dots (٧)$$

وهذا القانون لا يتطلب إلا جدولاً مكوناً من عمودين كما يتضح من الجدول الآتي :

س	س ^٢
٥	٢٥
٧	٤٩
٩	٨١
المجموع ٢١	١٥٥

$$ع = \frac{ن \text{ مجم س}^2 - (\text{مجم س})^2}{ن(ن - ١)}$$

$$= \frac{٢١ \times ٢ - ١٥٥}{٢ \times ٣}$$

$$= \frac{٤٢ - ١٥٥}{٦} = \frac{-١١٣}{٦} = -١٨.٨٣$$

غير أن هناك حقيقة هامة نعينها على تبسيط هذه الأعداد وخاصة إذا كانت الأعداد كبيرة أو كان متوسطها الحسابي عدداً كسرياً .

وهذه الحقيقة هي أن الانحراف المعياري لا يتغير بتغير نقطة الأصل. وذلك لأننا حين ننقل نقطة الأصل إلى نقطة أخرى على نفس المحور الممثل لقيم المتغير فإن جميع القيم تتغير بمقدار ثابت ، وتظل المسافة بين أى قيمتين للمتغير ثابتة . ويظل المقدار $(س - س)$ وهو انحراف أى قيمة عن المتوسط الحسابي ثابتاً . وعلى هذا فإن المقدار $\sum (س - س)^2$ هو مقدار ثابت للتوزيع الواحد ، ومن ثم فالانحراف المعياري هو أيضا مقدار ثابت .

وهذه الحقيقة تسهل العمليات الحسابية بدرجة كبيرة لأنها تعنى أننا لو طرحنا أو أضفنا مقدارا ما من أو إلى جميع قيم المتغير لمسا تأثرت قيمة الانحراف المعياري .

ففي المثال السابق ، لتوفير الجهد في حساب الانحراف المعياري نطرح مقدارا ثابتا من كل من الأعداد الثلاثة وليكن ٧ . ثم نكون جدولا مكونا من ثلاثة أعمدة كما يلي .

س	$\bar{س} = س - ٧$	$\bar{س}^2$
٥	٢ -	٤
٧	صفر	صفر
٩	٢ +	٤٠
المجموع ٢١	صفر	٨

$$ع = \sqrt{\frac{\sum س^2 - \frac{(\sum س)^2}{ن}}{ن(ن - ١)}}$$

$$r = \sqrt{\frac{24}{6}} = \sqrt{\frac{8 \times 3}{2 \times 3}} = \sqrt{4} = 2$$

وهو نفس الجواب السابق .

وتفسير التباين لا يعد أمرا سهلا ، فهو لا يبدو أن يكون قيمة عددية صرفة تزيد بزيادة تشتت واختلاف الدرجات .

ولكن التباين له أساس منطقي . فالمتوسط الحسابي هو القيمة المركزية للتوزيع ، وبذلك يكون من الطبيعي أن يعتمد مقياس التشتت على الانحراف عن هذه القيمة المركزية . كما أننا ذكرنا فيما سبق أن مجموع مربعات الانحرافات عن المتوسط أقل من مجموع مربعات الانحرافات عن أى قيمة أخرى . فهذه تدعم الأساس المنطقي لاختيار مجموع مربعات الانحرافات عن المتوسط كمقياس للتشتت .

ونتيجة لعملية تربيع الانحرافات تسهم جميع الانحرافات إسهاما موجبا في المجموع الكلى لمربعات الانحرافات لأن الانحرافات السالبة تصبح موجبة بعد تربيعها .

كما أن الانحرافات الكبيرة بعد تربيعها تسهم بدرجة كبيرة في المجموع الكلى (فالانحراف ٤ وحدات مثلا يصبح ١٦ بعد تربيعه ، أما الانحراف ٨ وحدات وهى ضعف الانحراف ٤ وحدات فيسهم بعد تربيعه بقدر ٦٤ في المجموع الكلى لمربعات الانحرافات) . ولذا فإن القيمة النهائية تتأثر بوجه خاص بالقيم التى تبعد كثيرا عن المتوسط بسبب عملية التربيع .

كما أن قسمة مجموع مربعات الانحرافات على $n - 1$ يجعل التباين من نوع « متوسط مربعات الانحرافات » ، وبذلك يمكن للباحث أن يقارن تباين التوزيعات التى تتكون من عدد مختلف من القيم أو الدرجات بنفس الطريقة التى يقارن بها متوسطات التوزيعات التى تتكون من عدد مختلف من القيم .

التشيل الهندسى للانحرافات والتباين والانحراف المعيارى :

إذا افترضنا أن لدينا درجات عينة مكونة من سبعة طلاب . فإنه يمكننا إيجاد المتوسط الحسابى لهذه الدرجات ، وانحراف كل درجة منها عن المتوسط ، ومربعات هذه الانحرافات كما هو مبين بالجدول رقم (١٧) الآتى :

الطلاب	الدرجة (س)	الانحراف (ح)	مربع الانحراف (ح ^٢)
أ	١٥	٥ +	٢٥
ب	١٤	٤ +	١٦
ج	١١	١ +	١
د	١٠	صفر	٠
هـ	٩	١ -	١
و	٧	٣ -	٩
ل	٤	٦ -	٣٦
المجموع	٧٠ = س	٠ = ح	٨٨ = ح ^٢
المتوسط	١٠ =	صفر =	١٢,٥٧ =
الانحراف المعيارى			٣,٥٥ =

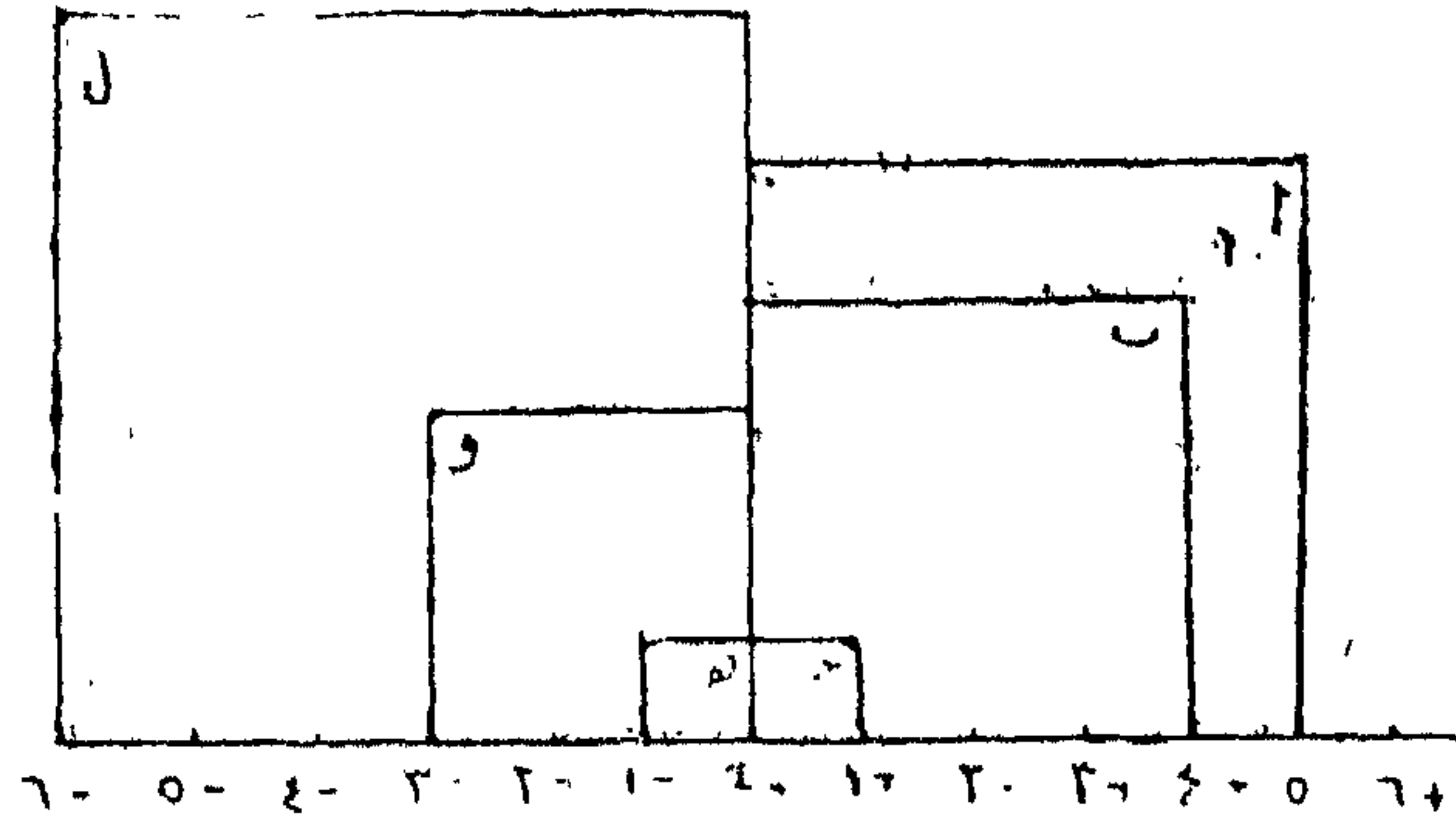
جدول رقم (١٧)

متوسط ومربعات الانحرافات عن المتوسط
لدرجات عينة مكونة من سبعة طلاب

ولكى نمثل هذه البيانات هندسيا يجب أن نرسم خطا أفقيا يوضح ميزان القياس . ولسكننا هنا أن نضع الدرجات الأصلية للطلاب السبعة على هذا الخط ، ولسكننا سنجعل نقطة الأصل (نقطة الصفر) هى المتوسط الحسابى . وهذا هو ما يحدث عندما نعتمد على انحرافات الدرجات الأصلية عن المتوسط الحسابى .

واستخدام هذه الانحرافات لا يغير من الترتيب النسبي للطلاب السبعة . ولما كنا فقط نستخدم قد أضحنا نقطة الصفر ١٠ وحدات (قيمة المتوسط) على ميزان القياس (الخط الأفقى) .

ومربعات الانحرافات عندئذ تمثل بالمساحات أو المربعات المنشأة على خط الانحرافات كما هو موضح بالشكل رقم (١٨) . وهذه المربعات تناظر مربعات الانحرافات المبينة بجدول رقم (١٧) .



شكل رقم (١٨)

الانحرافات عن المتوسط والتباين والانحراف المعياري
لعينة مكونة من سبعة طلاب

ويتضح من هذا الشكل كيف أن الانحرافات الكبيرة بعد ترييعها تزيد بدرجة أكبر من ترييع الانحرافات الصغيرة، ومجموع مربعات الانحرافات يمثل هندسياً بالمساحة المساوية لمجموع جميع المربعات وهي ٨٨ وحدة مربعة . وإيجاد المتوسط الحسابي لهذه المساحة الكبرى يكون بمثابة تقسيم تناسبى للمساحة بين الطلاب السبعة . فهذا المتوسط هو الجزء من المساحة الذى يخص كل طالب إذا كان نصيب كل منهم يتساوى نصيب الآخر . فهذا هو التباين الذى يمكن تمثيله هندسياً بالمربع المبين بالشكل رقم (١٩) الآتى :



شكل رقم (١٩)

التمثيل الهندسى للانحراف المعيارى والتباين

المربع المنشأ على خط القاعدة طول ضلعه الذى يمثل الانحراف المعيارى هو الجذر التربيعى للمساحة ، ويمكن بشروط معينة تجزئة التباين إلى مكونات ترجع إلى مصادر مختلفة . وهذه تمكن الباحثين من إجابة سؤال مثل : إذا كان هناك تباين فى مجموعة من الدرجات ، ما هى نسبة التباين التى ترجع إلى السبب أ فى مقابل السبب ب ؟ وغيرها من الأسئلة .

وسوف نتناول هذا النوع من التحليل بالتفصيل فى الجزء الثانى من الكتاب .

أثر الإضافة أو الطرح أو الضرب فى ثابت على الانحراف المعيارى :

إذا أضفنا مقداراً ثابتاً إلى كل درجة من درجات العينة لا يتغير الانحراف المعيارى . إذ ربما يجد الباحث أن الاختبار الذى طبقه على الطلاب ضايقاً فى الصعوبة فيضطر إلى إضافة ١٠ درجات مثلاً إلى كل درجة . وبالرغم من هذا يظل الانحراف المعيارى للدرجات بعد الإضافة مساوياً للانحراف المعيارى للدرجات الأصلية . وذلك لأننا إذا فرضنا أن الدرجة الأصلية هى س ، فإن الدرجة بعد إضافة مقدار ثابت وليكن جـ تصبح س + جـ . وإذا كان متوسط الدرجات الأصلية س ، فإن متوسط الدرجات بعد إضافته الثابت يصبح س + جـ .

ويكون الانحراف عن المتوسط الجديد هو :

$$(س + ج) - (س + \bar{ج}) = س - \bar{س}$$

وهذا بالطبع يساوى انحراف الدرجات الأصلية عن المتوسط الأصلي .

ونظراً لعدم تغير قيمة الانحراف بعد إضافة مقدار ثابت فإن الانحراف المعياري لا يتغير أيضاً نتيجة لإضافة المقدار الثابت .

ولتوضيح ذلك نفترض أننا أضفنا مقداراً ثابتاً وليكن ٥ على كل درجة من الدرجات ١ ، ٤ ، ٧ ، ١٠ ، ١٣ التي متوسطها ٧ فتصبح الدرجات هي ٦ ، ٩ ، ١٢ ، ١٥ ، ١٨ ومتوسطها يصبح ٧ + ٥ أي ١٢ . والانحرافات عن المتوسط التي تساوى - ٦ ، - ٣ ، صفر ، + ٣ ، + ٦ هي نفسها في الحالتين وبذلك تظل قيمة الانحراف المعياري ٤,٧٤ .

ويمكن الحصول على نتائج مماثلة إذا طرحنا مقداراً ثابتاً من كل درجة .
أما إذا ضربنا كل درجة في مقدار ثابت فإن قيمة الانحراف المعياري تساوى القيمة الأصلية مضروبة في القيمة المطلقة لهذا المقدار الثابت .

فإذا كان الانحراف المعياري لدرجات اختبار ما هو ٤ ، وضربنا كل درجة منها في ثابت مقداره ٣ ، فإن الانحراف المعياري الناتج يساوى ١٢ = ٣ × ٤ .
ولتوضيح ذلك نفترض أن المتوسط الأصلي لمجموعة من الدرجات هو $\bar{س}$.
فإذا ضربنا كل درجة منها في ثابت مقداره ج يصبح المتوسط ج $\bar{س}$. ويصبح الانحراف عن المتوسط هو ج س - ج $\bar{س}$ = ج (س - $\bar{س}$) ، وبعد تربيع هذا المقدار وجمع انحرافات الدرجات عن المتوسط والقسمة على ن - ١ نحصل على :

$$\frac{ج - (ج س - ج \bar{س})^2}{ن - ١} = \text{التباين}$$

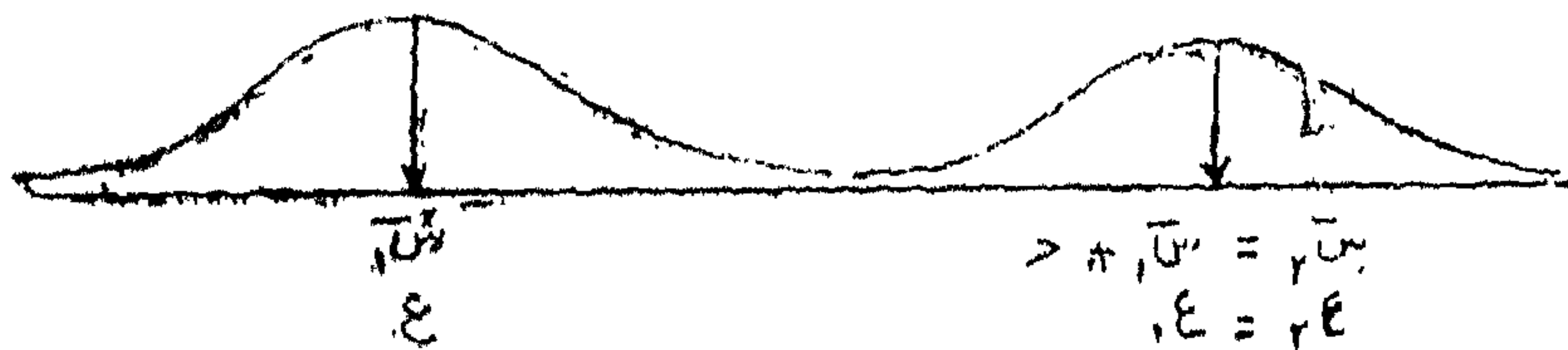
$$\frac{\text{جد }^2 (\bar{S} - \bar{S})^2}{n - 1} =$$

$$\text{جد }^2 \text{ع} =$$

ويكون الانحراف المعياري الجديد $= \text{جد } \text{ع}$
 أى يساوى الثابت مضروباً فى الانحراف المعياري الأصلي .

وخلاصة هذا أن إضافة مقدار ثابت إلى كل درجة يؤدي إلى زيادة متوسط الدرجات بقدر هذا الثابت ، ولكن هذه الإضافة لا تؤثر فى قيمة الانحراف المعياري .

فإذا نظرنا إلى شكل رقم (٢٠) نبتين أن إضافة مقدار ثابت إلى كل درجة يؤدي إلى إزاحة التوزيع إلى اليمين على طول المحور الأفقي ولكنه لا يغير من شكل التوزيع أو تشتت الدرجات .

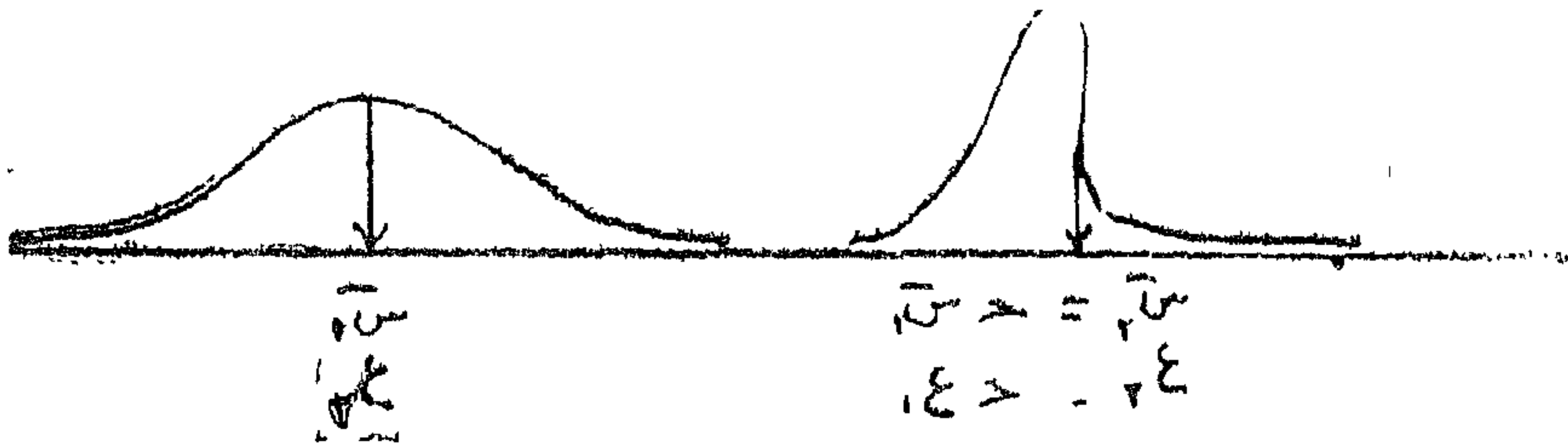


شكل رقم (٢٠)

إضافة مقدار ثابت موجب جد
 إلى كل درجة

أما ضرب كل درجة فى مقدار ثابت أكبر من الواحد الصحيح يؤدي إلى إزاحة موضع المتوسط الحسابي إلى اليمين على طول المحور الأفقي ، وفى نفس الوقت يمد النصف الأعلى للتوزيع أكثر من النصف الأسفل ، وبذلك يتغير المنحنى

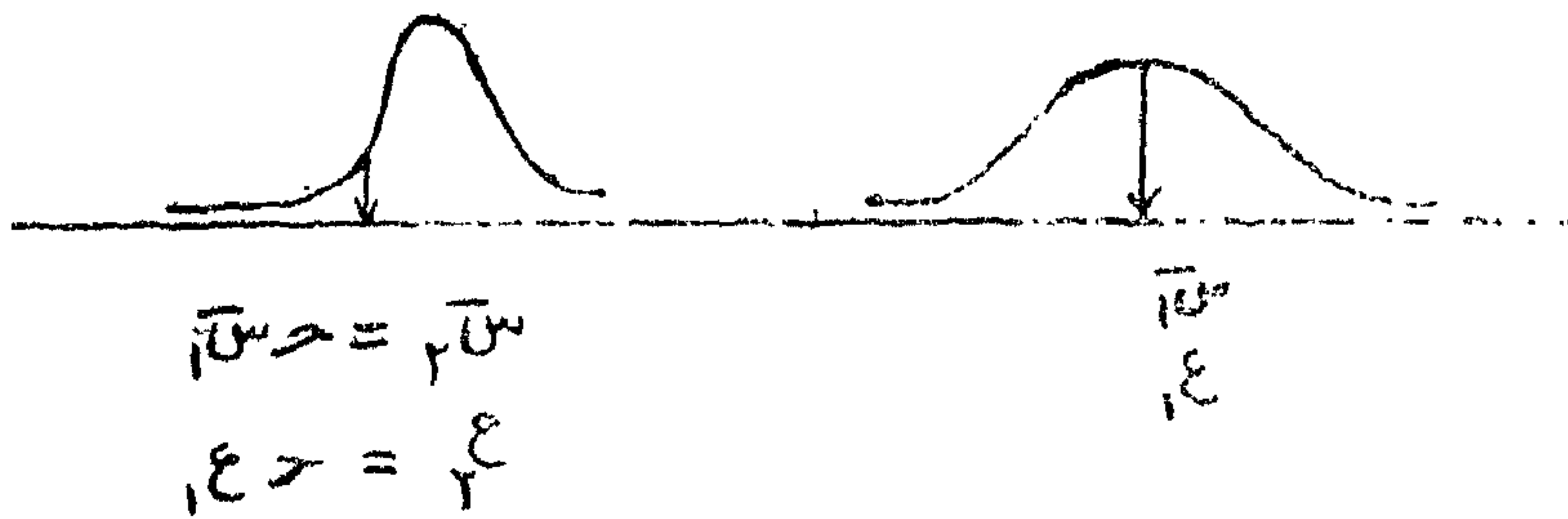
المتماثل حول المحور الرأسى إلى منحنى ملتو التواء موجبا كما هو مبين بشكل رقم (٢١) ويزيد الانحراف المعيارى بمقدار يتناسب مع هذا المقدار الثابت .



شكل رقم (٢١)

ضرب كل درجة في مقدار ثابت ج
أكبر من الواحد الصحيح

وبالعكس إذا ضربنا كل درجة في مقدار ثابت ج، أقل من الواحد الصحيح فإن هذا يؤدي إلى إزاحة التوزيع إلى اليسار على طول المحط الأفقى كما هو مبين بشكل رقم (٢٢) كما يؤدي إلى تقلص النصف الأعلى للتوزيع أكثر من النصف الأسفل مما يجعل المنحنى ملتويا التواء سالبا ويقل الانحراف المعيارى بمقدار يتناسب مع هذا المقدار الثابت .



شكل رقم (٢٢)

ضرب كل درجة في مقدار ثابت ج
أقل من الواحد الصحيح

ويمكن أن نبين أهمية استخدام هذه القواعد بالمثال الآتي :

نفترض أن معلما طبق على طلابه اختبارا غاية في الصعوبة ووجد أن متوسط الدرجات ٥٠ والانحراف المعياري ١٠ ، وأراد أن يعدل الدرجات بحيث يصبح المتوسط ٧٥ . فإحدى طرق إجراء ذلك أن يضيف ٢٥ إلى كل درجة وبذلك يزيد المتوسط الحسابي من ٥٠ إلى ٧٥ ، ولكن هذا لن يغير من قيمة الانحراف المعياري وهي ١٠ .

والطريقة الأخرى أن يضرب كل درجة في المقدار ١,٥ ، فهذا التحويل للدرجات يؤدي إلى زيادة المتوسط بقدر ٢٥ درجة أي يزيد المتوسط من ٥٠ إلى ٧٥ ، كما يزيد الانحراف المعياري من ١٠ إلى ١٥ درجة .

ويستفيد من هذه التحويلة الطلاب الذين تقع درجاتهم أعلى المتوسط . فالطالب الذي حصل على الدرجة ٦٠ في الاختبار الأصلي أصبح درجته ٩٠ نتيجة لعملية الضرب في المقدار الثابت ١,٥ . ولكن درجته تصبح ٨٥ إذا أضفنا إليها ٢٥ . وعلى العكس من ذلك ، فإن عملية الضرب في مقدار ثابت لا تفيد الطالب الذي حصل على درجة أقل من المتوسط ، فإذا كانت درجته ٣٥ مثلا في الاختبار الأصلي فإن درجته تصبح ٥٢,٥ فقط نتيجة لعملية الضرب ولكنها تصبح ٦٠ إذا أضفنا إلى الدرجة الأصلية ٢٥ .

حساب الانحراف المعياري إذا كانت البيانات مجمعة :

توجد عدة طرق لحساب الانحراف المعياري إذا كانت البيانات مجمعة في توزيع تكراري أبسطها الطريقة التي سنعرض لها هنا وتسمى الطريقة المختصرة ، لأنها توفر كثيرا من الوقت اللازم لإجراء العمليات وخاصة إذا كانت الفئات

كثيرة ، وقيم الدرجات كبيرة ، فضلا عن أن الجدول الذي تتطلبه هذه الطريقة نحسب عن طريقه المتوسط الحسابي ، وبالطبع فإننا نحتاج دائما إلى المتوسط الحسابي في دراسة ووصف التوزيعات .

وفكرة هذه الطريقة تعتمد أيضا على الحقيقة التي سبق أن ذكرناها وهي أن الانحراف المعياري هو مقدار ثابت للتوزيع الواحد . ولا تتأثر قيمته بنقل نقطة الأصل طالما كنا محتفظين بوحدة القياس . وعادة ننقل نقطة الأصل إلى مركز إحدى فئات التوزيع .

وتعتمد هذه الطريقة على فكرة الحصول على مجموع مربعات انحرافات الدرجات عن مركز هذه الفئة الافتراضية بدلا من استخدام المتوسط الحقيقي الذي ربما يسكون قيمته كسرية . أما المتوسط الفرضي فهو القيمة التي تنحرف عن مراكز الفئات بأعداد صحيحة مثل — ٦ ، — ٣ ، ٠ ، ١ ، ٥ ، ... الخ ، ويمكن إيجاد مجموع مربعات هذه الانحرافات بمثلة بطول الفئة ثم قسمة الناتج على التكرار الكلي لكي نحصل على متوسط مجموع مربعات الانحرافات .

ثم تجرى عملية تصحيح هذا المتوسط بحيث ندخل في اعتبارنا أننا قد حسبنا الانحرافات عن متوسط فرضي بدلا من المتوسط الحقيقي كما هو مبين بالصورة الرياضية الآتية . فإذا ما تساوى المتوسطان الفرضي والحقيقي كان المقدار المستخدم في التصحيح يساوي صفرا . وبعد استخراج الجذر التربيعي لمتوسط مجموع مربعات الانحرافات بعد تصحيحها نضرب الناتج في طول الفئة لنحول وحدات القياس مرة أخرى إلى وحدات الدرجات الخام .

والقانون المستخدم في هذه الحالة هو :

$$ع = \sqrt{\frac{\sum f \cdot x^2}{n} - \left(\frac{\sum f \cdot x}{n} \right)^2} \times ف$$

(٨)

حيث ف ترمز إلى طول الفئة

والتوضيح كيفية تطبيق هذه الصورة نفترض أن لدينا جدول التوزيع التكرارى الآتى (جدول رقم ١٨) :

(١) الفئات	(٢) التكرار (ت)	(٣) مراكز الفئات	(٤) ح	(٥) ت × ح	(٦) ت × ح ^٢	(٧) ت (١+ح) ^٢
٢٩-٣٠	٣	٢٤,٥	٤+	١٢	٤٨	٧٥
٣٩-٤٠	٨	٣٤,٥	٣+	٢٤	٧٢	١٢٨
٤٩-٥٠	١٢	٤٤,٥	٢+	٢٤	٤٨	١٠٨
٥٩-٦٠	٢٠	٥٤,٥	١+	٢٠	٢٠	٨٠
٦٩-٧٠	٣٦	٦٤,٥	صفر	صفر	صفر	٣٦
٧٩-٨٠	٣٣	٧٤,٥	١-	٣٣-	٣٣	صفر
٨٩-٩٠	٢٤	٨٤,٥	٢-	٤٨-	٩٦	٢٤
٩٩-١٠٠	١٦	٩٤,٥	٣-	٤٨-	١٤٤	٦٤
١٠٩-١١٠	٧	١٠٤,٥	٤-	٢٨-	١١٢	٦٣
١١٩-١٢٠	٢	١١٤,٥	٥-	١٠-	٥٠	٣٢
المجموع	١٦١			٧٧-	٦٢٣	٦١٠

جدول رقم (١٨)

خطوات حساب الانحراف الميالى بالطريقة المختصرة

ويمكن تلخيص الخطوات التى تتبع لحساب الانحراف الميالى للبيانات المجمعة فى الخطوات الآتية :-

١ - نختار فئة منتصف التوزيع بحيث تناظر أكبر تكرار لتيسير العمليات الحسابية ونضع أمامها صفرا .

٢ - نضع أمام الفئة التي تعلوها مباشرة + ١ والتي تليها + ٢ وهكذا .
ثم نضع أمام الفئة التي تقع أسفلها مباشرة - ١ والتي تليها - ٢ وهكذا .
وهذه تمثل الانحرافات (ح) عن مركز الفئة الافتراضية وندونها في العمود
رقم (٤) بالجدول السابق .

٣ - نضرب التكرار (ت) في الانحراف (ح) ، ونسجل النتائج في
العمود رقم (٥) ونجمع قيم ت × ح وندونها أسفل الجدول .

٤ - نضرب الانحراف (ح) في القيم المبينة بالعمود رقم (٥) ، لنحصل
على قيم ت × ح^٢ وندون النتائج في العمود رقم ٦ . ونجمع قيم ت × ح^٢
وندونها أسفل الجدول .

٥ - نجمع التكرار الكلي ت وندونه أسفل الجدول .

٦ - نطبق الصورة السابقة رقم (٨) وهي :

$$ع = \sqrt{\frac{\text{مجموع ت} \times \text{ح}^2}{ن} - \left(\frac{\text{مجموع ت} \times \text{ح}}{ن} \right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{٦٢٣}{١٦١} - \left(\frac{٨٧}{١٦١} \right)^2} \times ١٠$$

$$= ٣,٨٧٠٧ - (٠,٥٤٠) \times ١٠$$

$$= ٣,٥٧٨ \sqrt{١٠} = ١١,٨٩٢$$

- ١٨,٩٢

التحقق من صحة العمليات الحسابية :

يمكن التحقق من صحة العمليات الحسابية في الجدول السابق لو أضفنا عموداً آخر لحساب القيمة $(1 + ح)^2$ واستخدام المتطابقة :

$$\text{مجمت } (1 + ح)^2 = \text{مجمت } ح^2 + 2 \text{ مجمت } ح + ن + \dots + \dots + (9)$$

وهذا يسمى بتحقيق شارلير

ففي المثال السابق :

$$\text{مجمت } (1 + ح)^2 = 610$$

$$6 \text{ مجمت } ح^2 = 623$$

$$6 \text{ مجمت } ح = 87 -$$

$$6 \text{ ن} = 161$$

$$\text{مجمت } ح^2 + 2 \text{ مجمت } ح + ن = 623 + 87 - + 161$$

$$= 623 + 174 -$$

$$= 874 -$$

$$= 61$$

$$\text{مجمت } (1 + ح)^2 =$$

وواضح أن هذا

وبذلك نتأكد أن العمليات الحسابية صحيحة .

ونظراً لأننا اعتمدنا في تطبيق القانون السابق على أن جميع الدرجات (التكرار) في فئة ما تتركز في منتصف الفئة ، فإن الخطأ الناشئ عن هذا الأمر (الذي يسمى بخطأ التجميع Grouping Error) يكون كبيراً إذا كان مدى الفئة متسعاً . وهنا يجب تصحيح هذا الخطأ باستخدام معادلة تصحيح شبرد Sheppard's Correction وهي :

الانحراف المعياري بعد تصحيحه من خطأ التجميع

$$V = \sqrt{E^2 - \frac{F^2}{12}} \quad (10)$$

حيث ع ترمز إلى الانحراف المعياري المحسوب من البيانات المجمعة ،
ف طول الفئة .

وبالتعويض من معادلة تصحيح شبرد في الصورة رقم (٨) وهي :

$$E = \sqrt{\frac{\sum (T \cdot H)^2}{N} - \frac{(\sum T \cdot H)^2}{N}} \times F$$

نجد أن الانحراف المعياري بعد تصحيحه من خطأ التجميع

$$V = \sqrt{\frac{\sum (T \cdot H)^2}{N} - \frac{(\sum T \cdot H)^2}{N}} \times 0,833 - F \times 0,0000 \quad (11)$$

وقد وجد أنه عندما يكون طول الفئة ف مساوياً ٠,٤٩ ع ، فإن معادلة
شبرد تعطى فرقاً قدره ٠,٠١ بين قيمتي الانحراف المعياري بعد وقبل تصحيحه.

وهذا الخطأ يمكن التماضي عنه إلا إذا أردنا الدقة الكاملة أو احتجنا استخدام
الانحراف المعياري الناتج في عمليات إحصائية أخرى . إما إذا كان طول الفئة
حوالي نصف قيمة الانحراف المعياري (أي ٠,٤٩ ع) كما ذكرنا وكانت العينة
كبيرة ، وإذا كان المدى حوالي ستة انحرافات معماريه فإنه يكون لدينا ١٢
فئة وإذاً يجب أن تكون ٢ فئة هي الحد الأدنى لحساب الانحراف المعياري
بدقة في حالة العينات الكبيرة . فإذا كان لدينا أول ١٢ فئة يجب استخدام
معادلة تصحيح شبرد لمزيد من الدقة أي أن حجم العينة ، وعدد فئات التوزيع ،

والهدف من الحصول على الانحراف المعياري هو الذي يحدد استخدام هذه المعاد .
من عدمه .

تفسير الانحراف المعياري :

في مناقشتنا الانحراف المعياري رأينا أن تشتت مجموعة من الدرجات يكون صغيراً إذا تجمعت الدرجات بدرجة أكبر حول المتوسط ، ويكون التشتت كبيراً إذا انتشرت الدرجات انتشاراً واسعاً حول المتوسط . ولذا يمكن القول أنه إذا كان الانحراف المعياري لمجموعة من الدرجات صغيراً تميل الدرجات إلى التراكم حول المتوسط ، وإذا كان الانحراف المعياري كبيراً تنتشر الدرجات انتشاراً واسعاً حول المتوسط .

وربما يتساءل البعض عما يقصده بانحراف معياري صغير وانحراف معياري كبير . ولتوضيح ذلك يجب أن نذكر نظرية هامة تسمى نظرية شيبشيف Chebyshev's Theorem نسبة إلى عالم الرياضيات الروسي شيبشيف

(١٨٢١ - ١٨٩٤) وهي أنه تقع $(1 - \frac{1}{k^2}) \times 100$ في المائة من مجموعة الدرجات في مدى قدره ك انحراف معياري عن متوسطها الحسابي .

فإذا كانت $k = 2$ فإنه يمكننا القول بأنه تقع $(1 - \frac{1}{2^2}) \times 100 = 75 = 100 \times \frac{3}{4}$ في المائة على الأقل من أي مجموعة بيانات في مدى قدره انحرافان معياريان عن المتوسط .

ففي المثال السابق الموضح بالجدول رقم (١٨) نجد أن ٧٥٪ على الأقل من الدرجات تقع بين $س - ٢٠$ ، $س + ٢٠$ ع

$$\text{أي بين } ٥٩,١ - ١٨,٩٢ \times ٢ = ٥٩,١٠ \quad ٣٧,٨٤ = ٢١,٢٦$$

$$٩٦,٩٤ = ٣٧,٨٤ + ٥٩,١٠ = ١٨,٩٢ \times ٢ + ٥٩,١$$

ويمكن التحقق من ذلك بالرجوع إلى البيانات الموضحة بجدول رقم (١٨) حيث نجد أن هناك حوالي ١٥٢ درجة من بين ١٦١ درجة أى حوالى ٩٥ فى المائة من الحالات تقع بين ٢١ ، ٩٧ . أى أن نسبة لا تقل عن ٧٥٪ تقع بين هاتين الدرجتين .

كما توصلنا نظرية شيبشيف أنه عندما يكون $\alpha = ٥$ فإنه يجب أن تقع ٩٦٪ من الدرجات على الأقل بين ٥ انحرافات معيارية عن متوسطها . وعندما تكون $\alpha = ١٠$ فإنه يجب أن تقع ٩٩٪ من الدرجات على الأقل بين ١٠ انحرافات معيارية عن متوسطها .

والنظرية تطبيقات أكثر عند استخدام الأساليب الاستدلالية في تحليل البيانات . وقد قصدنا ذكرها هنا باختصار لتوضيح كيف يدل الانحراف المعياري على انتشار مجموعة من البيانات .

ومن هذا يتضح أن الانحراف المعياري هو مقياس حساس لدرجة انحراف أو ابتعاد قيم المتغير عن المتوسط الحسابي . وصغر قيمته يدل على أن هذه القيم متقاربة ومتراكمة بالقرب من هذا المتوسط .

وهذا يعني أن تشتتها صغير والعكس بالعكس . فالانحراف المعياري هو إذن أفضل مقاييس التشتت لأنه مبني على أساس منطقي سليم ويستخدم في حسابه طريقة موضوعية تتناول جميع قيم المتغير . وهو يتميز على بقية مقاييس التشتت بأنه يستجيب للمعالجة الرياضية .

ولذا لا يمكن الاستغناء عنه في حساب أهم المقاييس الإحصائية الأخرى كعاملات الالتواء والتفرطح والارتباط ، كما لا يمكن الاستغناء عنه في تحليل التباين ودراسة المعينات والحكم على ثبات التفسيرات والتنبؤات الإحصائية فهو يعد العمود الفقري لكثير من طرق تحليل البيانات .

المقاييس النسبية للتشتت :

إن جميع مقاييس التشتت السابق ذكرها تكون قيمتها معطاة بدلالة وحدات قياس المتغير . وهي صالحة إذن لمقارنة المجموعات التي لها نفس الوحدات ، وبشرط أن تكون متوسطاتها متقاربة لأن التشتت مقياس يعتمد على الانحراف عن المتوسط .

ولكن ما هو الحال لو أراد الباحث مقارنة توزيعات ليس لها نفس الوحدات أو متوسطاتها مختلفة اختلافاً كبيراً ؟

وسحق لو استخدم الباحث نفس الوحدة لقياس نوعين من التوزيعات ، فإن مقارنة تجانس هذين التوزيعين لا يسكون صحيحاً إذا اختلفت الدقة في قياسهما .

فمثلاً إذا قلنا أن الانحراف المعياري لمجموعة مقاييس لوزن بعوضة هو ١ ، من الجرام ، وأن الانحراف المعياري لمجموعة مقاييس لوزن بيضة دجاجة هو ٦ ، من الجرام ، فإن مقارنة هذين العددين لا تسكون معقولة إذ من الواضح أن القياس في حالة البيضة أدق كثيراً منه في حالة البعوضة .

ومن هنا نشأت الحاجة إلى مقاييس نسبية للتشتت . ففي مثل هذه المقارنات لابد أن يكون لدينا مقاييس يتوفر فيها شرطان :

الأول : أن يكون المقياس مطلقاً أي لا يعتمد على الوحدات المستخدمة .
والثاني : أن يجمع بين مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت .
وأكثر هذه المقاييس استخداماً هو المقياس الذي اقترحه بيرسون ، والذي يسمى « معامل الاختلاف Coefficient of Variation » .

وهو النسبة بين الانحراف المعياري والمتوسط الحسابي . ونحول هذه النسبة عادة إلى نسبة مئوية .

أى أن : معامل الاختلاف $= \frac{ع}{س} \times 100$. . . (١٢)

فإذا كان الانحراف المعياري لعينة ما = ٢٠ .

والمتوسط الحسابي = ٢٤٠

فإن معامل الاختلاف $= 100 \times \frac{20}{240}$

$$= \frac{20}{240} = 0,083 \%$$

فبدلاً من مقارنة الأوزان المقيسة بالكيلو جرام مثلاً بالأطوال مقيسة بالبوصة ، وبالأعمار مقيسة بالأعوام ، وبالأسماء مقيسة بالجنسيات فإننا نقارن معاملات الاختلاف المناظرة والتي تكون جميعها على صورة نسب مئوية .

غير أنه في بعض التوزيعات التكرارية يتعذر حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري كما في التوزيعات المفتوحة . كما أن هذين المقياسين قد لا يكونان أنسب المقاييس في بعض التوزيعات ، ولهذا نلجأ إلى مقاييس نسبية أخرى .

ومن هذه المقاييس ما يتوقف على الريعين الأعلى والأدنى ويسمى :

معامل الاختلاف الريعي وهو

$$= \frac{\text{الربيع الثالث} - \text{الربيع الأول}}{\text{الربيع الثالث} + \text{الربيع الأول}} \times 100$$

(١٣) . . .

وهو مقياس مطلق يصلح لجميع التوزيعات كما يسهل إيجادها بالرسم .

كيف يختار الباحث مقياس التشتت المناسب عند تحليل البيانات :

هناك عدد من الاعتبارات يجب أن يأخذ بها الباحث عند اختياره لمقياس

التشتت الذي يناسب موقفاً معيناً أو بيانات معينة نلخصها فيما يلي :

حساسية المقياس لتذبذب العينات بمعنى نموت القيمة السببية المقياس للعينات المسحوبة من نفس المجتمع الاصل فإذا كانت العينات مسحوبة بطريقة عشوائية فإنه يمكن ترتيب مقاييس التشتت من حيث مدى حساسيتها لتذبذب العينات من الأكثر ثباتاً إلى الأقل ثباتاً كما يلي :

الانحراف المعياري ، الانحراف المتوسط ، نصف المدى الربيعي
المدى المطلق .

وينعكس الترتيب السابق من حيث سرعة وسهولة حساب مقياس التشتت . وإذا كان الباحث مهتماً بحساب مقاييس إحصائية أخرى لمجموعة بياناته مثل تقدير متوسط المجتمع الاصل أو دلالة الفروق بين متوسطات أو حساب معاملات الارتباطات أو معادلات الانحدار وما شابه ذلك فإن الانحراف المعياري يفضل على جميع مقاييس التشتت الأخرى .

ويمكن للباحث أن يختار بين الانحراف المعياري ، والانحراف المتوسط . ونظراً لأن الانحراف المعياري يعتمد على مجموع مربعات الانحرافات عن المتوسط فإنه يعطى وزناً أكبر للانحرافات المتطرفة . فإذا كان التوزيع يحتوي على عدد كبير من القيم المتطرفة في اتجاه ما أو في الاتجاهين ربما يستخدم الباحث الانحراف المتوسط ، وبخاصة إذا كان التوزيع ملئاً بالتواءاً شديداً

أما نصف المدى الربيعي فهو لا يدخل في حساب القيم المتطرفة وهو يفضل أحياناً لهذا السبب على الانحراف المعياري والانحراف المتوسط ، وهو يهتم بدرجة أكبر بالقيم الوسطى .

فإذا ما استخدم الباحث الوسيط كقياس للنزعة المركزية يكون من الطبيعي أن يستخدم نصف المدى الربيعي كقياس للتشتت ، فكلاهما يعتمد على نفس القواعد وإذا كان التوزيع ناقصاً أو منوراً Truncated أو يحتوي على قيم غير محددة ، فإن نصف المدى الربيعي يكون هو مقياس التشتت المناسب .

خصائص أخرى للتوزيعات التكرارية

عرضنا فيما سبق بعض خصائص التوزيعات التكرارية ومقاييس التبعيه المركزية ومقاييس التشتت . وفي الحقيقة يمكن وصف البيانات بطرق كثيرة ومتعددة . فطلباء الإحصاء يمدوننا باستمرار بطرق جديدة لوصف البيانات العددية والبيانات النوعية . وسوف نعرض هنا باختصار لطرق وصف الشكل العام للتوزيعات التكرارية .

وبالرغم من أن التوزيع التكراري يمكن أن يتخذ أى شكل إلا أنه توجد بعض الأشكال النموذجية التي تناسب معظم التوزيعات التي يقابلها الباحث في المواقف الفعلية ، وقد عرضنا تلك في الفصل الثاني . ومن بين هذه التوزيعات التوزيع الاعتدالي وهو توزيع يشبه الجرس المقلوب ، والتوزيع الملتوى التواء موجبا والذي نترام فيه قيم المتغير حول النهاية الدنيا للتوزيع ، والتوزيع الملتوى التواء سالبا حيث نترام فيه قيم المتغير حول النهاية العليا للتوزيع

فإذا لم يكن التوزيع اعتداليا فإنه يجب أن لا يتبو الباحث عن وصف التوزيع بالمتوسط والانحراف المعياري ، وإنما يحتاج إلى مقياس آخر يعبر عن مدى ابتعاد التوزيع عن الاعتدالية أي درجة التواء . ومن المرغوب فيه أيضا أن يصف التوزيع بمقياس آخر يعبر عن درجة تفرطح أو تدبب التوزيع

ونوجد عدة طرق لقياس مدى انواء التوزيعات التكرارية . وأبسط هذه

الطرق تعتمد على الفكرة الموصحة بالشكل (٢٠) .



شكل رقم (٢٣)

موضع كل من المتوسط الحسابي والوسيط
في توزيع ملتو التواء موجبا

فهنا نجد أن التوزيع له ذيل متجه نحو اليمين . ولذلك نجد الوسيط يسبق
المتوسط الحسابي (وينعكس هذا الترتيب إذا كان التوزيع ملتو التواء سالبا) .
واعتماداً على هذا الفرق توصل بيرسون Pearson إلى مقياس يسمى معامل
الالتواء وهو :

$$\text{معامل الالتواء} = \frac{3(\text{المتوسط الحسابي} - \text{الوسيط})}{\text{الانحراف المعياري}} \quad \dots (١٤)$$

وهنا نقسم ثلاثة أمثال الفرق بين المتوسط والوسيط على الانحراف المعياري
وذلك لكي نحصل شكل التوزيع مستقلاً عن وحدات القياس المستخدمة .

فإذا كان متوسط توزيع ما ٥٦,١ ، والوسيط ٥٦,٢ ، الانحراف المعياري

١٥,٤ فإن :

$$\frac{(56,7 - 56,2) 3}{15,4} = \text{معامل الالتواء} = 0,097$$

ونظراً لأن هذه القيمة قريبة جداً من الصفر فهذا يدل على أن التوزيع متماثل تقريباً .

العزوم حول المتوسط الحسابي :

في الحقيقة يمكن وصف التواء التوزيع بدرجة تقريبية بطرق مختلفة أحدها هو الطريقة السابقة التي اعتمدت على الفرق بين المتوسط الحسابي والوسيط مقسوماً على الانحراف المعياري .

ويمكن الاعتماد على الإرباعي الأعلى والإرباعي الأدنى للتوزيع كما رأينا عند مناقشتنا لنصف المدى الربيعي وهو أحد مقاييس التشتت .

أما إذا أردنا الحصول على مقاييس دقيقة وثابتة لوصف الالتواء والتفرطح فإنه يفضل استخدام طريقة تعتمد على العزوم حول المتوسط الحسابي .

فالمتوسط الحسابي والانحراف المعياري يرتبطان بعائلة من المقاييس الإحصائية تسمى العزوم Moments ، والعزوم الأربعة الأولى حول المتوسط هي :

$$M_1 = \frac{\sum (x - \bar{x})}{n} = \text{صفر} \quad (15)$$

$$M_2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}{n} \quad (16)$$

$$M_3 = \frac{\sum (x - \bar{x})^3}{n} \quad (17)$$

$$\frac{\sum (S - \bar{S})^2}{N} \quad \text{م} \quad (18)$$

ويرتبط مفهوم العزم بعلم الميكانيكا . فإذا افترضنا أن لدينا رافعة مركزة على محور ، وأن هناك قوة Q تؤثر على ذراع الرافعة على مسافة S من المحور فإن حاصل ضرب $Q \times S$ يسمى عزم القوة حول المحور . وإذا أثرت قوة أخرى Q_2 على مسافة S_2 من المحور ، فإن العزم الكلي يساوي $Q_1 \times S_1 + Q_2 \times S_2$. وإذا ربعتنا المسافة S نحصل على العزم الثاني ، وإذا رفعناها إلى القوة الثالثة نحصل على العزم الثالث ، وهكذا .

وفي حالة التوزيعات التكرارية ، يمكن اعتبار نقطة الأصل تشبه محور ارتكاز الرافعة ، وأن تكرارات الفئات المختلفة تشبه القوى المؤثرة على مسافات مختلفة من نقطة الأصل .

ونلاحظ أن العزم الأول حول المتوسط يساوي صفر ، والعزم الثاني يساوي $\frac{1}{N} \sum (X - \bar{X})^2$ مضر وباً في التباين غير المتحيز للعينة (سبق أن أوضحنا معنى عدم التحيز في مناقشتنا للانحراف المعياري) ، والعزم الثالث يستخدم للحد من مقياس الالتواء ، ونحصل عن طريق العزم الرابع على مقياس التفريط

مقاييس الالتواء والتفريط باستخدام العزوم :

أولاً : مقياس الالتواء (L_1) : $Skewness$

المقياس الشائع الاستخدام والذي يعتمد على العزم الثالث يعرف كالتالي :

$$L_1 = \frac{\sum (X - \bar{X})^3}{\sum (X - \bar{X})^2} \quad (19)$$

وهذا المقياس مبنى على فكرة أنه عندما يكون التوزيع ، أو توزيع أى مجموعة من القيم متماثلاً ، فإن مجموع الانحرافات الموجبة عن المتوسط مرفوعة للقوة الثالثة (أى بعد تسكعبيها) سوف تتوازن مع مجموعة الانحرافات السالبة عن المتوسط مرفوعة للقوة الثالثة .

ولذلك فإنه إذا كان التوزيع متماثلاً تسكون $\sum x = 0$. وينتج أن $L = 0$. أما إذا كان التوزيع غير متماثل فإن الانحرافات الموجبة مرفوعة للقوة الثالثة لا تتوازن مع الانحرافات السالبة مرفوعة للقوة الثالثة . وينتج $L \neq 0$. وبالتالى $L \neq 0$.

فإذا كان التوزيع ملتوياً التواء موجباً فإن L تكون موجبة . وإذا كان التوزيع ملتوياً التواء سالباً تسكون L سالبة . أما المقدار L قد استخدم فى مقام الكسر لضرب إمكانية مقارنة L عندما تسكون التوزيعات مختلفة فى التشتت .

لذلك فإن L هو مقياس مستقل عن ميزان القياس أى أننا يمكننا مقارنة التواء مجموعة من القيم والقياسات مقارنة مباشرة سواء كانت بالجرام أو المتر أو درجات اختبار نفسى معين باستخدام المقياس L .

ولتوضيح ذلك ، افترض أن لدينا مجموعتين من الأعداد ، ب :

المتوسط

أ	٦	٨	١٠	١٢	١٤	١٠
ب	٦	٨	١٠	١١	١٥	١٠

ويمكن التعبير عن هذه الدرجات بواسطة انحرافاتها عن متوسطها كالتالى :

أ	- ٤	- ٢	صفر	+ ٢	+ ٤
ب	- ٤	- ٢	صفر	+ ١	+ ٥

فمجموعة الأعداد أ متماثلة أما المجموعة ب فهي غير متماثلة وعندما نرفع هذه الانحرافات إلى القوة الثالثة نجد أن :

$$\begin{array}{l} \text{أ} \quad ٦٤ - ٨ - \text{صفر} + ٨ + ٦٤ \\ \text{ب} \quad ٦٤ - ٨ - \text{صفر} + ١ + ١٢٥ \end{array}$$

فبالنسبة إلى المجموعة أ تكون $\mu_3 = ٠$ لأن :

$$\mu_3 = \frac{\sum (س - \bar{س})^3}{ن} \text{ وبالتالي فإن } \mu_3 = \text{صفر} ,$$

أما بالنسبة إلى المجموعة ب تكون $\mu_3 = ١٠,٨٠$

أى أن توزيع المجموعة ب ملتو التواء موجبا .

ثانيا : مقياس التفرطح (μ_4) : Kurtosis

المقياس الشائع الاستخدام والذي يعتمد على العزم الرابع يعرف كالتالى :

$$\mu_4 = \frac{\sum x^4}{n} - 3 \left(\frac{\sum x^2}{n} \right)^2 \quad (٢٠)$$

ويعتمد هذا التعريف على فكرة أن الانحرافات الكبيرة عن المتوسط عندما ترفع إلى القوة الرابعة سوف تسهم إسهاما أكبر في العزم الرابع للتوزيع من الانحرافات الصغيرة ، واستخدم μ_4 في المقام يمكننا من مقارنة التوزيعات

المختلفة ، أما الرقم ٣ الذى طرحناه من النسبة $\frac{\sum x^4}{n}$ فذلك لأن هذه النسبة $= ٣$ في

التوزيعات التكرارية فإذا كان التوزيع اعتداليا نصبح $\mu_4 = \text{صفر}$. أما في التوزيعات المدببة فإن μ_4 تكون أكبر من الصفر ، وفي التوزيعات المسطحة إلى حد ما تكون μ_4 أصغر من الصفر .

ولتوضيح ذلك ، افترض أن لدينا مجموعتين من الأعداد أ ، ب :

أ	٦	٨	١٠	١٢	١٤
ب	٥,٦٤	٩	١٠	١١	١٤,٣٦

فإذا تأملنا الأعداد في المجموعتين ربما نلاحظ أن توزيع كل من المجموعتين ليس مدبباً . وفي الحقيقة فإن المجموعة أ أكثر تفرطحاً من المجموعة ب ، وكل منهما له نفس المتوسط والانحراف المعياري تقريباً ، وكلاهما متماثل ، ولكنهما يختلفان في خاصية التفرطح . فعندما ترفع انحرافات أعداد كل من المجموعتين عن المتوسط إلى القوة الرابعة تصبح الأعداد كما يلي :

أ	٢٥٦	١٦	صفر	١٦	٢٥٦
ب	٣٦١,٣٦	١	صفر	١	٣٦١,٣٦

فبالنسبة إلى المجموعة أ تكون $\mu = ١٠٨,٨٠$

وبالنسبة إلى المجموعة ب تكون $\mu = ١٤٤,٩٤$

أما بالنسبة إلى كل من المجموعتين فإن $\mu = ٨,٠٠$ ، وبالنسبة إلى المجموعة أ تكون $\mu = ١,٣٠$ ، وبالنسبة إلى المجموعة ب تكون $\mu = ٠,٧٤$. أي أن كلا منهما مفرطح . ولكن المجموعة أ أكثر تفرطحاً من المجموعة ب كما هو واضح من قيمتي μ .

متى يلجأ الباحث إلى حساب مقاييس الالتواء والتفرطح :

ذكرنا فيما سبق أن التوزيع يكون ملتوياً إذا تراكت الدرجات عند أحد أطراف التوزيع دون الطرف الآخر . وتوجد عدة أسباب لالتواء توزيعات الدرجات ، مثلاً إذا كان اختبار عقلي معين غاية في السهولة أو غاية في الصعوبة فإن توزيع درجات هذا الاختبار يكون ملتوياً . وبعض المقاييس الفسيولوجية مثل مقاييس زمن الرجوع وسرعة الأداء ... إلخ يشتمل أن تكون توزيعات درجاتها ملتوية .

و يمكن أن يكون توزيع البيانات المقاسة على ميزان فترى أر دتبى ملتوياً .
 فإذا كانت البيانات الفترية ملتوية فإنه يفضل استخدام الوسيط كقياس للنزعة
 المركزية ، ونصف المدى الربيعي كقياس للتشتت ، وكثير من الأساليب الإحصائية
 تفترض أن توزيع الدرجات الخام لمتغير ما اعتدالى أو ليس بملتو .

فإذا كان التوزيع فى حقيقته اعتدالياً يكون مقياس الالتواء صفراً وعندئذ
 ينطبق الوسيط على المتوسط . وهنا لا داعى لتطبيق مقياس إحصائى ليعين أن
 التوزيع ليس ملتوياً . ولكن الباحث يمكنه تحديد درجة الالتواء ويقرر ما إذا
 كان لابد من إجراء بعض التصحيحات (مثل تحويل ميزان القياس كما سنرى فيما
 بعد) قبل أن يستمر فى تحليل بياناته .

فلسكى يجعل الباحث توزيع الدرجات قوياً من الاعتدالية — إذا لم يكن
 كذلك — ربما يلجأ إلى نوع من أنواع التحويلات غير الخطية على البيانات ولكن
 لسوء الحظ فإن هذه التحويلات تؤدي إلى مشكلات من نوع آخر عند تفسير
 البيانات .

وفى الحقيقة أن طبيعة البحث ، ونوع المتغيرات ، موضع الدراسة ، وحجم
 العينة تعتبر جميعها من العوامل التى يجب أن يأخذها الباحث فى اعتباره قبل أن
 يقرر ما إذا كان لابد من حساب مقاييس الالتواء والتفرطح . وينصح ماكنمار
 McNemar بعدم استخدام هذه المقاييس إذا كان عدد الدرجات يقل عن ١٠٠ ،
 ويجب أن يدرك الباحث أن التوزيعات الاعتدالية والملتوية لكثير من المتغيرات
 النفسية تكمن مصطنعة وذلك لأنه يندر أن تكون الوحدات المستخدمة فى بناء
 المقاييس النفسية متساوية

فوحدة القياس غالباً ما تكون اعتبارية أو ربما تكون عرضية . فكثير
 من المتغيرات النفسية والتربوية تقاس بعدد العبارات التى يعطى كل فرد رايه
 فيها أو عدد الأسئلة التى يجيب عنها كل منهم إجابة صحيحة .

وهنا يتحدد شكل التوزيع الناتج بدرجة كبيرة بالنسبة المثوية للعبارات التي أجب عنها أو بصعوبة الأسئلة . فإذا كانت الأسئلة متوسطة الصعوبة بالنسبة لمجموعة ما ، فإننا نتوقع أن ميزان القياس سوف يؤدي إلى توزيع متماثل لدرجات المجموعة . وإذا كانت الأسئلة سهلة فإن الدرجات سوف تتركز عند النهاية العليا للتوزيع (أى ينتج عنها توزيع ملتو التواء سالبا) . وإذا كانت الأسئلة صعبة فإن الدرجات سوف تتركز عند النهاية السفلى للتوزيع . وفي غياب وحدات قياس متساوية لأداة القياس لا يمكننا حقيقة القول بأن التوزيع متماثل أو ملتو ، ولكن يمكننا القول فقط أن شكل التوزيع يعتمد على وحدات القياس المستخدمة .

تمارين على الفصل الرابع

- ١ — احسب مقاييس التشتت الآتية للدرجات
٢ ، ٥ ، ٩ ، ١٠ ، ١٥ ، ١٩ :
(أ) المدى المطلق .
(ب) الانحراف المتوسط .
(ج) التباين .
(د) الانحراف المعياري .
- ٢ — إذا كان تباين عينة مكونة من ١٠٠ درجة هو ١٥ . أوجد مجموع مربعات الانحرافات عن المتوسط الحسابي للدرجات .
- ٣ — إذا كان التباين المتحيز المحسوب لعينة مكونة من ٥ درجات هو ١٠ ، أوجد تقدير التباين غير المتحيز المناظر للتباين المتحيز .
- ٤ — إذا كان تباين عينة مكونة من n من الدرجات هو ٢٠ ، أوجد التباين في الحالتين الآتيتين :
(أ) إذا ضربنا كل درجة في ثابت مقداره ٥ .
(ب) إذا قسمنا كل درجة على ثابت مقداره ٤ .
- ٥ — احسب العزم الثاني والثالث والرابع للدرجات ٤ ، ٦ ، ١٠ ، ١٤ ، ١٦ . ثم احسب الانحراف المعياري ومقياسي الالتواء والتفرطح .
- ٦ — فيما يلي درجات مجموعتين من الطلاب :
المجموعة أ ٢ ٣ ٥ ١٠ ٢٠
المجموعة ب ٢ ٤ ٨ ١٢ ١٤
احسب مقياسي الالتواء لكل من المجموعتين ، وقارن بينهما .

٧ — احسب الانحراف المعياري للتوزيع التكراري الآتي مستخدما تصحيح شبرد مرة وبدون استخدامه مرة أخرى .

الفتات	التكرار
٢٩ — ٣٠	١
٣٩ — ٣٠	٤
٤٩ — ٤٠	١٠
٥٩ — ٥٠	١٥
٦٩ — ٦٠	٨
٧٩ — ٧٠	٢

وبين هل يجوز استخدام تصحيح شبرد في هذا التوزيع ؟ ولماذا ؟

٨ — احسب نصف المدى الربيعي للدرجات :

١٠٠ ، ١١٠ ، ١١٠ ، ١١٩ ، ١٣٠ ، ١٣٥ ، ١٣٥ ، ١٤٠ ، ١٤٠ ، ١٤٥ ، ١٤٥ ، ١٥٠ ، ١٦٠ .

٩ — اختار باحث ١٠ أفراد بطريقة عشوائية في تجربة سيكولوجية وعين خمسة أفراد منهم للمعالجة التجريبية الأولى والخمسة الآخرين للمعالجة التجريبية الثانية ، وحصل الباحث بعد انتهاء التجربة على البيانات الآتية :

المعالجة الأولى	المعالجة الثانية
١٧	١٤
٤	٣
٧	٣
١١	١١
١١	٩

- (أ) احسب المتوسط وتباين مجموعة المعالجة الاولى .
(ب) احسب المتوسط وتباين مجموعة المعالجة الثانية .
(ج) ما هو أفضل تقدير لمتوسط المجتمع الاصل وانحرافه المعياري .
(د) هل يمكنك استنتاج وتبرير أن متوسط المجتمع الاصل الذي سجلت منه مجموعة المعالجة الاولى أكبر من متوسط المجتمع الاصل الذي سجلت منه مجموعة المعالجة الثانية ؟ وأن الانحرافين المعياريين لهما متساويان ؟ ولماذا ؟
١. - احسب نصف المدى الربيعي والانحراف المعياري للتوزيع التكراري الآتي وقارن بينهما .

التكرار	الفئات
١	٢٥ — ٢٩
١	٣٠ — ٣٤
٣	٣٥ — ٣٩
٦	٤٠ — ٤٤
٦	٤٥ — ٤٩
٦	٥٠ — ٥٤
٧	٥٥ — ٥٩
٤	٦٠ — ٦٤
٤	٦٥ — ٦٩
١	٧٠ — ٧٤
١	٧٥ — ٧٩
١	٨٠ — ٨٤
٤٠	ن =

الفصل الخامس

الدرجات المحولة

المئينيات
الرتب المئينية
الإعشاريات
الدرجات المعيارية
الدرجات التائية
تحويلات خطية أخرى

مقدمة :

بالرغم من أن خصائص التوزيعات التكرارية التي عرضنا لها في الفصول السابقة تساعدنا على وصف تلك التوزيعات ، إلا أنها لا تساعدنا كثيراً في تفسير كل درجة على حدة في التوزيع .

فمثلاً ، إذا افترضنا أن أحد الطلاب في فصل ما قد حصل على الدرجة ٨٨ في اختبار ما ، فمعرفة قيمة الدرجة فقط دون معرفة طبيعة أو شكل توزيع درجات الاختبار لا يمكننا من تفسير هذه الدرجة ، إذ ربما تكون الدرجة أعلى أو أقل درجة في الفصل . ولكي نحدد موقع الدرجة بالنسبة إلى غيرها من الدرجات فإننا نحتاج إلى مزيد من المعلومات . فإذا علمنا أن متوسط الدرجات في هذا الاختبار ٨١ ، فإن هذا لا يعني أكثر من أن الدرجة ٨٨ تقع أعلى من المتوسط ويظل تفسيرنا للدرجة غير محدد . ولذلك فإننا نحتاج إلى مقاييس تعبر عن المركز النسبي للدرجة في التوزيع الكلي للدرجات . وتعتمد هذه المقاييس على إجراء أنواع معينة من التحويلات للدرجة المطلوب تفسيرها . ومن بين هذه المقاييس المئينيات والإعشاريات والدرجات المعيارية بأنواعها ، وهو ما سنعرض له في هذا الفصل . وتعتمد جميع هذه المقاييس على فكرة تحويل الدرجة الأصلية (تسمى الدرجة الخام) إلى درجة أخرى يمكن عن طريقها مقارنة درجة طالب ما بالنسبة إلى غيره من طلاب فصله ، أي أنها تمدنا بإطار مرجعي يمكن أن نقارن في ضوئه الدرجة بغيرها من الدرجات .

المئينيات Percentiles :

سبق أن عرفنا الوسيط بأنه النقطة التي تقسم التوزيع إلى قسمين متساويين . كما سبق أن عرفنا الإرباعيات بأنها النقاط الثلاث التي تقسم التوزيع إلى أربعة أقسام متساوية . وعلى نفس الأساس يمكن تقسيم التوزيع إلى مائة جزء متساو ،

وتسمى نقط التقسيم حينئذ بالمئينيات . فالمئينيات هي الدرجات التي تقل عنها أو تقابلها نسبة مئوية معينة من الأفراد .

فدرجة الفرد التي تقابل المئيني الخامس بالنسبة لمجموعته تدل على أنه يفوق ٥ ٪ من أفراد المجموعة ويقل عن ٩٥ ٪ من هؤلاء الأفراد . ولذلك فإن المئينيات تحدد بطريقة مباشرة المركز النسبي للفرد في مجموعته .

الرتب المئينية Percentile Ranks :

الرتبة المئينية المناظرة لدرجة ما هي النسبة المئوية لعدد الدرجات التي تقل قيمتها عن قيمة هذه الدرجة بالنسبة إلى المجموع الكلي للدرجات . وفكرة هذه الرتب فكرة مفيدة لأنها تعبر بوضوح عن وضع أو مركز أو رتبة أى درجة على مقياس متوى .

فإذا كانت الرتبة المئينية للدرجة ٨٨ هي ٩٢ ، فإن هذا يعنى أن ٩٢ ٪ من طلاب الفصل تقل درجاتهم عن الدرجة ٨٨ ، بينما تزيد درجة ٨ ٪ من طلاب الفصل عن هذه الدرجة . ويجب أن نراعى أنه لا يمكننا تفسير الرتبة المئينية تفسيراً صحيحاً دون أخذ المجموعة المرجعية في اعتبارنا . فمثلاً إذا حصل طالب على درجة رتبها المئينية ٩٠ في اختبار ما فإنه يمكن لأول وهلة اعتبار أداء الطالب مرتفعاً لأن الدرجة التي حصل عليها تجعله يفوق ٩٠ ٪ من أقرانه . ولكن إذا كانت المجموعة المرجعية التي نقارنه بها تتكون من مجموعة من الطلاب المتخلفين عقلياً مثلاً ، فإنه في هذه الحالة نعتبر أداءه في الاختبار منخفضاً . وبالمثل إذا حصل طالب على درجة رتبها المئينية ١٢ مثلاً في اختبار ما فإنه ربما يبدو لأول وهلة أن أداء الطالب منخفض لأن أداءه يفوق أداء ١٢ ٪ فقط من مجموعته . ولكن

إذا كان هذا الطالب في الصف السابع مثلاً وقارناه بطلاب الصف التاسع فإنه يمكن اعتبار أن هذه الدرجة تدل على أداء جيد بالنسبة لطلاب الصف السابع .

ولذلك يجب أن نحتاط عند مقارنة المئينيات بعضها ببعض إذا اختلفت المجموعة المرجعية . فإذا حصل فرد ما على درجة تناظر المئينى ٦٠ في اختبار نصف العام في مادة الإحصاء ، وحصل زميل له في فصل آخر على درجة تناظر المئينى ٩٠ في نفس الاختبار ، فذلك لا يدل بالضرورة على أن زميله في مركز أفضل منه في هذه المادة . إذ ربما يكون أداء طلاب فصل زميله ضعيفاً في مادة الإحصاء مما جعله في مركز نسبي مرتفع بالنسبة لأقرانه في الفصل .

ولذلك يجب أن نتذكر دائماً أن المئينى يستخدم لمقارنة درجة فرد ما في مجموعة معينة بمجموعته حتى لا تقع في مثل هذه الأخطاء التي ذكرناها .

إيجاد الرتب المئينية باستخدام المنحنى المتجمع النسبي :

عرضنا في الفصل الثانى كيفية تكوين جدول التوزيع التكرارى المتجمع و جدول التوزيع التكرارى المتجمع النسبي . ويمكن باستخدام منحنى التوزيع التكرارى المتجمع النسبي تحديد الرتب المئينية المناظرة لآى درجة في التوزيع ، وبالعكس يمكن تحديد الدرجة المناظرة لآى رتبة مئينية .

ولتوضيح ذلك افترض أن لدينا جدول التوزيع التكرارى المتجمع الآتى

(جدول رقم ١٩) :

الفئات	التكرار	التكرار المتجمع الصاعد	التكرار المتجمع النسبي %
٨٠ - ٨٤	٣	٣	٣
٨٥ - ٨٩	٥	٨	٧
٩٠ - ٩٤	٥	١٣	١٢
٩٥ - ٩٩	٤	١٧	١٥
١٠٠ - ١٠٤	١٢	٢٩	٢٦
١٠٥ - ١٠٩	١٤	٤٣	٣٦
١١٠ - ١١٤	١٧	٦٠	٥٥
١١٥ - ١١٩	١٣	٧٣	٦٦
١٢٠ - ١٢٤	٩	٨٢	٧٥
١٢٥ - ١٢٩	٩	٩١	٨٣
١٣٠ - ١٣٤	٧	٩٨	٨٩
١٣٥ - ١٣٩	٥	١٠٣	٩٤
١٤٠ - ١٤٤	٣	١٠٦	٩٦
١٤٥ - ١٤٩	٢	١٠٨	٩٨
١٥٠ - ١٥٤	٢	١١٠	١٠٠

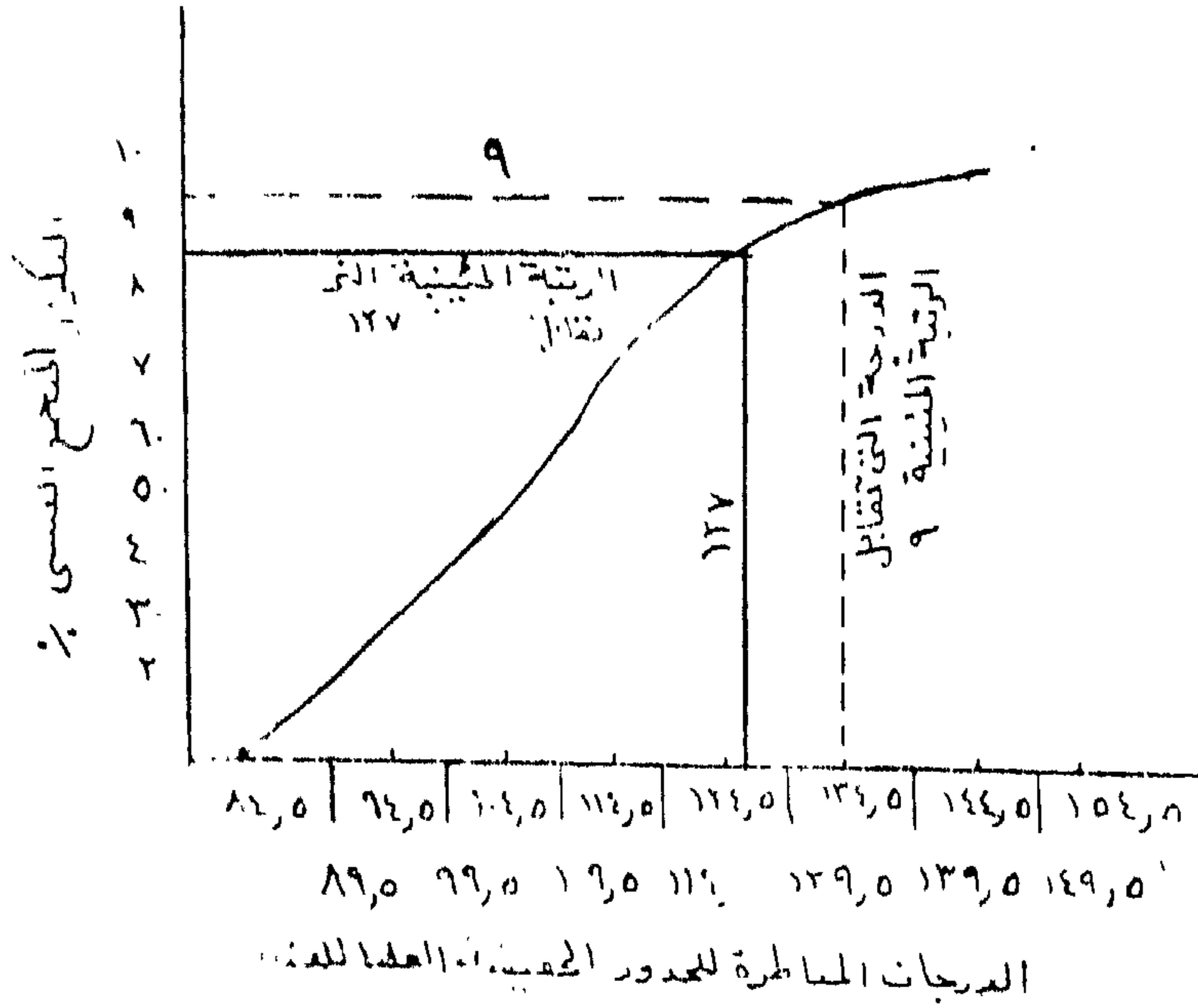
جدول رقم (١٩)

توزيع تكرارى متجمع صاعد وتوزيع تكرارى متجمع نسبى لفرجات

١١٠ طالبا فى اختبار ما

ويمكن تمثيل هذا التوزيع التكرارى المتجمع النسبى بيانيا بالطريقة التى

سبق أن ذكرناها فى الفصل الثانى كما هو مبين بشكل رقم (٢٤) .



شكل رقم (٢٤)

التمثيل البياني للتوزيع التكراري المتجمع النسبي

فإذا أردنا تحديد الرتبة المئينية المناظرة للدرجة ١٢٧ مثلاً ، فإننا نرسم خطاً موازياً للمحور الرأسى عند النقطة ١٢٧ التى تقع على المحور الأفقى ونمده حتى يقطع المنحنى ، ثم نسقط من نقطة التقاطع عموداً على المحور الرأسى حيث يوجد التكرار المتجمع النسبي $\%$ ونقرأ العدد الذى يحدث عنده التقابل فيكون هو الرتبة المئينية المناظرة للدرجة ١٢٧ . والرتبة المئينية فى هذه الحالة هى ٧٩ .

أما إذا أردنا إيجاد الدرجة المناظرة لرتبة مئينية معينة فإننا يمكن أن نسير بطريقة عكسية . فمثلاً إذا أردنا إيجاد الدرجة التى تناظر الرتبة المئينية ٩٠ مثلاً ، فإننا نعين النقطة المناظرة للعدد ٩٠ على محور التكرار المتجمع النسبي ونرسم منها مستقيماً موازياً للمحور الأفقى ونمده حتى يقطع المنحنى . ثم نسقط من نقطة التقاطع عموداً على المحور الأفقى حيث توجد الدرجات ونقرأ العدد الذى

يحدث عنده التقابل فيكون هو الدرجة المناظرة للرتبة المئينية ٩٠ . والدرجة في هذه الحالة هي ١٣٥ تقريبا .

وبهذه الطريقة التقريبية المباشرة يمكن الحصول على الرتب المئينية المناظرة للدرجات ، والدرجات المناظرة للرتب المئينية .

إيجاد الرتب المئينية من الدرجات مباشرة :

نحتاج أحيانا إلى إيجاد الرتب المئينية للدرجات دون اللجوء إلى التثبيل البياني للتوزيع التكراري المتجمع النسبي ، حتى نضمن قدرا أكبر من الدقة . وهذا يتطلب بالضرورة عملية استكمال Interpolation للعمود الخاص بالتكرار المتجمع الصاعد لتحديد التكرار المتجمع المناظر لدرجة معينة بدقة .

فإذا أردنا تحديد الرتبة المئينية التي تقابل الدرجة ١٢٧ من جدول رقم (١٩) والتي حددناها بالتقريب من الشكل البياني فإننا يجب أن نلاحظ أن الدرجة ١٢٧ تقع في الفئة ١٢٥ - ١٢٩ . والتكرار المتجمع الصاعد للفئات التي تقع دون هذه الفئة هو ٨٢ .

ونظراً لأن الرتبة المئينية التي تقابل درجة ما يمكن التعبير عنها رياضياً كالآتي:

$$\text{الرتبة المئينية} = \frac{\text{التكرار المتجمع الصاعد}}{\text{التكرار الكلي}} \times ١٠٠ \dots (١)$$

لذلك يكون من الضروري تحديد التكرار المتجمع الذي يقابل الدرجة ١٢٧ بدقة . ومن الواضح أن التكرار المتجمع الذي يقابل الدرجة ١٢٧ يقع بين التكرارين المتجمعين ٨٢ ، ٩١ وهما التكراران المتجمعين للحدان الأدنى والأعلى للفئة .

وهنا يجب أن نستكمل Interpolate داخل الفئة ١٢٤,٥ - ١٢٩,٥ لكي نوجد التكرار المتجمع للدرجة ١٢٧ بدقة . أي أننا نحاول في الواقع أن نحدد المسافة التي يجب أن نتحركها داخل هذه الفئة لنحصل على عدد الأفراد الذين تضمهم هذه المسافة والذين حصلوا على درجات تصل إلى الدرجة ١٢٧ .

فإذا رجعنا إلى جدول رقم (١٩) نجد أن الدرجة ١٢٧ تفوق الحد الأدنى الحقيقي للفئة ١٢٥ — ١٢٩ بقدر ٢,٥ درجة (أى ١٢٧ — ١٢٤,٥ = ٢,٥) .
وحيث إن هذه الفئة طولها ٥ ، فإن الدرجة ١٢٧ تتطلب أن تتحرك داخل الفئة مسافة قدرها $\frac{2,5}{5}$. وهنا نكون قد افترضنا فرضا أساسيا وهو أن عدد الحالات أو تكرار فئة ما موزع توزيعا متكافئا على طول الفئة .

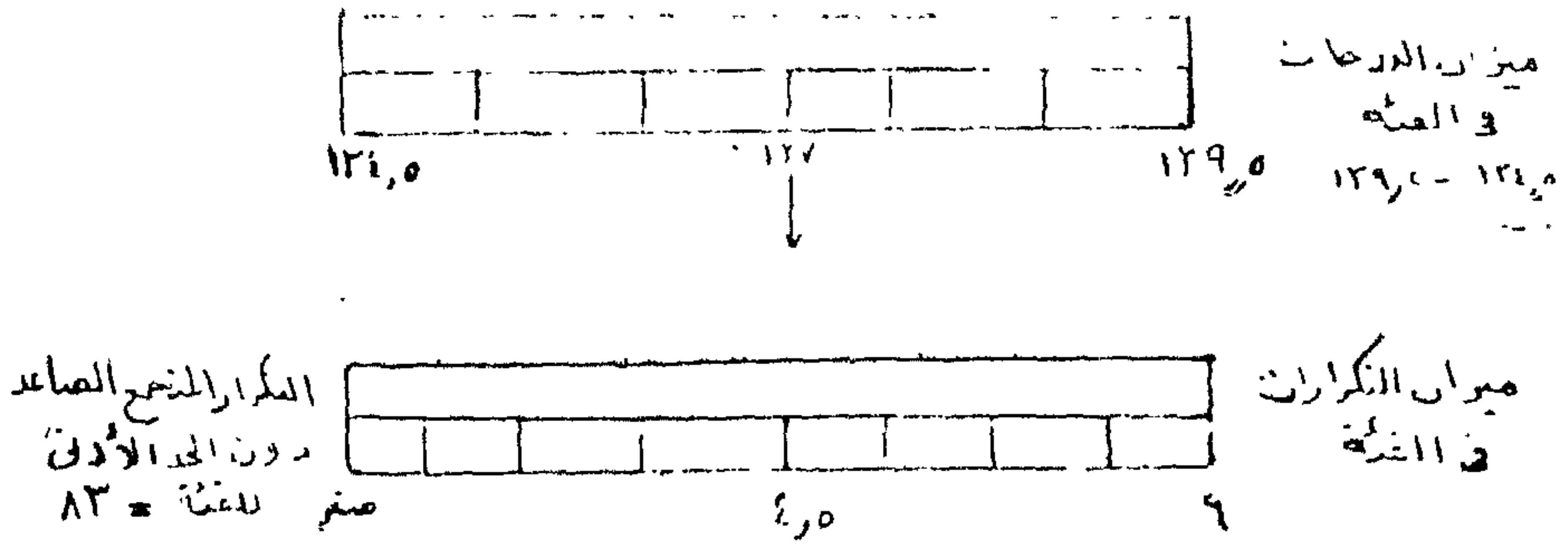
ونظراً لأن هناك ٩ حالات داخل هذه الفئة ، فإنه يمكننا أن نحسب عدد الحالات التى تحتويها المسافة $\frac{2,5}{5}$ بأن نضرب هذه النسبة فى ٩ .

أى أن عدد الحالات الذين تضمهم هذه المسافة والذين حصلوا على درجات تصل إلى ١٢٧ = $\frac{2,5}{5} \times 9 = 4,5$ حالة .

وقد وجدنا أن ٨٢ حالة تقع دون الحد الأدنى الحقيقى لهذه الفئة . فإذا جمعنا عدد الحالات معاً نجد أن التكرار المتجمع للفئة ١٢٧ هو :

$$\begin{aligned} 82 + 4,5 &= 86,5 \\ &\text{وبالتعويض فى الصورة السابقة رقم (١) :} \\ &\text{نجد أن الرتبة المثينة} = \frac{86,5}{110} \times 100 \\ &= 78,64 \end{aligned}$$

وهذا يتفق تقريباً مع الرتبة المثينة التى حصلنا عليها من الرسم البيانى .
ويمكن تلخيص طريقة إيجاد التكرار المتجمع لدرجة معينة باستخدام الشكل التوضيحي الآتى :



شكل رقم (٢٥)

تلخيص طريقة ايجاد التكرار المتجمع لدرجة معينة

ومن هذا الشكل يتضح أننا قسمنا الفئة ١٢٤,٥ - ١٢٩,٥ إلى خمس وحدات متساوية تناظر الدرجات التي تضمها هذه الفئة . بينما قسمنا ميزان التكرارات داخل الفئة إلى تسع وحدات متساوية تناظر التكرارات التسعة للفئة، وهذا يعني أننا عندما نوجد التكرار الذي يناظر درجة معينة فإننا نكون بصدد إجراء نوع من التحويل الخطي من ميزان الدرجات إلى ميزان التكرارات، وهذا يماثل عملية تحويل درجات الحرارة من ميزان فهرنهايت إلى ميزان شوي أو العكس .

والصورة الرياضية الآتية تعتبر صورة عامة تستخدم لإيجاد الرتبة المئينية المقابلة لدرجة معينة .

$$\text{الرتبة المئينية} = \frac{\text{التكرار المتجمع } T_m + \left(\frac{S - S_m}{F} \right) \times T}{N} \times 100$$

(٢)

حيث التكرار المتجمع T_m = التكرار المتجمع للحد الأدنى الحقيقي للفئة التي تحتوي الدرجة S .

— ١٩٠ —

، س = الدرجة المطلوبة لإيجاد الرتبة المئينية
المقابلة لها .

، س م = الدرجة المقابلة للحد الأدنى الحقيقى للفئة التى
تحتوى الدرجة س .

، ف = طول الفئة .

، ت = عدد الحالات الواقعة فى الفئة التى تحتوى
الدرجة س .

ويمكن أن نستخدم هذه الصورة الرياضية لإيجاد الرتبة المئينية المناظرة للدرجة
١٢٧ فى المثال السابق كآتى :

$$\text{الرتبة المئينية} = 100 \times \frac{9 \times \left(\frac{124,5 - 127}{110} \right) + 82}{110}$$

$$= 100 \times \frac{\left(9 \times \frac{2,5}{110} \right) + 82}{110}$$

$$= 100 \times \frac{4,5 + 82}{110}$$

$$= 78,64 = \frac{865}{11} = 10 \times \frac{86,5}{11} =$$

وهى نفس القيمة التى حصلنا عليها فيما سبق .

إيجاد الدرجات التي تقابل رتبة مثينة معينة :

إذا افترضنا أن الرتبة المثينة المقابلة لدرجة معينة في اختبار ما هي ٩٦ ،
فما هي الدرجة ؟

لإجابة هذا السؤال يجب أن نتبع نفس الخطوات السابقة ولكن بطريقة
عكسية . أى نبدأ بميزان التكرارات المتجمعة وننتقل إلى ميزان الدرجات .
ولذلك يجب أن نوجد التكرار المتجمع الذى يقابل المثينى ٩٦ باستخدام
الصورة الرياضية الآتية :

$$\text{التكرار المتجمع} = \frac{\text{الرتبة المثينة} \times \text{التكرار الكلى}}{100} \quad (٣) .$$

ونظراً لأننا نريد إيجاد الدرجة التي تقابل المثينى ٩٦ ، والتكرار الكلى
١١٠ فإن :

$$\text{التكرار المتجمع} = \frac{110 \times 96}{100} = 105,6$$

فإذا رجعنا إلى الجدول رقم (١٩) نجد أن التكرار المتجمع ١٠٥,٦ يقع في
الفئة التي حدودها الحقيقية ١٣٩,٥ - ١٤٤,٥ . ونظراً لأن التكرار المتجمع
عند الحد الأدنى الحقيقى لهذه الفئة هو ١٠٣ فإن فرق التكرارين هو ١٠٥,٦ -
١٠٣ = ٢,٦ . وتوجد ٣ حالات داخل هذه الفئة . وبذلك يكون التكرار

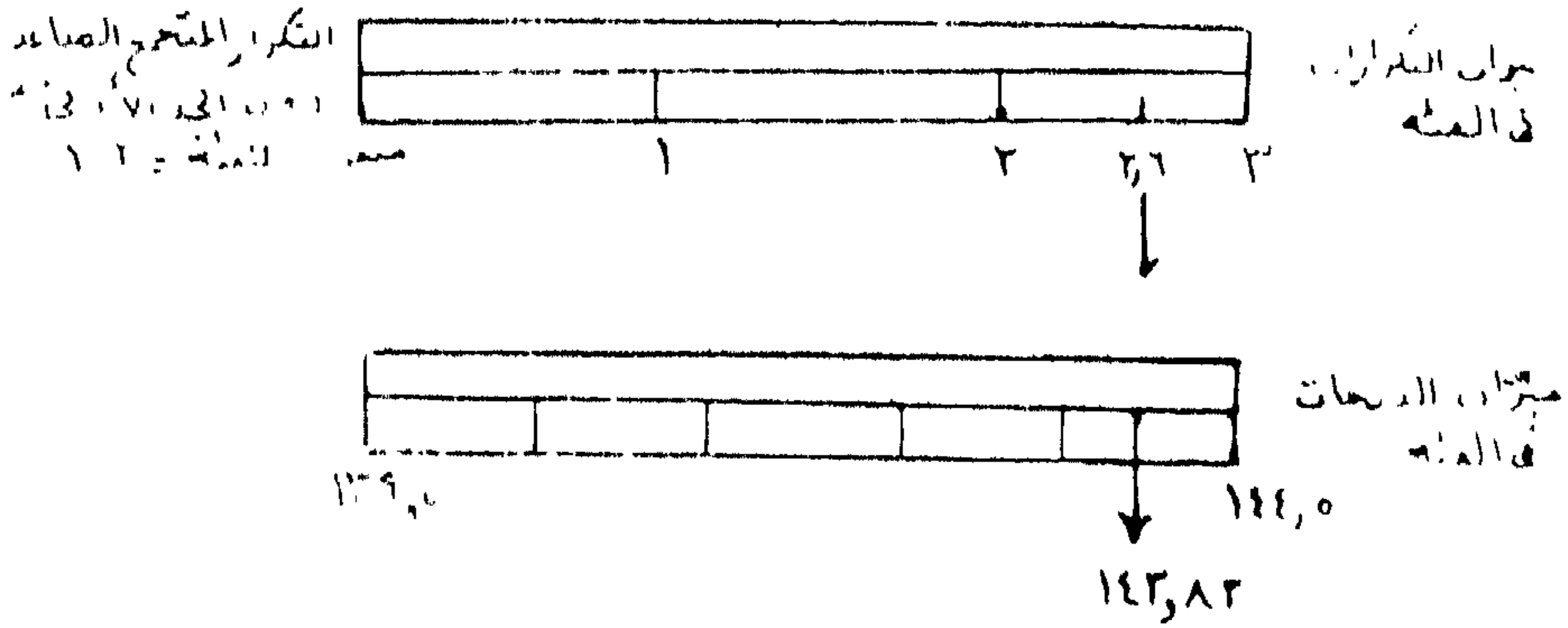
١٠٥,٦ عبارة عن $\frac{2}{3}$ من الفئة التي حدودها الأدنى الحقيقى ١٣٩,٥ وحدها الأعلى

الحقيقى ١٤٤,٥ . أى أننا نكون أعلى من الحد الأدنى الحقيقى بقدر :

$$\frac{2,6}{3} \times 5 = 4,33 \text{ وحدة من الوحدات.}$$

فإذا جمعنا الدرجتين مما نحصل على الدرجة التي تقابل المشفى ٩٦ ، وهي

$$12900 + 4,32 = 143,82$$



شكل رقم (٢٦)

تلخيص طريقة ايجاد الدرجة التي تقابل رتبة مثينة معينة

ومن هذا الشكل يتضح أن إيجاد الدرجة التي تقابل رتبة مثينة معينة هو بمثابة إجراء عملية تحويل لوحدة ميزان التكرارات إلى وحدات ميزان الدرجات .

والصورة الرياضية الآتية هي صورة عامة يمكن استخدامها لتحديد الدرجات المقابلة للمثنيات معينة :

الدرجة المقابلة لمثنى معين =

$$س م + \frac{ف (التكرار المتجمع ت - التكرار المتجمع ت م)}{تكرار الفئة التي تحتوى التكرار المتجمع ت}$$

حيث س م = الدرجة المقابلة للحد الأدنى الحقيقي للفئة التي تحتوى على التكرار المتجمع .

ف = طول الفئة

التكرار المتجمع ت = التكرار المتجمع للدرجة .

التكرار المتجمع ت = التكرار المتجمع للحد الأدنى الحقيقى للفئة التى
تحتوى على التكرار المتجمع ت .

ويمكن توضيح كيفية تطبيق هذه الصورة لإيجاد الدرجة المقابلة للرتبة المثنية
٧٨,٦٤ فى المثال السابق مثلاً كآلى :

$$\frac{\text{الرتبة المثنية} \times \text{التكرار الكلى}}{١٠٠} = \text{التكرار المتجمع}$$

$$٨٦,٥٠ = \frac{١١٠ \times ٧٨,٦٤}{١٠٠} =$$

والدرجة التى تقابل الحد الأدنى الحقيقى للفئة التى تحتوى على التكرار ٨٦,٥٠
هى ١٢٤,٥ ، وطول الفئة = ٥ ، والتكرار المتجمع للحد الأدنى الحقيقى للفئة
هو ٨٢ ، وتكرار الفئة التى تحتوى التكرار المتجمع = ٩ .

وبالتعويض فى الصورة الرياضية السابقة نجد أن :

$$\text{الدرجة المقابلة للمثنى} ٧٨,٦٤ =$$

$$\frac{(٨٢ - ٨٦,٥٠) \times ٥}{٩} + ١٢٤,٥$$

$$= ١٢٤,٥ + ٢,٥ =$$

$$= ١٢٧$$

ونلاحظ أن هذه الدرجة هى التى حصلنا منها فيما سبق على هذا المثنى .

ويمكن أيضاً استخدام هذه الطريقة للتحقق من صحة العمليات الحسابية .

بمعنى أنه إذا كان لدينا الرتبة المئينية ، فيمكن استخدامها لتحديد الدرجة المقابلة لها ، وهنا يجب أن نحصل على الدرجة الأصلية . وبالمثل إذا كان لدينا الدرجة التي تقابل رتبة مئينية معينة ، فيمكن استخدامها لتحديد الرتبة المئينية ، وهنا يجب أن نصل إلى نفس الرتبة المئينية الأصلية . فإذا لم يتحقق ذلك يكون هذا دليلاً على أن هناك خطأ ما في العمليات الحسابية .

حالات خاصة عند حساب المئينيات :

أحياناً يواجه الباحث عند حساب المئينيات من بعض التوزيعات التكرارية حالات خاصة لا تنطبق عليها القواعد السابقة ، ومن بين هذه الحالات .

١ — إذا وقعت المئينيات بين الفئات . ولتوضيح ذلك نفترض أننا نريد إيجاد الوسيط (وهو المئينى ٥٠) من البيانات الموضحة بجدول رقم (٢٠) الآتى :

الفئات	التكرار	التكرار المتجمع الصاعد
١٠ — ١٤	٢	٢
١٥ — ١٩	٣	٥
٢٠ — ٢٤	صفر	٥
٢٥ — ٢٩	٥	١٠
٣٠ — ٣٤	٤	١٤
٣٥ — ٣٩	٣	١٧
٤٠ — ٤٤	٢	١٩
٤٥ — ٤٩	١	٢٠
المجموع	٢٠ = ن	

جدول رقم (٢٠)

توزيع تكرارى يوضح بعض الحالات الخاصة
عند حساب المئينيات

ومن هذا الجدول نجد أن ترتيب الوسيط هو ١٠ (٥٠٪ من التكرار الكلى وهو ٢٠) . فإذا نظرنا إلى التكرار المتجمع الصاعد نجد أننا نسكى نصل إلى الحالات العشر بدءاً من أعلى يجب أن أخذ جميع الحالات التى تقع فى الفئة ٢٥ - ٢٩ لأن هذه الحالات العشر هى التكرار المتجمع الصاعد لهذه الفئة . وبالعكس فإن الحالات العشر الأخرى يجب أن تشتمل على جميع الأفراد فى الفئة ٣٠ - ٣٤ . وبذلك يكون المئينى ٥٠ (الوسيط) هو الحد الحقيقى للفئة ٢٥ - ٢٩ (أو الحد الأدنى الحقيقى للفئة ٣٠ - ٣٤) أى ٢٩,٥ ، أى أن ٥٠٪ من الحالات حصلت على درجة أقل من ٢٩,٥ ، و ٥٠٪ الأخرى حصلت على درجة أعلى من هذه الدرجة .

٢ - إذا وقع أحد المئينيات فى فئة تكرارها صفر . وهذه الحالة تشبه الحالة السابقة ولكنها أكثر تعقيداً . ولتوضيح ذلك نفترض أننا زبد إيجاد الإرباعى الأول أى المئينى ٢٥ من الجدول رقم (٢٠) السابق . أى أننا زبد معرفة الدرجة التى يقل عنها ٢٥٪ من الطلاب ويزيد عنها ٧٥٪ منهم . فإذا فحصنا التكرار المتجمع الصاعد المبين بالجدول نجد أنه نظراً لأن الفئة ٢٠ - ٢٤ تكرارها صفر توجد ٥ حالات بالضبط (٢٥٪) تقع دون الدرجة ١٩,٥ ، ١٥ حالة (٧٥٪) تقع أعلى الدرجة ٢٤,٥ .

ونظراً لأن المئينى هو نقطة ، أى قيمة أو درجة واحدة ، فإننا يجب أن نختار قيمة معينة للمئينى ٢٥ تنحصر بين الدرجتين ١٩,٥ ، ٢٤,٥ . ولحل هذه المشكلة نختار الدرجة التى فى المنتصف أى :

$$٢٢ = \frac{٤٤}{٢} = \frac{٢٤,٥ + ١٩,٥}{٢}$$

وهى فى الحقيقة منتصف الفئة ٢٠ - ٢٤ التى تكرارها صفر .

ويمكن أن تنطبق هذه الطريقة على أى توزيع تكرارى من هذا النوع .

وسوف نعرض فى الفصل السادس لمزايا وعيوب المئينيات عند مناقشتنا لخصائص المنحنى الاعتدالى ، وكذلك كيفية تحويل المئينيات إلى أنواع أخرى من الدرجات المحولة .

الإعشاريات :

رأينا مما سبق أن المئينيات هى النقط التى تقسم التوزيع إلى مائة جزء متساو . كذلك الإعشاريات تقسم التوزيع إلى عشرة أجزاء متساوية . ويمكن للباحث أن يتبع فى حسابها نفس طريقة حساب الوسيط أو الإرباعيات أو المئينيات .

وفى ما يلى ملخصاً للعلاقة بين المئينيات والإعشاريات والإرباعيات والوسيط.

المئينى	الإعشارى	الإرباعى
٩٠	=	٩
٨٠	=	٨
٧٥	=	٣
٧٠	=	٧
٦٠	=	٦
٥٠	=	٥
٤٠	=	٤
٣٠	=	٣
٢٥	=	٢
٢٠	=	١
١٠	=	١

الوسيط = ٢ =

الدرجات المعيارية Standard Scores :

رأينا فيما سبق أن قيمة الدرجة التي يحصل عليها طالب في اختبار ما هي قيمة اختيارية ، أي لا يكون لها معنى إلا في إطار مجموعة الدرجات التي حصل عليها أقران هذا الطالب في الفصل مثلا . ولذلك فإنه من المزعج في معظم الأحيان أن نحول هذه الدرجة الخام إلى نوع آخر من الدرجات (مثل الرتب المئينية) حتى يمكننا مقارنتها بغيرها من الدرجات التي حصلت عليها المجموعة المرجعية .

وقد أوضحنا في الفصلين الثالث والرابع أن المتوسط والانحراف المعياري يمكن أن نفيد منهما في تفسير مقارنة درجة معينة في اختبار ما بدرجات مجموعة مرجعية في نفس الاختبار ، ويفضل في أغلب الأحيان أن نجرى عملية تحويل الدرجة الخام بحيث تأخذ في اعتبارها متوسط درجات المجموعة المرجعية وانحرافها المعياري . أي تحول الدرجة الخام إلى انحرافات معيارية أعلى أو أدنى من المتوسط كوحدة قياس ، وحينئذ تسمى الدرجات المحولة بالدرجات المعيارية .

فمثلا إذا حصل طالب على الدرجات الخام الثلاث الآتية في اختبارات نصف العام :

٨٠	لغة إنجليزية
٦٥	مواد اجتماعية
٧٥	علم نفس

فربما يبدو لأول وهلة أن الطالب متفوق في اللغة الإنجليزية وضعيف في المواد الاجتماعية ، إلا أن هذا الاستنتاج السريع غير صحيح وذلك لأن .

هناك أسبابا متعددة تجعل الدرجات الخام غير صالحة للمقارنة بطريقة مباشرة .

إذ ربما كان اختبار اللغة الانجليزية سهلا مما أدى إلى ارتفاع درجات الطلاب بينما كان اختبار المواد الاجتماعية صعبا . أو ربما كانت النهاية العظمى لدرجات اختبار اللغة الانجليزية ١٠٠ ، واختبار المواد الاجتماعية ٨٠ .

فالدرجات الخام تمدنا بمعلومات عن عدد النقاط التي حصل عليها الطالب في اختبار ما ، ولكنها لا تقدم لنا أى أدلة عن مدى تنوع أو ضعف الطالب في الاداء في الاختبار ، وكذلك لا تسمح لنا بمقارنة أدائه بأداء غيره من الطلاب .

ولكن نفترض أننا حصلنا إلى جانب الدرجات الخام على المتوسط والانحراف المعياري لكل اختبار كما يلي :

الاختبار	اللغة الانجليزية	المواد الاجتماعية	علم النفس
الدرجة الخام	٨٠	٦٥	٧٥
المتوسط	٨٥	٥٥	٦٠
الانحراف المعياري	١٠	٥	١٥

فما لاشك فيه أن هذه المعلومات الإضافية تلقى مزيداً من الضوء على درجة هذا الطالب .

فإذا نظرنا إلى المتوسطات نجد أن درجته في اللغة الانجليزية بالرغم من أنها مرتفعة إلا أنها تقل عن متوسط درجات أقرانه في الفصل ، ولكن درجته في كل من المواد الاجتماعية وعلم النفس أعلى من المتوسط ، ولذلك فإن درجته في اللغة الانجليزية تعتبر أقل الدرجات الثلاث بالنسبة لأقرانه .

وهنا ربما يتسرع الباحث ، يستنتج أن درجة الطالب في علم النفس تعتبر أعلى الدرجات الثلاث ، لأنها أعلى من المتوسط بقدر ١٥ درجة بينما درجة

المواد الاجتماعية أعلى من المتوسط بقدر ١٠ درجات ، ولكننا قد أشرنا في الفصل الرابع إلى أننا يجب أن نأخذ تشتت الدرجات في الاعتبار عند تفسيرنا للتركز النفسي لدرجة معينة .

فإذا نظرنا إلى الانحرافات المعيارية لدرجات الاختبارات الثلاث نجد أن الانحراف المعياري يبين أن متوسط تشتت درجات اختبار علم النفس عن المتوسط هو ١٥ نقطة ، وهذا يعني أن بعض الدرجات تزيد أو تقل عن المتوسط بأكثر من أو أقل من ١٥ نقطة .

ولذلك فإن درجة الطالب في علم النفس وهي ٧٥ وتزيد عن المتوسط بقدر ١٥ وحدة أى انحراف معياري واحد يسبقها عدد قليل من الدرجات الأعلى ، ويعتمد هذا العدد على شكل توزيع الدرجات .

أما متوسط تشتت اختبار المواد الاجتماعية عن المتوسط فهو ٥ نقط ، لذلك فإن درجة الطالب في المواد الاجتماعية وهي ٦٥ وتقع أعلى المتوسط بقدر ١٠ نقط أو انحرافين معياريين من المحتمل أن تكون أعلى الدرجات لأنها أعلى من المتوسط بكثير .

من هذا يتضح أن الدرجات الخام تعطي صورة مضللة لمثل هذا الموقف ، فإذا ما قارنا درجات الطالب بأقرانه في الفصل على أساس المناقشة السابقة نجد أن أفضل الدرجات هي درجة المواد الاجتماعية يليها درجة علم النفس وأقلها هي درجة اللغة الانجليزية .

والدرجات الخام ٨٠ ، ٦٥ ، ٧٥ إذن لا يمكن مقارنتها بطريقة مباشرة لأن التوزيع التكراري لدرجات كل اختبار منها مختلف عن الآخر من حيث المتوسط والانحراف المعياري ، وبذلك تختلف وحدات قياس كل منها .

وللتغلب على هذه المشكلة نلجأ إلى تحويل الدرجات الخام في كل اختبار إلى ميزان مشترك متفق في المتوسط والانحراف المعياري ، وبذلك نستطيع إجراء

عملية المقارنة وهذا التحويل هو من نوع التحويل الخطي، أى أن عملية التحويل لا تغير من شكل التوزيع التكرارى للدرجات الخام .

ويجب أن نؤكد على هذا لأن كثيراً من الباحثين المبتدئين يعتقدون خطأ أن الدرجات المعيارية تتوزع توزيعاً اعتدالياً . فلسكى تتوزع الدرجات المعيارية توزيعاً اعتدالياً يجب أن يكون توزيع الدرجات الأصلية (أى قبل تحويلها إلى درجات معيارية) اعتدالياً ، أو يمكن استخدام تحويل غير خطي لهذه الدرجات ليصبح التوزيع اعتدالياً إن لم يكن كذلك ، وهو ما سنعرض له في الفصل السادس .

وعلى عكس الرتب المئينية يمكن تعريف الدرجات المعيارية تعريفاً رياضياً . فالرتب المئينية ميروانها رتبي ، ويمكن اشتقاقها من الدرجات الخام سواء كان ميزانها رتبي أو فترى أو نسبي .

ولكن الدرجات المعيارية التى تنتج من عملية تحويل خطي يجب أن يكون ميزانها فترى ، ويمكن اشتقاقها من الدرجات الخام التى تكون على ميزان فترى أو نسبي .

قواعد تغيير المتوسطات والانحرافات المعيارية :

كما سبق يتضح أنه من الممكن تحويل الدرجات الخام إلى درجات أخرى تختلف في المتوسط والانحراف المعيارى عن المتوسط والانحراف المعيارى للدرجات الأصلية .

ومن الطبيعى أن تلجأ إلى اختيار المتوسط والانحراف المعيارى الجديدين بحيث يسيران عملية المقارنة بين الدرجات .

ففي المثال السابق إذا أردنا مقارنة درجة الطالب في اللغة الإنجليزية بدرجةه في المواد الاجتماعية ، ربما يبدو من المعقول أن نحول درجات اللغة الإنجليزية إلى درجات متوسطها الجديد ٥٥ وانحرافها المعيارى الجديد ٥ لأن هاتين القيمتين

تناظران قيمتي المتوسط والانحراف المعياري للمواد الاجتماعية والتي نريد المقارنة بها ويتم هذا التحويل كالآتي :

الخطوات	المتوسط الجديد	الانحراف المعياري الجديد
(١) نقسم كل درجة من درجات اللغة الإنجليزية على ٢	$\frac{٨٠}{٢} = ٤٢,٥$	$\frac{١٠}{٢} = ٥$ الانحراف المعياري الجديد يكون نصف الانحراف المعياري الأصلي .
(٢) نضيف ١٢,٥ إلى كل درجة حصلنا عليها في (١)	$٤٢,٥ + ١٢,٥ = ٥٥$	لا يتغير الانحراف المعياري

ونلاحظ أن الخطوة الأولى هي أن نغير الانحراف المعياري إلى القيمة المطلوبة بضرب أو قسمة الانحراف المعياري في أو على مقدار ثابت معين . ففي مثالنا هذا اخترنا الانحراف المعياري ٥ ولذا قسمنا الانحراف المعياري الأصلي على ٢ . وهنا تتأثر قيمة كل من المتوسط والانحراف المعياري بهذه العملية (يمكن الرجوع في ذلك إلى الفصل الرابع) .

ويمكن الحصول على المتوسط المطلوب بإضافة أو طرح مقدار ثابت معين وهذا لا يؤثر في قيمة الانحراف المعياري .

ويمكن أن يتم تحويل درجة الطالب في اللغة الإنجليزية وهي ٨٠ باستخدام المتوسط والانحراف المعياري الجديدين كالآتي :

$$٥٢,٥ = ١٢,٥ + \frac{٨٠}{٢}$$

وواضح أنها أقل من درجته في المواد الاجتماعية ، كما أن درجة الطالب في اللغة

الإنجليزية قبل وبعد تحويلها تقل عن متوسطي التوزيعين المناظرين لدرجات هذه المادة بقدر نصف انحراف معياري .

الدرجات المعيارية التي متوسطها صفر وانحرافها المعياري الواحد الصحيح :

من التحويلات الخطية الأكثر أهمية واستخداماً هي تلك التي تعتمد على جعل متوسط التوزيع صفراً ، وانحرافه المعياري الواحد الصحيح ، وهذه تسمى الدرجات المعيارية ويرمز لها في اللغة الإنجليزية بالرمز Z ولسكننا سنرمز لها في هذا الكتاب بالرمز D . ويعبر عن الدرجة التي تنتج عن هذا الميزان بعدد الانحرافات المعيارية التي تنحرف بها الدرجة الخام عن المتوسط .

ولهذه الدرجات المعيارية ميزتان هما :

١ — نظراً لأن متوسط هذه الدرجات صفر فإنه يمكننا بمجرد النظر معرفة ما إذا كانت درجة معيارية معينة أعلى أو أقل من المتوسط . فالدرجة المعيارية الموجبة تكون أعلى من المتوسط ، والدرجة المعيارية السالبة تكون أقل من المتوسط .

٢ — نظراً لأن الانحراف المعياري لهذه الدرجات هو الواحد الصحيح . فإن مقدار الدرجة المعيارية يدل على عدد الانحرافات المعيارية التي تبعد بها الدرجة عن المتوسط إما إلى اليمين أو إلى اليسار . وقد رأينا فيما سبق أن هذه المعلومات يمكن استخدامها ك مؤشر للدلالة على ارتفاع أو انخفاض مستوى أداء طالب في اختبار ما .

ولتحويل مجموعة من الدرجات الخام إلى درجات معيارية ينبغي أن نطرح المتوسط الأصلي من كل درجة خام ، ثم نقسم ناتج كل منهما على الانحراف المعياري للدرجات الخام .

والصورة الرياضية المناظرة لهاتين الخطوتين هي :

$$D = \frac{S - \bar{S}}{C}$$

$$\text{أى أن الدرجة المعيارية} = \frac{\text{الدرجة الخام} - \text{المتوسط}}{\text{الانحراف المعياري}}$$

وإذا عدنا إلى المثال السابق الذى حصل فيه الطالب على ثلاث درجات فى مواد اللغة الإنجليزية ، المواد الاجتماعية ، وعلم النفس وهى :

الدرجة	اللغة الإنجليزية	المواد الاجتماعية	علم النفس
٨٠	٨٥	٦٥	٧٥
المتوسط	٨٥	٥٥	٦٠
الانحراف المعياري	١٠	٥	١٥

الدرجات المعيارية :

$$\text{اللغة الإنجليزية} = \frac{٨٥ - ٨٥}{١٠} = ٠$$

$$\text{المواد الاجتماعية} = \frac{٥٥ - ٧٥}{٥} = -٢$$

$$\text{علم النفس} = \frac{٦٠ - ٧٥}{١٥} = -١$$

ومن هذا يتضح أن درجات الطالب كانت أقل من المتوسط بقدر نصف انحراف معيارى فى اللغة الإنجليزية ، وأعلى من المتوسط بمقدار انحرافين

معياريين في المواد الاجتماعية ، وأعلى من المتوسط بقدر انحراف معيارى واحد في علم النفس . .

وينبغى أن نعيد التأكيد مرة أخرى أن نحويل الدرجات الخام إلى درجات معيارية (د) متوسطها صفر ، وانحرافها المعياري الواحد الصحيح ، لا يغير من شكل التوزيع . فهنا فقط نكون قد غيرنا النقطة التي نبدأ منها القياس (الصفر بدلا من المتوسط) بوحدة قياس جديدة (الانحراف المعياري بدلا من الوحدات الخام) .

ويمكن زيادة توضيح ذلك باستخدام البيانات الافتراضية الخاصة بأطوال ٢٠ رجلا مقدرة بالبوصات والمبينة بجدول رقم (٢١) وقد رتبنا الدرجات ترتيبا تنازليا بغرض التوضيح .

الشخص	(الطول) الدرجات الخام بالبوصات	(الطول) الدرجات المعيارية	الطول (الدرجات الخام بالسنتيمتر مقاسة من أعلى منضدة على ارتفاع ٣٦ بوصة من سطح الأرض)
١	٧٢	٢,٣٦ +	٩١,٤٤
٢	٧٠	١,٢٤ +	٨٦,٣٦
٣	٧٠	١,٢٤ +	٨٦,٣٦
٤	٧٥	١,٢٢ +	٨٦,٣٦
٥	٦٩	,٦٧ +	٨٣,٨٢
٦	٦٩	,٦٧ +	٨٣,٨٢
٧	٦٨	,١١ +	٨١,٢٨
٨	٦٨	,١١ +	٨١,٢٨
٩	٦٨	,١١ +	٨١,٢٨
١٠	٦٨	,١١ +	٨١,٢٨
١١	٦٧	,٤٥ -	٧٨,٧٤
١٢	٦٧	,٤٥ -	٧٨,٧٤
١٣	٦٧	,٤٥ -	٧٨,٧٤
١٤	٦٧	,٤٥ -	٧٨,٧٤
١٥	٦٧	,٤٥ -	٧٨,٧٤
١٦	٦٧	,٤٥ -	٧٨,٧٤
١٧	٦٦	١,٠١ -	٧٦,٢٠
١٨	٦٦	١,٠١ -	٧٦,٢٠
١٩	٦٦	١,٠١ -	٧٦,٢٠
٢٠	٦٤	٢,١٤ -	٧١,١٢
المتوسط ٦٧,٨٠		صفر	٨٠,٧٧
الانحراف المعياري ١,٧٨		١,٠٠	٤,٢٥

جدول رقم (٣١)

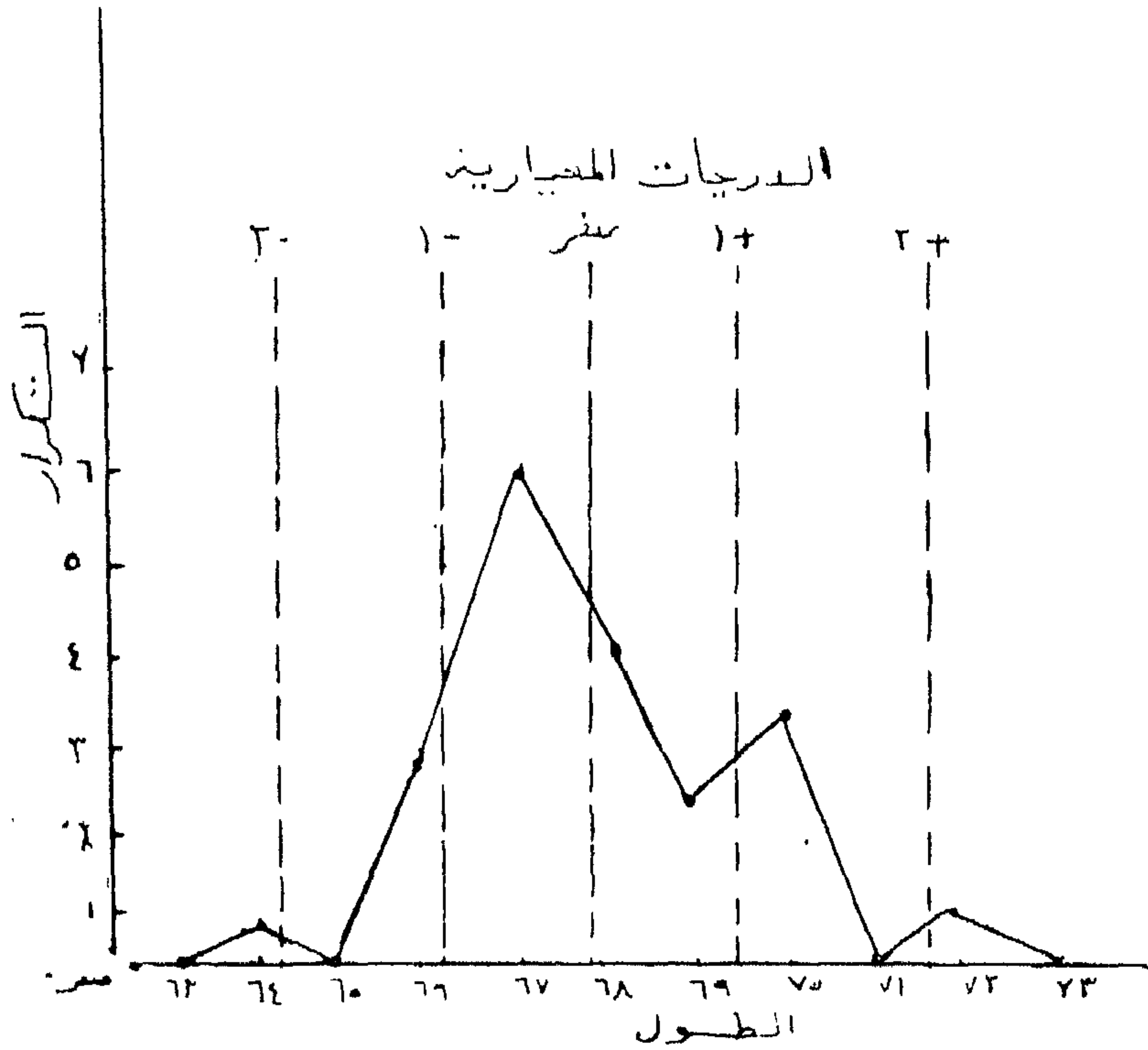
بيانات افتراضية تعبر عن أطوال ٢٠ رجلاً ممثلة
بدرجات خام بالبوصات ودرجات معيارية
ودرجات خام بالسنتيمتر مقاسة من
أعلى المنضدة

ومن هذا الجدول يتضح أن متوسط الدرجات الخام للطول هو ٦٧,٨٠ والانحراف المعياري هو ١,٧٨ بوصة . وقد حولنا هذه الدرجات إلى درجات معيارية باستخدام القانون $\frac{س - \bar{س}}{ع}$. فمثلا الدرجة المعيارية المقابلة للدرجة الخام

$$٧٢ \text{ هي } \frac{٦٧,٨٠ - ٧٢}{١,٧٨} = -٢,٢٦$$

وكما ذكرنا فإن متوسط الدرجات المعيارية صفر وانحرافها المعياري الواحد الصحيح .

وهذه البيانات ممثلة بيانياً في شكل رقم (٣٧) . ويجب أن نلاحظ أننا مثلنا الدرجات الخام والدرجات المعيارية في شكل واحد لأن شكل التوزيع لا يتغير بالنسبة لكل من مجموعتي الدرجات . ولذلك فإن العلاقة بين نوعي الدرجات لا تتغير نتيجة لتحويل الدرجات الخام إلى درجات معيارية . ويمكن الذي يتغير هو موقع الدرجات Location وميزان القياس Scaling .



شكل رقم (٢٧)
التوزيع التكراري للدرجات الخام والدرجات المعيارية
المبينة بجدول رقم (٢١)

وبالرغم من أننا قد حصلنا على الدرجات الخام عن طريق قياس الطول من سطح الأرض ، إلا أنه يتضح من العمود الرابع في الجدول رقم (٢١) أن الدرجات المعيارية لم تتغير إذا تم قياس الأشخاص من على سطح منضدة ترتفع عن سطح الأرض بمقدار ٣٦ بوصة . وحتى تغيير وحدة القياس من بوصات إلى سنتيمترات لم يؤثر في قيم الدرجات المعيارية .
فثلاً :

$$\frac{80,77 - 86,36}{4,02} = 12,4 + = \frac{67,80 - 70}{1,78}$$

بالسنتيمترات من أعلى منضدة ترتفع عن سطح الأرض بمقدار ٣٦ بوصة	درجة معيارية	بالبوصات عن سطح الأرض
--	--------------	--------------------------

فهذا يدل على أن الدرجات المعيارية تعطى صورة دقيقة عن موضع كل درجة بالنسبة إلى المجموعة المرجعية بصرف النظر عن الموضع الذي تم منه القياس الأصلي أو ميزان القياس المستخدم .

وفي الحقيقة أن الدرجات المعيارية تستخدم بكثرة في البحوث النفسية والتربوية . كما أنها ترتبط بمقاييس إحصائية متقدمة تلعب دوراً هاماً في الأساليب الاستدلالية في تحليل بيانات هذه البحوث كما سنرى في الجزء الثاني من الكتاب .

خواص الدرجات المعيارية :

لسكى تتضح الفائدة من تحويل الدرجات الخام إلى درجات معيارية ينبغي الإشارة إلى بعض خواص هذه الدرجات .

١ - مجموع الدرجات المعيارية = صفراً .

أي أن : $\sum d = 0$ صفراً .

٢ - متوسط توزيع الدرجات المعيارية = صفراً .

أي أن : $\bar{d} = \frac{\sum d}{n} = 0$ صفراً .

وبالطبع ينطبق هذا أيضاً على انحرافات الدرجات عن المتوسط .

٣ - الدرجات الخام التي تقل عن المتوسط تقابلها درجات معيارية سالبة ، والدرجات الخام التي تزيد عن المتوسط تقابلها درجات معيارية موجبة . وتنطبق هذه الخاصية أيضاً على انحرافات الدرجات عن المتوسط .

٤ - مجموع مربعات الدرجات المعيارية = العدد الكلي للدرجات

أي أن : $\sum d^2 = n$

وهذه الخاصية تكون صحيحة فقط إذا حسبنا الانحراف المعياري باستخدام

n في المقام بدلاً من n - 1 .

- ٢٠٩ -

ويمكن البرهنة على ذلك رياضياً كالآتي :

$$\frac{\text{مجم} (س - \overline{س})^2}{\text{ع}^2} = \text{مجم د}^2$$

$$= \frac{1}{\text{ع}^2} \text{مجم} (س - \overline{س})^2$$

$$= \frac{\text{مجم} (س - \overline{س})^2}{\text{ع}^2} \times \frac{\text{ن}}{\text{مجم} (س - \overline{س})^2} = \frac{\text{ن}}{\text{ع}^2}$$

هـ - الانحراف المعياري وتباين توزيع الدرجات المعيارية يساوي الواحد الصحيح

$$\text{أي أن ع د} = \text{ع}^2 \text{ د} = ١$$

ويمكن أيضاً البرهنة على ذلك رياضياً كالآتي :

$$\frac{\text{مجم} (د - \overline{د})^2}{\text{ن}} = \text{ع}^2 \text{ د}$$

$$\text{ولكن } \overline{د} = \text{صفر} \quad (\text{خاصية رقم ٢})$$

$$\text{إذن ع}^2 \text{ د} = \frac{\text{مجم د}^2}{\text{ن}}$$

$$\text{ولكن } \text{مجم د}^2 = \text{ن} \quad (\text{خاصية رقم ٤})$$

$$\text{إذن ع}^2 \text{ د} = \frac{\text{ن}}{\text{ن}} = ١$$

٩ - إذا حسبنا الدرجات المعيارية من درجات النمو فإن مدى هذه الدرجات يكون دالة لحجم العينة فعادة تترافق الدرجات المعيارية للعينات الكبيرة بين $+ ٣$ ، وبينما يقل هذا المدى للعينات الصغيرة.

ضم الدرجات المعيارية :

تسجل عادة الدرجات التي يحصل عليها فرد ما في اختبارات مختلفة على هيئة عدد الأسئلة التي أجاب عنها إجابة صحيحة أو عدد المصطلحات التي تذكرها ، أو عدد المسائل التي نصح في حلها . وهنا نترقب أن تختلف الاختبارات في سمواتها أو صموماتها ، بالإضافة إلى اختلاف وحدات درجاتها .

فلهذه الأسباب وغيرها لا يمكن . . كما ذكرنا — أن نقارن هذه الدرجات بعضها ببعض الآخر . كذلك لا نستطيع ضم هذه الدرجات معا .

وتحويل الدرجات الختام إلى درجات معيارية لنفس مجموعة الطلاب يمكننا من مقارنة هذه الدرجات لأن الدرجات المعيارية هي أعداد مجردة ليس لها وحدة خاصة . وكذلك يمكننا ضم الدرجات المعيارية مما للحصول على درجة معيارية مركبة .

وربما يفضل الباحث أو المعلم أن يعين أوزانا مختلفة للدرجات المختلفة قبل أن يحسب الدرجة المركبة .

لاذربما يطبق الباحث أو المعلم ثلاثة اختبارات أثناء سير عملية التعليم وامتحان واحد في آخر العام . وربما يود أن يسهم أحد الاختبارات الثلاثة برقع ما يسهم به الاختباران الآخران عند تقريره للدرجة النهائية لكل طالب ، وأن يسهم اختبار آخر العام بقدر مرة ونصف في هذا التقدير .

فحينئذ تكون الدرجة المركبة كالآتي :

الدرجة المركبة = $0,25 + 1 + 2 + 3 + 1,5 = 8$

الدرجات التائية T — Scores :

من بين العيوب الرئيسية للدرجات المعيارية (د) أنه يصعب على الشخص غير المتمرس في الإحصاء تفسيرها . ولكي ندرك هذه الصعوبة نفترض أن معلماً أ اد أن يقرر نتائج اختبار ما لطلابه في صورة درجات معيارية . فإذا كان طلابه لم يعتادوا على هذا النوع من الدرجات ربما يصدم أحدهم عندما يسمع أنه قد حصل على درجة معيارية صفر لأنه لا يعرف أن الدرجة المعيارية صفر لا تعني أنه أخفق تماماً في الاختبار بل إن درجته تمثل الأداء المتوسط بالنسبة لأقرانه في الفصل . فما بالنسبة بالطالب الذي يسمع أنه قد حصل على درجة معيارية سالبة والتي ربما يفهم منها أنه أصبح مديناً للعلم بعدد من الدرجات .

ونظراً لأن الباحث النفسي والتربوي يقرر نتائج الاختبارات التي يستخدمها لأناس غير متخصصين في الإحصاء ، لذلك نجد أن هناك بدائل مختلفة لهذا النوع من الدرجات المعيارية (د) . وقد تم اختيار المتوسطات والانحرافات المعيارية لهذه البدائل على أساس أن تجعل جميع الدرجات المحولة موجبة ، وبحيث يسهل تذكر هذه المتوسطات والانحرافات المعيارية .

وأحد هذه البدائل يسمى الدرجات التائية (ت) T — Scores نسبة إلى العالم ثورنديك Thorndike . ويمكن تعريفها بأنها مجموعة من الدرجات التي يكون متوسطها ٥٠ ، وانحرافها المعياري ١٠ .

ويمكن حساب الدرجات التائية باستخدام الصورة الآتية :

$$ت = ١٠ + د ٥٠$$

أي أنه إذا أراد الباحث تحويل الدرجات الخام إلى درجات تائية فما عليه إلا أن يحول أولاً الدرجة الخام إلى درجه معيارية باستخدام القانون

$$د = \frac{س - \bar{س}}{ح} \text{ ثم يضرب الدرجة الناتجة في } ١ \text{ ويضيف } ٥٠ \text{ على النتائج}$$

فمثلاً إذا أردنا تحويل الدرجة الخام ١٣٣ في اختبار للذكاء متوسطه ١٠٠ وانحرافه المعياري ١٦ إلى درجة تائية فإننا نتبع الخطوات الآتية :

الانحراف

المعياري

المتوسط الجديد

الخطوات

الجديد

١

صفر

١ - تحويل الدرجة الخام إلى درجة معيارية

$$D = \frac{X - \bar{X}}{S}$$

$$D = \frac{133 - 100}{16} = 2.06$$

$$10 = 1 \times 10$$

$$10 \times \text{صفر}$$

$$2 = \text{نضرب الدرجة المعيارية في } 10$$

$$= \text{صفر}$$

$$20 = 2 \times 10$$

١٠

صفر + ٥٠

٣ - نضيف ٥٠ على الناتج

(لم يحدث تغيير)

$$= ٥٠$$

$$70 = 50 + 20$$

ونظراً لأن متوسط الدرجات التائية ٥٠ ، فيمكن أيضاً بمجرد النظر معرفة ما إذا كانت الدرجة أعلى من المتوسط (أكبر من ٥٠) أو أقل من المتوسط (أقل من ٥٠) ، كما يمكن أن نحدد عدد الانحرافات المعيارية التي تقل أو تزيد بها الدرجة عن المتوسط .

فمثلاً الدرجة ٤٠ تقل عن المتوسط بمقدار انحراف معياري واحد (تناظر

درجة معيارية $D = 1$) لأن الانحراف المعياري للدرجة التائية $= 10$.

والدرجات التائية تتراوح بين ٢٠ ، ٨٠ ، وإذا أخذنا في اعتبارنا الدرجات

المتطرفة فإنها تتراوح بين صفر ، ١٠٠ .

ويمكن — من الناحية الرياضية النظرية — أن تكون الدرجات التائية سالبة ، ولكن يندر أن يحدث هذا في الواقع ، لأن هذا يتطلب أن تنحرف الدرجة بقدر خمسة انحرافات معيارية سالبة عن المتوسط ، في حين أننا لا يمكن من واقع بيانات البحوث الفعلية أن نحصل على درجات تنحرف أكثر من ثلاثة انحرافات معيارية موجبة أو سالبة عن المتوسط .

تحويلات خطية أخرى :

من بين التحويلات الخطية الأخرى الشائعة الاستخدام في الولايات المتحدة الأمريكية وتؤدي إلى توزيع درجات معيارية متوسطها ٥٠٠ وانحرافها المعياري ١٠٠ ناتجة من اختبارات شائعة الاستخدام في هذه الدولة وهي :

مقيار اختبار الاستعداد الدراسي

Scholastic Aptitude Test (SAT)

ومقيار اختبار القبول في الكليات

College Entrance Examination Board (CEEB)

ومقيار اختبار بيان أو سجل الدراسات العليا

Graduate Record Examination (GRE)

وتستخدم هذه الاختبارات في الولايات المتحدة الأمريكية عند اختيار الطلاب للدراسة .

أي أن :

$$\text{درجة SAT} = ١٠٠ + ٥٠٠$$

$$\text{درجة CEEB} = ١٠٠ + ٥٠٠$$

$$\text{درجة GRE} = ١٠٠ + ٥٠٠$$

فلتحويل درجة خام إلى أي من هذه الدرجات المعيارية نضرب الدرجة في

١٠٠ ونضيف ٥٠٠ إلى الناتج . وفي الحقيقة أن ٦٠ من هذه الدرجات المحولة تساوي عشرة أمثال الدرجة التائية

ولذا لا يجب أن نندهش عندما نجد أن طالبا حصل على الدرجة المعيارية ٦٤٢ في أحد هذه الاختبارات في حين أن العدد السكلي لأسئلة الاختبار ربما لا يزيد عن ٣٠٠ أو ٤٠٠ سؤال . فالدرجة ٦٤٢ تعنى أن الطالب يفوق المتوسط بمقدار ١٤٢ نقطة أو ١,٤٢ ، انحراف معيارى (أى أن هذا يناظر الدرجة المعيارية $D = + 1,42$ أو الدرجة التائية ٦٤,٢) ، واختبارات الذكاء الحديثة تستخدم هذه الفكرة ، أى فكرة تحويل الدرجات الخام إلى نوع ما من الدرجات المحولة تحويلا خطيا . فاختبار ويكسلر للذكاء يستخدم درجات محولة متوسطها ١٠٠ وانحرافها المعيارى ١٥ ، وهذا بالطبع أفضل من فكرة نسبة الذكاء .

وعلى وجه العموم فإنه يمكن تحويل أى درجة معيارية (د) إلى درجة معيارية أخرى تناسب الباحث عن طريق اختيار متوسط وانحراف معيارى جديدين وتطبيق الصورة الآتية :

$$\begin{aligned} \text{الدرجة المعيارية المناسبة} &= \text{المتوسط الجديد} + \\ \text{الدرجة المعيارية } D \times \text{الانحراف المعيارى الجديد} \end{aligned}$$

وسوف نوضح العلاقة بين مختلف هذه الدرجات المحولة توضيحا بيانيا عند دراستنا لخواعص المنحنى الاعتدالى فى الفصل السادس

تمارين على الفصل الخامس

١ - أوجد الرتبة المئينية المقابلة للدرجة الخام ٨٩ في جدول التوزيع التكرارى الآتى ، وفسر معناها .

الدرجة	التكرار
٩٥	٣
٩٤	٥
٩٣	٧
٩٢	١٠
٩١	١٣
٩٠	١٥
٨٩	١٦
٨٨	٢٠
٨٧	٢٥
٨٦	٢٦
المجموع	١٤٠

٢ - أوجد الرتبة المئينية والدرجة المعيارية (د) المقابلة للدرجة الخام ٤٤ في جدول توز اليح التكرار ، الآتى :

التكرار	الفئات
٢	صفر - ٤
٥	٥ - ٩
١٠	١٠ - ١٤
١٦	١٥ - ١٩
٢٣	٢٠ - ٢٤
١٨	٢٥ - ٢٩
١٣	٣٠ - ٣٤
١٠	٣٥ - ٣٩
١٢	٤٠ - ٤٤
٢٥	٤٥ - ٤٩
١٦	٥٠ - ٥٤
١٥٠	المجموع

٣ - أوجد الدرجة الخام المقابلة للرتبة المشيئية ٣٥ فى التوزيع التكرارى المبين بالمسألة رقم (٣) السابقة . قرب الدرجة الخام إلى أقرب رقم عشرين .

٤ - ما الفرق بين المشينيات والرتب المشيئية والنسب المشوية ؟

٥ - أوجد الدرجات المعيارية (د) والدرجات التائية (ت) ، ودرجات (GRE) المناظرة للدرجات المبينة بالتوزيع التكرارى الآنى :

التكرار	الفئات
صفر	صفر — ٤
٢	٥ — ٩
١	١٠ — ١٤
٢٦	١٥ — ١٩
١٧	٢٠ — ٢٤
٨	٢٥ — ٢٩
٦	٣٠ — ٣٤
٣	٣٥ — ٣٩
٢	٤٠ — ٤٤
١	٤٥ — ٤٩
٦٦	المجموع

٦ — ما هي عيوب الميثلثيات كمقاييس للوضع النسبي وكيف تغلبت الدرجات المعيارية على هذه العيوب ؟

٧ — احسب الدرجات المعيارية المقابلة لكل درجة من درجات التوزيع الآتي :

$$٥ ، ٧ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٢$$

ثم احسب المتوسط والانحراف المعياري للدرجات المعيارية التي حصلت عليها . وهل النتائج متفقة مع توقعك لها ؟ ولماذا ؟

٨ — إذا كانت درجتك في اختبار الإحصاء ٩٠ ، فبالنسبة لأي من الفصول الأربعة الآتية يكون مركزك النسبي أفضل في هذه المادة ؟ ولماذا ؟

$$(أ) \quad \overline{س} = ٦٥ ، \quad \overline{ع} = ١٣$$

$$(ب) \quad \overline{س} = ٧٥ ، \quad \overline{ع} = ١٠$$

$$(ج) \quad \overline{س} = ٨ ، \quad \overline{ع} = ٨$$

$$(د) \quad \overline{س} = ٨٥ ، \quad \overline{ع} = ٢$$

٩ - بين لسلك ما يأتى ما إذا كان استخدام المئينيات أم الدرجات المعيارية أفضل ؟

- (أ) إذا كان ميزان القياس من النوع الرتبى .
- (ب) إذا كان توزيع البيانات ملتوياً التواء شديداً .
- (ج) إذا كان عدد أفراد العينة قليلاً .
- (د) إذا كان الهدف هو إجراء تحويل خطى للبيانات .

١٠ - كون جدول التوزيع التكرارى المتجمع النسبى للبيانات المبينة بالجدول المذكور بالمسألة رقم (٥) السابقة ومثل هذا التوزيع بيانياً ، ثم أوجد جبرياً وبيانياً الرتب المئينية المناظرة للدرجات : ١٤,٥ ، ٢٢ ، ٣٤ وفسر معنى الرتب التى حصلت عليها .

١١ - إذا جاءك زميل لك وأخبرك أنه حصل على الدرجة ١٣٠ فى اختبار الإحصاء . ما هى المعلومات الأخرى التى يجب أن تحصل عليها حتى يمكنك تفسير هذه الدرجة ؟

١٢ - إذا علمت أن توزيعاً اعتدالياً متوسطه = ٣٠ ، وانحرافه المعيارى = ٦ .

(أ) أوجد الدرجات المعيارية (د) المقابلة للدرجات الخام الآتية :

$$١٨ ، ٢٢ ، ٣٠ ، ٣٦ ، ٤٥$$

(ب) حول الدرجات المعيارية التى حصلت عليها إلى توزيع آخر متوسطه = ٥٠ ، وانحرافه المعيارى = ١٠٠ .

١٣ - هل الدرجة المعيارية صفر تكافئ دائماً المشيئة ٥٠ مهما اختلف شكل توزيع البيانات ؟ ولماذا ؟

١٤ - إذا أعطيت الدرجات الآتية :

١ ، ٤ ، ٤ ، ٥ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨

(أ) احسب المتوسط والانحراف المعياري .

(ب) احسب الدرجات المعيارية (د) المقابلة لكل درجة منها .

(ج) حول الدرجات بحيث تكون توزيعاً جديداً متوسطه ٥٠ وانحرافه المعياري ٠

(د) حول الدرجات بحيث تكون توزيعاً جديداً متوسطه ١٠٠ وانحرافه المعياري ١٥ ٠

١٥ - طبق اختبارين س ، ص في مادة الجبر على تلاميذ نفس الفصل ، فإذا كان متوسط درجات الاختبار س يساوي ٣٥ وانحرافه المعياري ٢٧ ، ومتوسط درجات الاختبار ص يساوي ٨٥ ، وانحرافه المعياري ١٥ . حصل تلميذ في الفصل على الدرجة ٣٢ في الاختبار س ، ٨٠ في الاختبار ص . بافتراض أن توزيعي الدرجات في الاختبارين لهما تقريباً نفس الشكل . فأى عبارة من العبارات التالية تكون صحيحة ؟ ولماذا ؟

(أ) تحصيل التلميذ في الاختبار س أفضل من تحصيله في الاختبار ص .

(ب) تحصيل التلميذ في الاختبار ص أفضل من تحصيله في الاختبار س .

(ج) تحصيل التلميذ في كل من الاختبارين س ، ص متكافئ .

(د) المعلومات المعطاة ليست كافية لمقارنة تحصيل الطالب في الاختبارين .

الفصل السادس

التوزيعات الاعتدالية

المنحنى الاعتدالى

خواص المنحنى الاعتدالى

المساحة تحت المنحنى الاعتدالى

استخدام خصائص المنحنى الاعتدالى

فى تحليل البيانات

إيجاد المشتقات باستخدام المنحنى الاعتدالى

تحويل التوزيعات المختلفة إلى الصورة الاعتدالية

مقدمة :

عرضنا في الفصول السابقة الطرق المختلفة التي يمكن أن يستخدمها الباحث في وصف توزيعات البيانات ذات المتغير الواحد مثل الوزن أو الطول أو نسبة الذكاء أو سمة من سمات الشخصية ، وما إلى ذلك . ومن بين هذه الطرق مقاييس النزعة المركزية والذئقت والالتواء والتفرطح . كما عرضنا الطرق التي يمكن أن تستخدم في الربط بين مجموعة الدرجات ككل وموقع كل درجة بالنسبة إلى غيرها من درجات مجموعة البيانات .

وقد رأينا أن هذه الأساليب الوصفية تعد وسيلة هامة لإبراز معنى ودلالة مجموعة البيانات . إلا أن هذه الأساليب لا تكون كافية في أغلب الأحيان . فالباحث يحتاج عادة إلى معلومات عن توزيع البيانات أبعد مما تسمح به مثل هذه الأساليب وحدها . واتوضيح ذلك نعرض المال الآتي :

نفترض أنه في إحدى الدراسات الخاصة بالمهارات المرتبطة بالالعاب الرياضية المختلفة ، قام باحث بقياس المدى الذي يستطيع به كل طالب رمي كرة اليد في عينة بحثه التي بلغ عددها ٢٠٣ طالبا في إحدى الجامعات . وقد وجد أن المتوسط يساوي ١٦٤,١ قدما ، والانحراف المعياري ٢٢,٨ قدما . فإذا أراد الباحث إجابة بعض الأسئلة التي تتعلق بالطالب المتوسط أو Typical فإن هاتين المعلومتين تكفيان لهذا الغرض . ولكنه يحتاج إلى مزيد من المعلومات إذا أراد إجابة أسئلة مثل : ما هي أقرب أو أبعد مسافة يستطيع رميها من الطلاب أن يرمى الكرة إليها ؟ وما هي النسبة المئوية للطلاب الذين لا يستطيعون رمي الكرة أبعد من ١٣٠ قدما ؟ وما هو احتمال أن يرمى شخص اختيار بطريقه عشوائية من العينة الكرة مسافة ١١٥ قدما أو أكثر ؟

فلم يكن يجب للباحث على مثل هذه الأسئلة يجب أن يعرف خصائص توزيع معين يسمى التوزيع الاعتيادي Normal Distribution الذى قدمنا له بإيجاز فى م. تهل الفصل الثالث عند مناقشتنا لمفهوم النزعة المركزية . ونظرا لأهمية هذا النوع من التوزيعات واستخدامه فى كثير من المقاييس الإحصائية التى لا غنى عنها للباحث فى تحليله لبيانات بحثه . فإننا سنفرد هذا الفصل لدراسة التوزيعات الاعتيادية بصورة أكثر تفصيلا .

وربما يقول قائل أنه إذا كان توزيع البيانات المستمدة من كثير من الظواهر تأخذ شكل التوزيع الاعتيادى فما الحاجة إلى استخدام طرق إحصائية أخرى طالما أننا نستطيع إجابة الأسئلة السابقة وما يشبهها باستخدام خصائص التوزيعات الاعتيادية .

وفى الحقيقة هذا صحيح ، ولكن نفترض أن عينة الطلاب فى الدراسة التى أشرنا إليها والمكونة من ٢٠٣ طالبا كانت بمثابة لجميع طلاب الجامعة ، فإذا أراد الباحث إجابة أسئلة تتعلق بمجتمع طلاب الجامعة ككل وليس فقط بعينة بحثه ، أى يرد أن يعمم النتائج على مجتمع طلاب الجامعة باستخدام عينة ممثلة من هذا المجتمع فإن هذا يستدعى دراسة مقاييس إحصائية أخرى تعتمد على خواص المنحنى الاعتيادى .

ونظرا لأننا قسمنا الكتاب إلى جزأين أحدهما يختص بالأساليب الوصفية فى تحليل البيانات والآخر يختص بالأساليب الاستدلالية ، فإننا سنقتصر فى هذا الفصل على التعريف بالمنحنى الاعتيادى وخصائصه واستخداماته ، كما سنقتصر على دراسة طرق تحليل البيانات الخاصة بالعينات . ونرجى عملية الاستدلال على خصائص المجتمع الأصل باستخدام البيانات المستمدة من العينات المشتقة من هذا المجتمع عندما نناقش الأساليب الاستدلالية فى تحليل البيانات والتى سنعرض لها فى الجزء الثانى من الكتاب .

المنحنى الاعتدالى :

يطلق عادة على التوزيع الاعتدالى اسم المنحنى الاعتدالى وهو من المنحنيات المتصلة Continuous التى تعتبر من أهم المنحنيات المستخدمة فى البحوث النفسية والتربوية .

والمنحنى الاعتدالى هو منحنى نظرى يمكن تمثيله بمعادلة رياضية يمكن البرهنة عليها ، ولكن لا يمكن أن تتحقق تماماً باستخدام البيانات التجريبية . ويرجع الفضل فى اكتشاف الأساس النظرى وبحث الخصائص الرياضية لهذا المنحنى إلى لابلاس Laplace (١٧٤٩ - ١٨٢٧) ، وديموافر Demoivre (١٦٦٨ - ١٧٤٥) ، وجاوس Gauss (١٧٧٧ - ١٨٥٥) ، والمنحنى — كما هو موضح بشكل رقم (٢٨) — يشبه الجرس ولذلك يمكن أن يسمى المنحنى الجرسى Bell—Shaped Curve أو منحنى الصدفة أو منحنى الخطأ .



شكل رقم (٢٨)

المنحنى الجرسى أو منحنى الصدفة أو منحنى الخطأ

فكثيراً ما نفترض فى البحوث النفسية والتربوية أن بعض السمات تتوزع توزيعاً اعتدالياً على الرغم من أن البيانات التجريبية الخاصة بهذه السمات — كما ذكرنا — لا يحتمل أن تتفق تماماً مع شكل هذا التوزيع .

فكثير من التوزيعات التكرارية تقترب إلى حد ما من شكل التوزيع

الاعتدالي ، ولذلك نفترض أنها تأخذ هذا الشكل ، كما نفترض أنه قد حدث خطأ في دراسة السمات موضع البحث إذا اختلف شكل التوزيع الخاص بهذه السمات عن شكل التوزيع الاعتدالي .

ولاترجع أهمية المنحنى الاعتدالي فقط إلى افتراض أن الدرجات تتوزع توزيعاً اعتدالياً ، ولكن لأن توزيعات المعاينات Sampling Distributions الخاصة بكثير من المقاييس الإحصائية تتوزع توزيعاً اعتدالياً أو يفترض أنها كذلك .

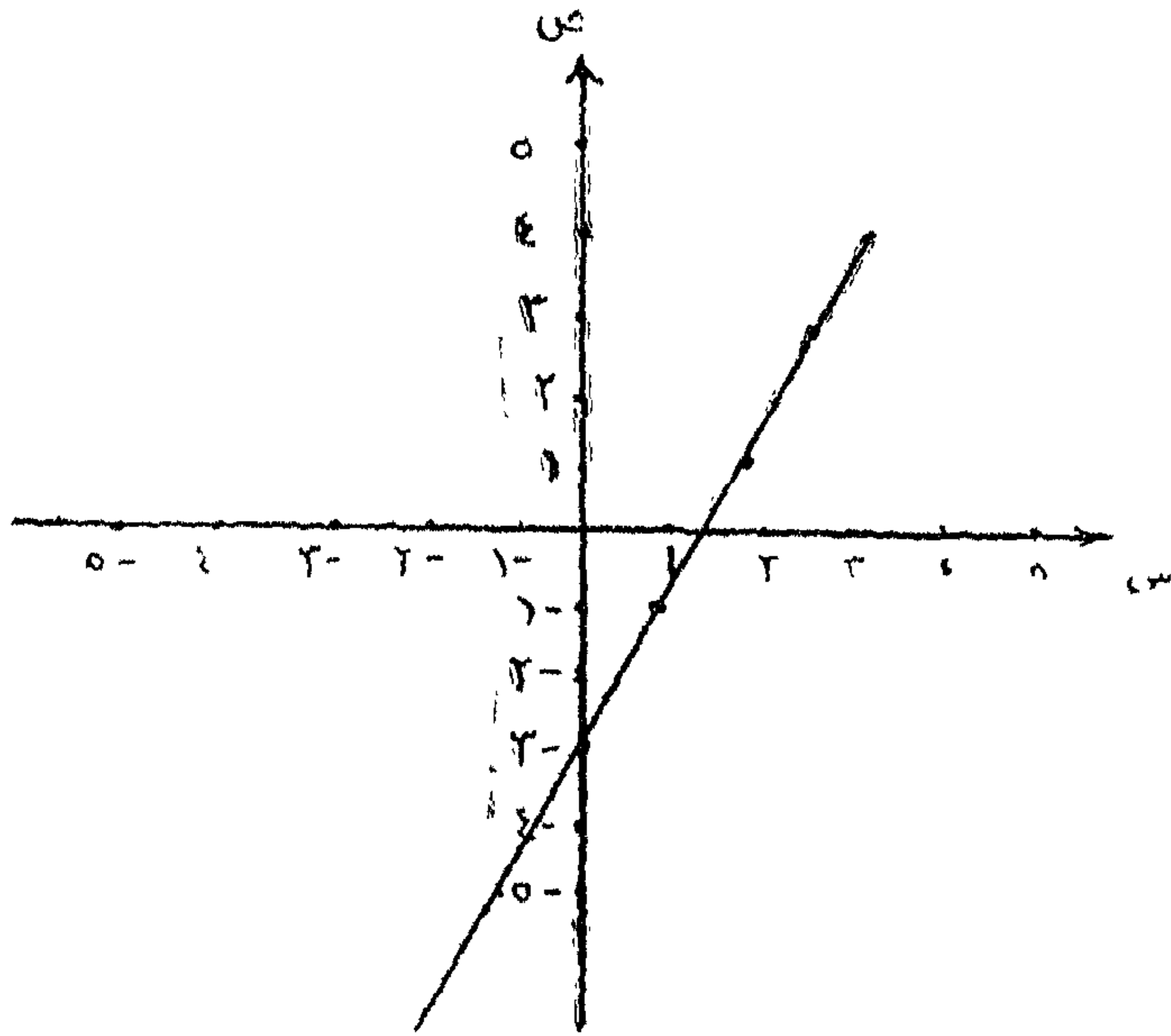
المعادلة الرياضية للمنحنى الاعتدالي :

إن دراسة العلاقات بين المتغيرات تعهد من الأمور الأساسية في البحث العلمي . وتعتبر المعادلات الرياضية عن مثل هذه العلاقات . فإذا ارتبط متغيران بحيث إنه إذا علمنا قيمة أحدهما يمكن تحديد قيمة الآخر ، فإنه يقال أن أحدهما دالة Function للآخر . والمعادلة الرياضية هي تعبير عن مثل هذه العلاقة .

ويمكن تمثيل هذه العلاقة بالمعادلة العامة $y = f(x)$ (س) وتقرأ ص دالة في س كما ، يمكن تمثيلها بيانياً ، حيث يمثل المتغير س على المحور الأفقى (السيني) ، والمتغير ص على المحور الرأسى (الصادى) ويمثل كل زوج مرتب من الدرجات بنقطة في مستوى المحورين . وعن طريق توصيل هذه النقط نحصل على منحنى يمثل المعادلة الرياضية تمثيلاً بيانياً .

فمثلاً يمكن تمثيل المعادلة $y = x^2$ — ٣ بخط مستقيم مبين بالشكل الآتى :

٤	٣	٢	١	صفر	١ -	س
٥	٣	١	١ -	٣	٥	ص



شكل رقم (٢٩)

تمثيل بياني لمعادلة خط مستقيم

ويمكن التعبير عن شكل المنحنى الاعتدالي بمعادلة رياضية أكثر تعقيداً ،
وفي الحقيقة أن هذه المعادلة تمثل عدداً لا نهائياً من المنحنيات الاعتدالية التي
تختلف في متوسطها وانحرافها المعياري ، وتتحدد معادلة أي منها إذا علمنا
المتوسط والانحراف المعياري الخاص بها .

ومعادلة مجموعة المنحنيات الاعتدالية هي :

$$ص = \frac{١}{\sqrt{٢\pi}} e^{-\frac{(س - \bar{س})^2}{٢\sigma^2}}$$

حيث \bar{v} = ارتفاع المنحنى الذى يناظر درجة معينة

\bar{s} = الدرجة التى تناظر ارتفاعا معينا

\bar{m} = متوسط المتغير \bar{s}

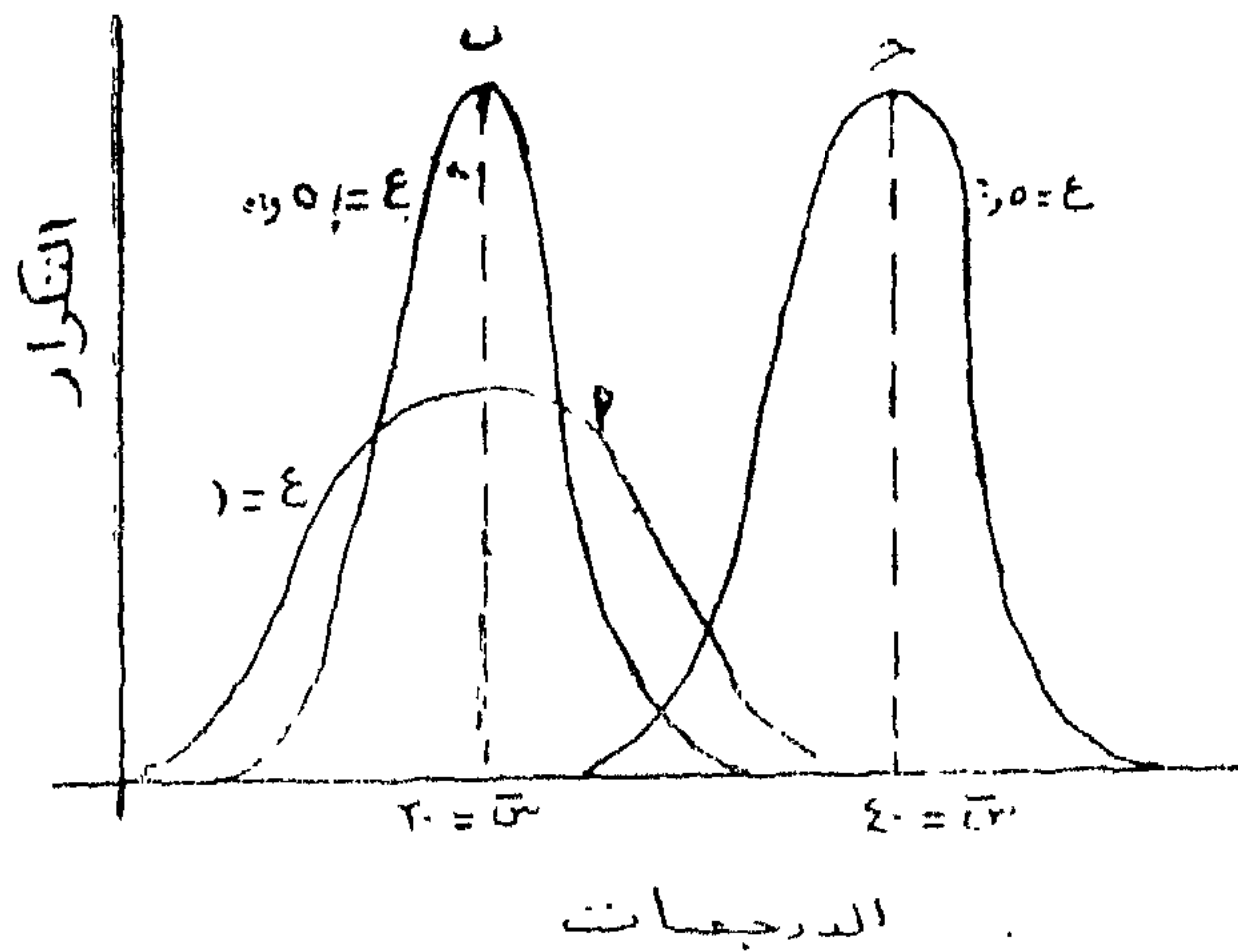
σ = الانحراف المعيارى للمتغير \bar{s}

π = ثابت يسمى النسبة التقريبية وهو يساوى ٣,١٤١٦ تقريبا

e = ثابت يسمى الأساس اللوغاريتمى الطبيعى وهو يساوى ٢,٧١٨٣ تقريبا .

ومن هذه المعادلة نلاحظ أهمية كل من المتوسط والانحراف المعيارى فى تحديد أحد أعضاء مجموعة المنحنيات الاعتدالية .

فإذا نظرنا إلى الشكل رقم (٣٠) نلاحظ أن المنحنيين أ ، ب لهما نفس المتوسط ولكنهما يختلفان فى الانحراف المعيارى . أما المنحنيان الاعتداليان ب ، ج فلهما نفس الانحراف المعيارى ولكنهما يختلفان فى المتوسط .



شكل رقم (٣٠)

المتوسط والانحراف المعيارى لمجموعة من المنحنيات
الاعتدالية

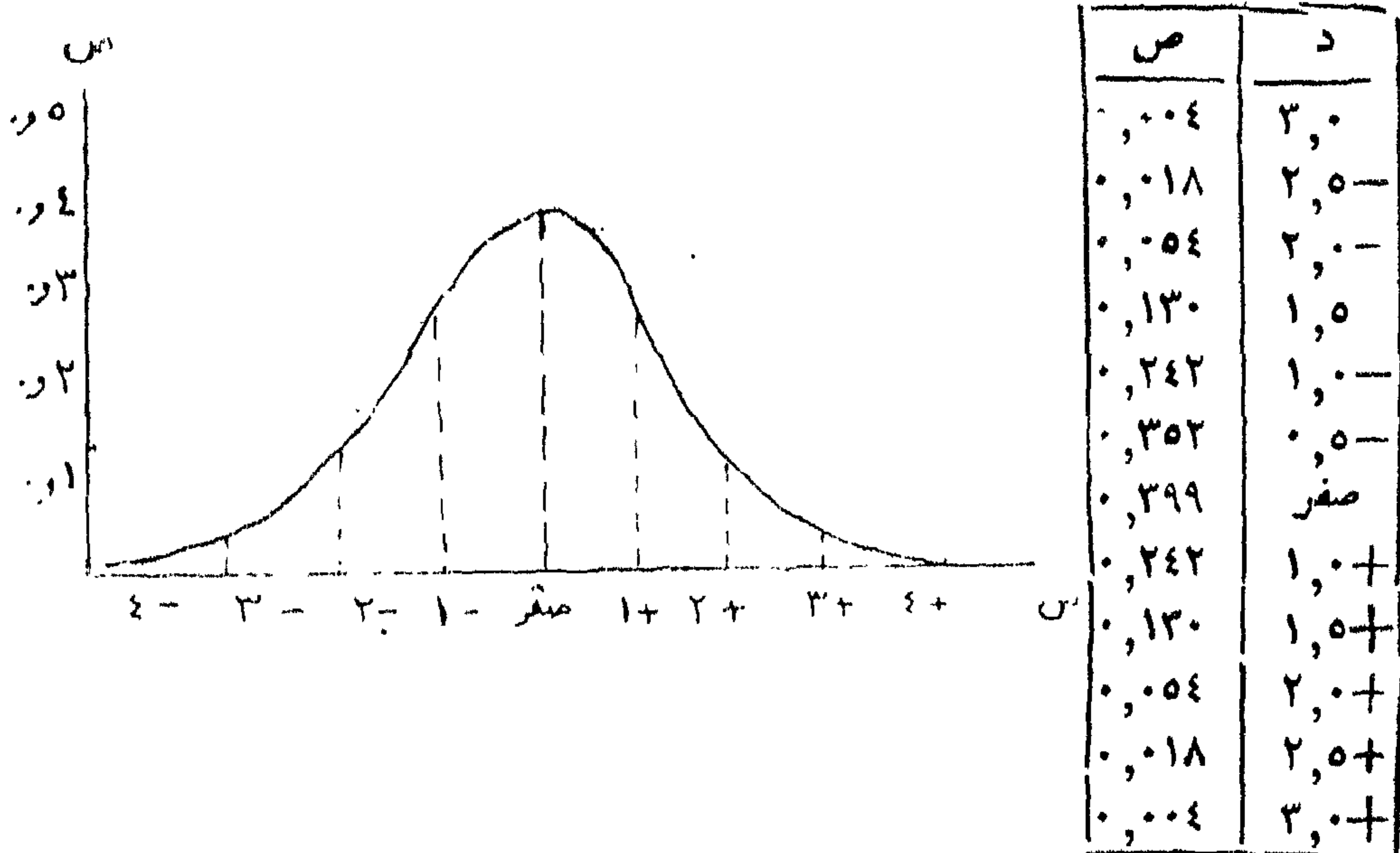
ويمكن تبسيط معادلة المنحنى الاعتدالى إلى حد ما بأن نجهل المتوسط =
صفر والانحراف المعياري = ١ فتصبح كالآتي :

$$ص = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}d^2}$$

$$ص = \frac{س - \bar{س}}{ع}$$

أى أننا حولنا المعادلة إلى صورة معيارية ويسمى المنحنى حينئذ بالمنحنى
الاعتدالى المعيارى Standard Normal Distribution .

وهذا المنحنى مبين بالشكل رقم (٣١) .



شكل رقم (٣١)

الاحداثيات الرأسية (الصادية) المناظرة للدرجات
المعيارية للمنحنى الاعتدالى المعيارى

والمنحنى الاعتدالى المعيارى له أهمية خاصة . فهو يمثل توزيعاً نظرياً يتميز بخصائص معينة تسمح بتحديد الرتب والنقط المئينية بسهولة .

ونظراً لأن التوزيع الاعتدالى يمكن تحويله إلى توزيع اعتدالى معيارى فإنه يمكن استخدام هذا التوزيع الأخير كتوزيع مرجعى عند المقارنه الإحصائية لمختلف أنواع الظواهر التى ربما كان يصعب مقارنتها بدون استخدامه . إذ يجب أن نلاحظ أنه عند تحويل مجموعة من التوزيعات الاعتدالية إلى توزيعات اعتدالية معيارية تشترك جميعها فى المتوسط ($\bar{S} = \text{صفر}$) والانحراف المعيارى ($\sigma = 1$) ، فإنه يمكن مقارنة المئينيات المرتبطة بمقاييس معينة بالمئينيات المرتبطة بمقاييس أخرى بطريقة مباشرة ، بمعنى أنه إذا حددنا المئينيات باستخدام المنحنى الاعتدالى المعيارى فإن درجة طالب فى اختبار الرياضيات مثلاً ربما تقابل المئينى ٨٧ ودرجته فى اختبار اللغة الإنجليزية ربما تقابل المئينى ٨٧ أيضاً ، وهذا يدل على أن مركزه النسبى متساو فى توزيعى الاختبارين ، أو أننا لا يجب أن نهتم كثيراً باختلاف المتوسطين والانحرافين المعياريين لتوزيعى الدرجات الأصلية فى الاختبارين لأن التوزيعين المختلفين قد أصبحا توزيعاً واحداً هو التوزيع الاعتدالى المعيارى بعد إجراء التحويل المعيارى .

ومن المهم ملاحظة أنه يجب افتراض أن التوزيعات الأصلية للدرجات قبل تحويلها كانت تتخذ شكل المنحنى الاعتدالى . فتحويل درجات التوزيع غير الاعتدالى إلى درجات معيارية كما ذكرنا فى الفصل الخامس — لا يجعل التوزيع المعيارى اعتدالياً . فالتحويل إلى درجات معيارية يغير القيم العددية للمتوسط والانحراف المعيارى فقط ولكنه لا يغير من شكل التوزيع أو يحوله إلى توزيع اعتدالى . ولذلك يجب على الباحث أن يتأكد مما إذا كان التوزيع الأصلى يتخذ شكل المنحنى الاعتدالى قبل تحويله إلى توزيع اعتدالى معيارى .

خواص المنحنى الاعتدالى المعيارى :

١ — المنحنى الاعتدالى المعيارى هو منحنى متماثل حول المحور الرأسى

المار بالتوسط التوزيع والذي يمثل أقصى ارتفاع للمنحنى وهو يساوى ٣٩٩, كما يتضح من الجدول المصاحب الشكل رقم (٣١) .

ويمكن حساب ارتفاع المنحنى لجميع قيم الدرجات المعيارية (د) الممثلة على المحور الأفقى باستخدام معادلة المنحنى الاعتمالى المعيارى . إلا أنه ليس من الضرورى على الباحث أن يقوم بنفسه بحساب هذه الارتفاعات ، إذ يمكنه الرجوع إلى جدول (ب) المبين بالملحق الخاص بالجدول الإحصائية فى نهاية هذا الكتاب للحصول مباشرة على الارتفاعات ، والجدول يبين مختلف قيم ص (الارتفاع) التى تناظر مختلف قيم د (الدرجات المعيارية) .

٢ — المنحنى الاعتمالى هو منحنى متصل ، بمعنى أنه توجد لكل قيمة من قيم ص قيمة مناظرة من قيم د بما فى ذلك القيم الكسرية مهما صغرت .

ويفترض عند استخدام هذا المنحنى كنموذج للتوزيعات التكرارية أن المتغير س هو متغير متصل، وقد ناقشنا مفهوم المتغير المتصل بالتفصيل فى الفصل الأول .

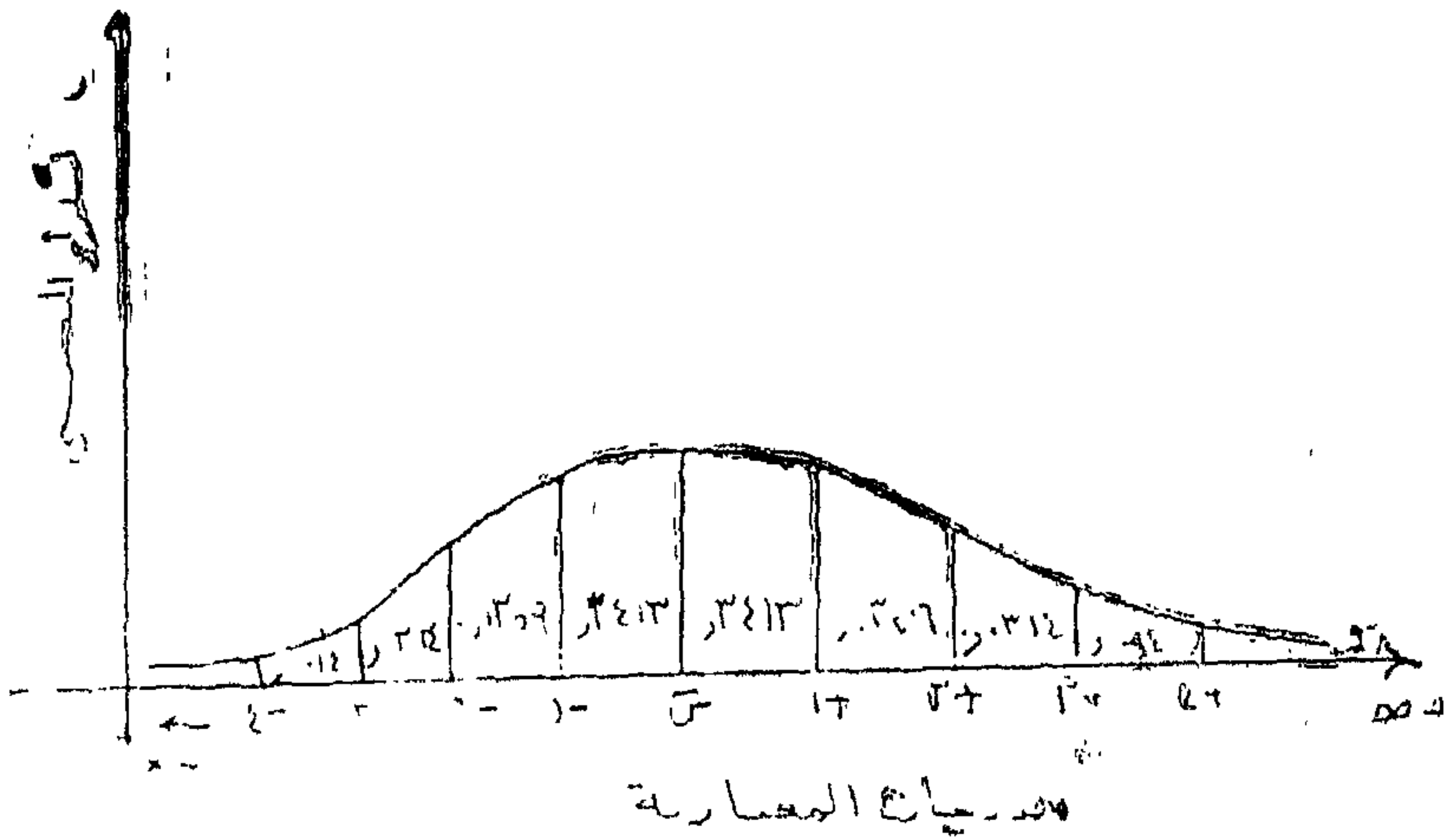
٣ — المنحنى الاعتمالى المعيارى يمتد من كلتا الجهتين إلى اللانهاية . أى أن المنحنى يقترب تدريجياً من المحور الأفقى واسكنه لا يمسّه مهما مددناه من كلتا الجهتين ، ولا نحتاج عادة إلى مد طرفى المنحنى بعيداً إلى أقصى اليمين أو أقصى اليسار . فإذا نظرنا إلى الشكل رقم (٣١) نجد أن المساحة تحت الجزء الممتد إلى أربعة أو خمسة انحرافات معيارية على جانبي المتوسط تكون ضئيلة جداً بحيث يمكن إهمالها فى معظم الأغراض العملية .

٤ — نقط انقلاب المنحنى وهى النقط التى يتغير فيها اتجاه انحناء المنحنى تحدث عند الانحرافين المعياريين ١ : ١ ، ١ على جانبي المتوسط .

٥ — المساحة الكلية تحت المنحنى ، أى المساحة المحصورة بين المنحنى والمحور الأفقى تساوى الواحد الصحيح .

والمساحات المحصورة بين أجزاء من المنحنى الاعتدالى المعبارى والمحور الأفقى يمكن اعتبارها تكرارات نسبية، أى أننا إذا رسمنا من أى نقطتين على المحور الأفقى مستقيمين موازيين للمحور الرأسى ومددناهما حتى يقابلا المنحنى فإنه يمكننا تحديد المساحة المحصورة الناتجة بأجزاء من الواحد الصحيح . وفى الحقيقة أنه توجد علاقة ثابتة للمنحنى الواحد مهما اختلف شكله بين المسافة على المحور الأفقى مقاسة بوحدات انحرافات معيارية والمساحة تحت هذا المنحنى .

وتنطبق هذه القاعدة فى حالة المنحنى الاعتدالى، إذ أن الجزء من المساحة المحصورة بين المتوسط والخط الرأسى المرسوم من أى نقطة على محور السرجات المعيارية (المحور الأفقى) لا يختلف مقداره باختلاف التوزيع الاعتدالى .



شكل رقم (٣٢)

المساحات تحت المنحنى الاعتدالى المحصورة بين المتوسط والدرجات المعيارية الصحيحة

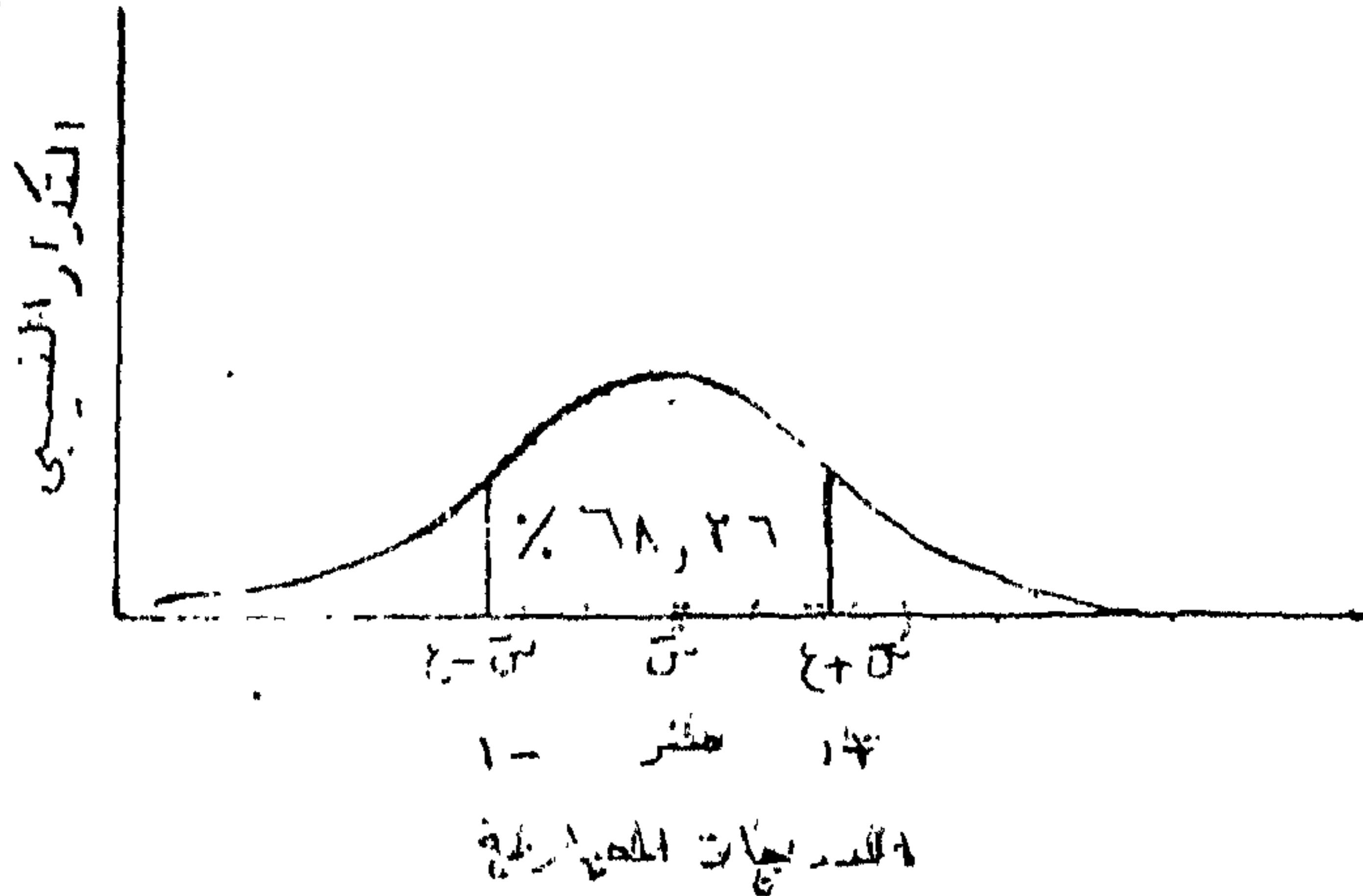
فإذا نظرنا إلى الشكل رقم (٣٢) : نجد أن ٠,٣٤, ١٣ من درجات التوزيع الاعتدالى تقع بين المتوسط والدرجة المعيارية + ١ ، ١٢, ٥٩ % من هذه الدرجات تقع بين الدرجتين المعياريتين + ١ ، + ٢ .

أى أن ٤٧,٧٢٪ (٣٤,١٣ + ١٣,٥٩) من الدرجات تقع بين المتوسط ،
الدرجة المعيارية + ٢ .

ونجد أيضا أن ٢,١٤٪ من الدرجات تقع بين الدرجتين المعياريتين + ٢ ،
+ ٣ . أى أن ٤٩,٨٦٪ (٤٧,٧٢ + ٢,١٤) من الدرجات تقع بين المتوسط
والدرجة المعيارية + ٣ .

ونظرا لتمائل المنحنى فإن نفس هذه النسب المثوبة من الدرجات تقع بين
المتوسط والدرجات المعيارية السالبة .

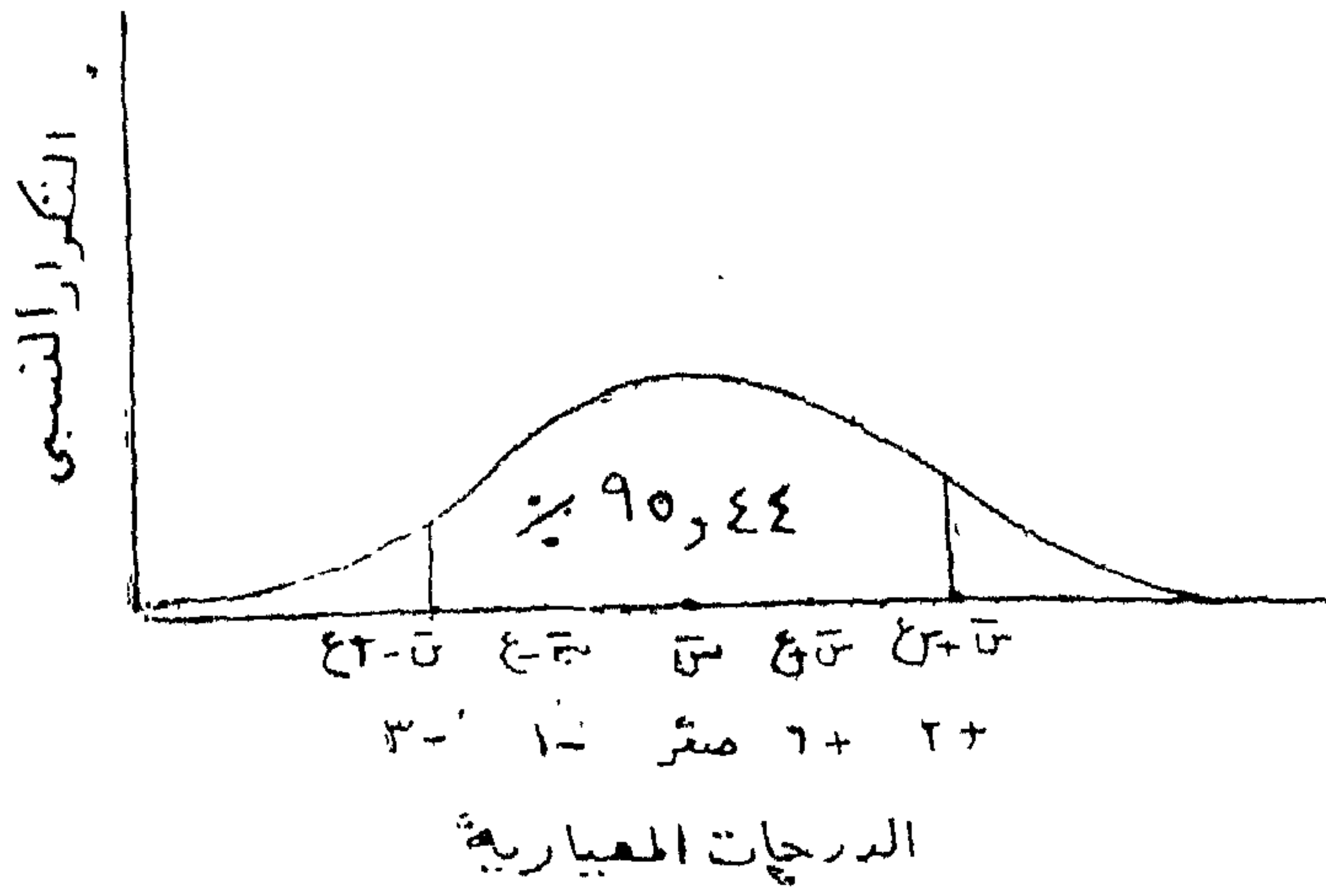
وكلما اتجهنا نحو طرفي التوزيع إلى أكثر من + ٣ أو - ٣ درجة معيارية
تقل المساحة تحت المنحنى بدرجة ملحوظة بحيث يمكن إهمالها ، إذ أن ٩٩,٧٢٪
من المساحة الكلية تحت المنحنى تنحصر بين + ٣ ، - ٣ درجة معيارية ،
٢٨,٠٪ من المساحة الكلية تقع خارج هذا المدى ، وهي بالطبع نسبة ضئيلة
جدا . والأشكال الثلاثة الآتية (أرقام ٣٣ ، ٣٤ ، ٣٥) توضح هذه المساحات :



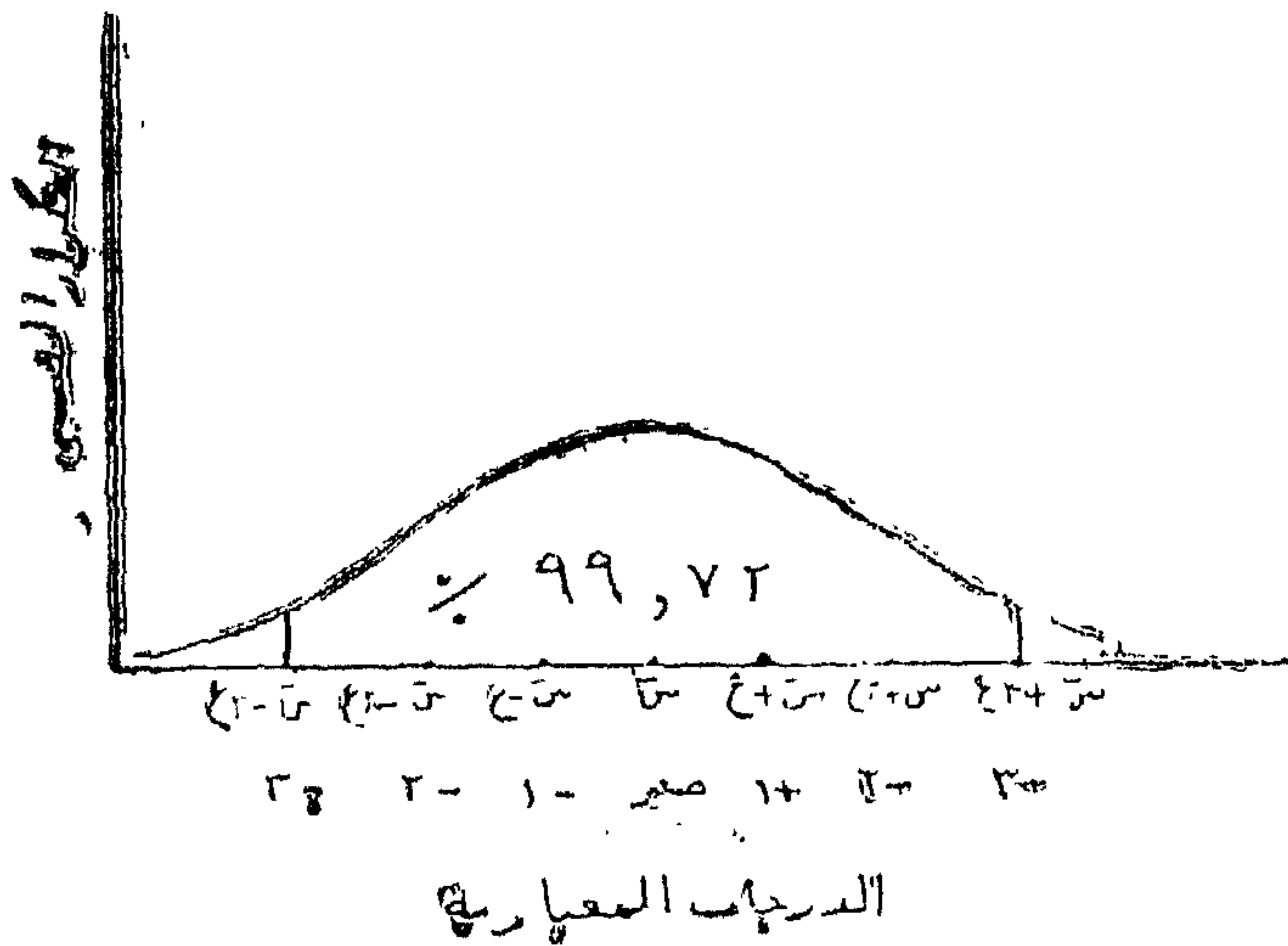
شكل رقم (٣٣)

المساحة تحت المنحنى الاعتدالى بين الدرجتين

المعياريتين - ١ ، + ١



شكل رقم (٣٤)
المساحة تحت المنحنى الاعتدالى بين الدرجتين
المعياريتين - ٢ + ٢



شكل رقم (٣٥)
المساحة تحت المنحنى الاعتدالى بين الدرجتين
المعياريتين - ٣ + ٣

ويمكن توضيح هذه المساحات بالمشالين الآتيين :

مثال (١) :

إذا كان توزيع أوزان هيئة عشوائية تتكون من ١٠٠٠٠ رجل يأخذ شكل المنحنى الاعتنالى . فإن ٣٤١٣ رجلا تقريباً (أى ٣٤,١٣٪ من العدد الكلى) سوف تقع أوزانهم بين متوسط الأوزان والوزن الذى يبعد بقدر انحراف معيارى واحد عن المتوسط ، ٤٧٧٢ رجلا تقريباً (أى ٤٧,٧٢٪ من العدد الكلى) سوف تقع أوزانهم بين متوسط الأوزان والوزن الذى يبعد بقدر انحرافين معياريين عن المتوسط ، وهكذا .

مثال (٢) :

إذا كان متوسط درجات عينة من الطلاب عددها ١٠٠٠ فى اختبار ما هو ١٢٠,٩ والانحراف المعيارى للدرجات ٢٠,٤ . فإذا افترضنا أن توزيع هذه الدرجات كان اعتدالياً ، فإن ٣٤,١٣٪ من هؤلاء الطلاب ، أى ٣٤١ طالباً تقريباً سوف تقع درجاتهم بين ١٢٠,٩ ، ١٢٠,٩ + ٢٠,٤ أى بين ١٢٠,٩ ، ١٤١,٣ . فإذا كانت لدينا درجات عينة الطلاب ، ربما نجد أن ٣٣٠ طالباً مثلاً حصلوا فعلاً على درجات تقع بين ١٢٠,٩ ، ١٤١,٣ ، فعندئذ يمكننا القول بأن هذا العدد قريب جداً من العدد الذى أمكن التنبؤ به باستخدام خواص المنحنى الاعتنالى .

تعيين أجزاء المساحة الواقعة تحت المنحنى الاعتنالى المعيارى بين المتوسط والدرجات المعيارية المختلفة :

اقتصرنا عند مناقشتنا لخواص المنحنى الاعتنالى المعيارى على توضيح المساحات تحت هذا المنحنى المحصورة بين المتوسط ودرجات معيارية معينة . إلا أنه يمكننا تحديد النسب المئوية للمساحات بين المتوسط وأى درجة معيارية

أخرى ، أو بين أى درجتين معياريتين باستخدام الجدول (ج) المبين بالملحق في آخر الكتاب .

والجدول يشتمل على المساحات المحصورة بين المتوسط والدرجات المعيارية المختلفة التى تتراوح بين صفر ، ٤ بما فى ذلك الدرجات العكسرية ، وكذلك على المساحات الصغرى والمساحات الكبرى .

فمثلاً إذا حصل طالب على الدرجة ٢٤,٦٥ فى متغير يتخذ شكل توزيع اعتدالى متوسطه = ١٦ ، والانحراف المعيارى = ٥ ، فإن درجته المعيارية

$$١,٧٣ = \frac{١٦ - ٢٤,٦٥}{٥} =$$

وبالرجوع إلى العمود الأول فى الجدول نبحث عن الدرجة المعيارية ١,٧٣ ، ثم نوجد ما يقابلها فى العمود الثانى من مساحة تحت المنحنى الاعتدالى المعيارى محصورة بين المتوسط وهذه الدرجة ، فنجد أن هذه المساحة تساوى ٤٥,٨٢ ٪ أى ٤٥,٨٢ ٪ . ونظراً لأن ٥٠ ٪ من المساحة الكلية تقع دون المتوسط لأن التوزيع متماثل ، فيمكننا استنتاج أن ٩٥,٨٢ ٪ أى (٤٥,٨٢ + ٥٠) من المساحة الكلية تقل عن الدرجة ٢٤,٦٥ . ولذا يمكن اعتبار أن الرتبة المثينة المقابلة لهذه الدرجة هى ٩٥,٨٢ .

وإذا افترضنا أن طالبا آخر حصل على الدرجة ٧,٣٥ فى نفس المتغير السابق الذى يتخذ شكل التوزيع الاعتدالى ، فإن درجته المعيارية =

$$١,٧٣ = \frac{١٦ - ٧,٣٥}{٥}$$

ونظراً لأن المنحنى الاعتدالى متماثل فإن العمود الأول بالجدول (ج) يقتصر على الدرجات المعيارية الموجبة لأن أجزاء المساحات المقابلة للدرجات المعيارية السالبة هى نفسها المقابلة للدرجات المعيارية الموجبة . ولذلك فإن المساحة

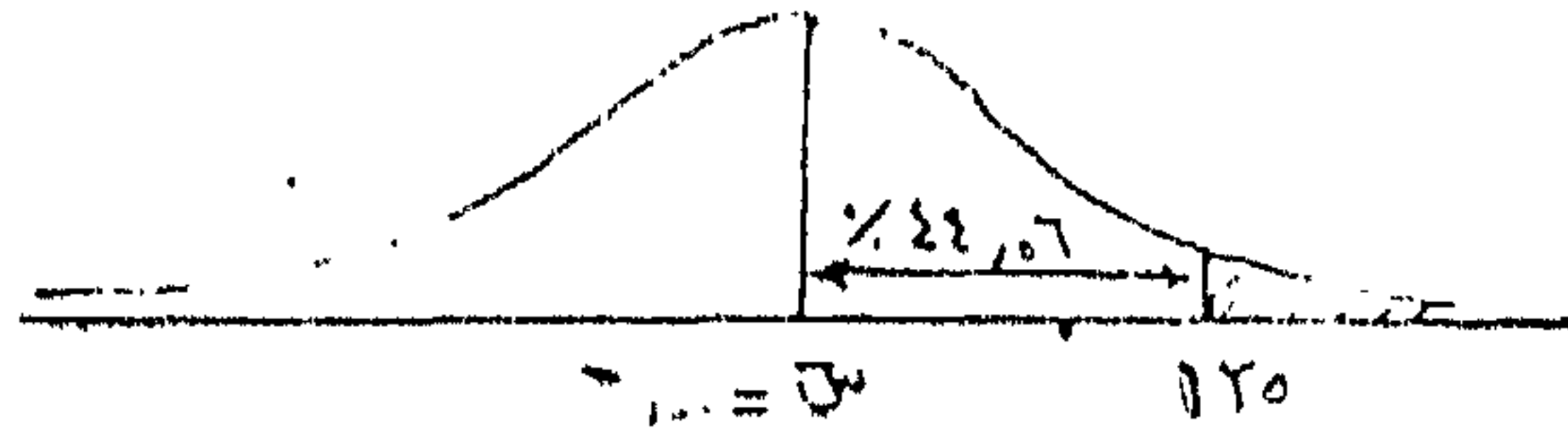
المحصورة بين المتوسط والدرجة المعيارية — ١,٧٣ تساوى أيضا ٤٥,٨٢٪ .
ولهذا يمكن الحصول على الرتبة المئينية المقابلة للدرجة ٧,٣٥ إما بطرح ٤٥,٨٢٪
من ٥٠٪ ، أو باستخدام العمود الرابع فى الجدول (ج) مباشرة . والرتبة
المئينية فى كلتا الحالتين هى ٤,١٨ .

استخدام خصائص المنحنى الاعتدالى فى تحليل البيانات :

سبق أن ذكرنا فى مستهل هذا الفصل أنه يمكن للباحث استخدام خواص
المنحنى الاعتدالى فى إجابة كثير من الأسئلة المتعلقة بمجموعة من البيانات .
وسنعرض فيما يلى بعض هذه الأسئلة ونجيب عليها باستخدام مجموعة افتراضية
من البيانات حتى يتسنى للباحث ملاحظة كيفية استخدام جدول المساحات
(جدول ج) فى إجابة هذه الأسئلة .

والبيانات خاصة بدرجات مجتمع أصل معين Population فى اختبار، لذكاء
تتوزع توزيعاً اعتدالياً متوسطه = ١٠٠ ، وانحرافه المعياري = ١٦ .

١ — ما هى النسبة المئوية للحالات التى تقع بين المتوسط والدرجة ١٢٥
فى الاختبار ؟ وما هى الرتبة المئينية المقابلة لهذه الدرجة فى المجتمع الأصل ؟
فالخطوة الأولى التى يحذر على الباحث اتباعها أن يرسم شكلاً توضيحياً يبين
فيه المعلومات المذكورة فى السؤال كالتالى :



شكل رقم (٣٦)

والخطوة الثانية يحول الدرجة الخام إلى درجة معيارية باستخدام القانون :

$$D = \frac{X - \bar{X}}{S}$$

$$\text{ففي هذا المثال د} = \frac{100 - 125}{16} = 1,56$$

والخطوة الثالثة : يرجع إلى الجدول (ج) المبين بالملحق ويبحث في العمود الأول عن الدرجة المعيارية ١,٥٦ ، ويوجد المساحة المحصورة بين المتوسط وهذه الدرجة من العمود الثاني فيجدها ٤٤,٠٦ ٪ ، وبذلك تكون الرتبة المئينية المقابلة للدرجة ١٢٥ هي ٥٠ + ٤٤,٠٦ = ٩٤,٠٦ .

٢ - ماهي النسبة المئوية للحالات التي تقع بين الدرجتين ١٢٠ ، ٨٨ ؟



شكل رقم (٣٧)

للإجابة على هذا السؤال يجب على الباحث ألا يتسرع ويخطئ . بأن يطرح الدرجة ٨٨ من الدرجة ١٢٠ ويقسم على الانحراف المعياري ، فالمساحة تحت المنحنى الاعتدالي تعتمد على المتوسط كنقطة مرجعية ثابتة . ولذلك يجب على الباحث أن يوجد المساحة بين المتوسط والدرجتين ٨٨ ، ١٢٠ كل على حدة . ثم يجمع المساحتين ليحصل على إجابة السؤال . أي أنه يجب أن يتبع الخطوات الآتية :

الخطوة الأولى : يوجد الدرجة المعيارية المقابلة للدرجة س = ١٢

$$\text{د} = \frac{100 - 120}{16} = \frac{20}{16} = 1,25$$

الخطوة الثانية : يوجد الدرجة المعيارية المقابلة للدرجة س = ٨٨

$$\text{د} = \frac{100 - 88}{16} = \frac{12}{16} = 0,75$$

الخطوة الثالثة : يوجد المساحتين المناظرتين لسكل من الدرجتين المعياريتين بالرجوع إلى العمود الثانى فى الجدول المبين بملحق الجداول .

$$\text{المساحة بين المتوسط والدرجة المعيارية } ١,٢٥ = ٣٩,٤٤ \%$$

$$\text{المساحة بين المتوسط والدرجة المعيارية } - ٠,٧٥ = ٢٧,٣٤ \%$$

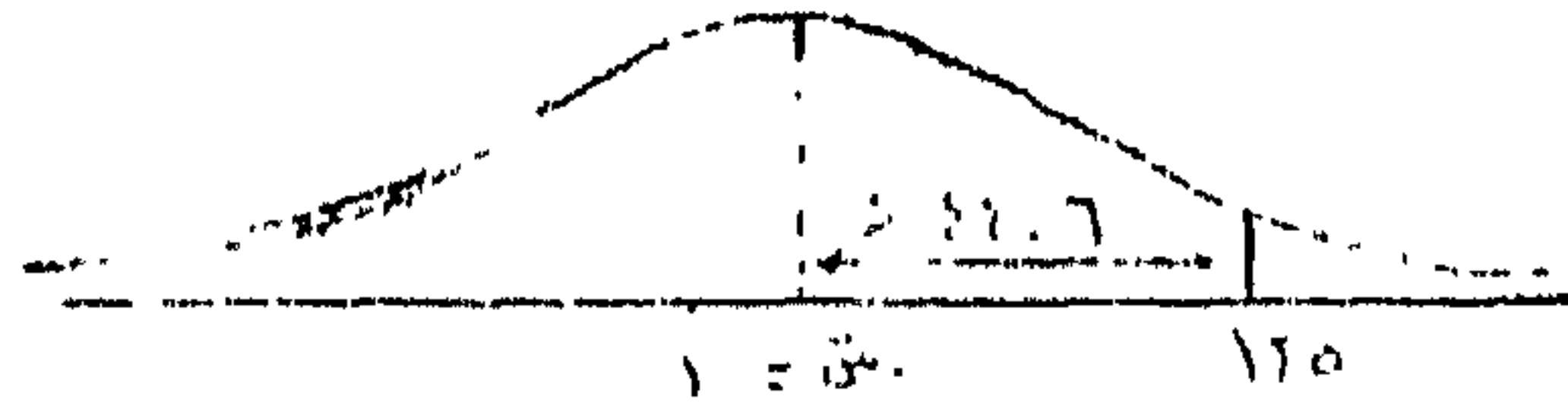
الخطوة الرابعة : يجمع المساحتين مما

أى أن المساحة المحصورة بين الدرجتين ٨٨ ، ١٢٠

$$= ٣٩,٤٤ + ٢٧,٣٤ = ٦٦,٧٨ \%$$

(٣) ما هى النسبة المئوية للحالات التى تتوقع أن تحصل على درجة أعلى من ١٢٥ ؟

النسبة المئوية المطلوب إيجادها مبينة بالشكل الآتى :

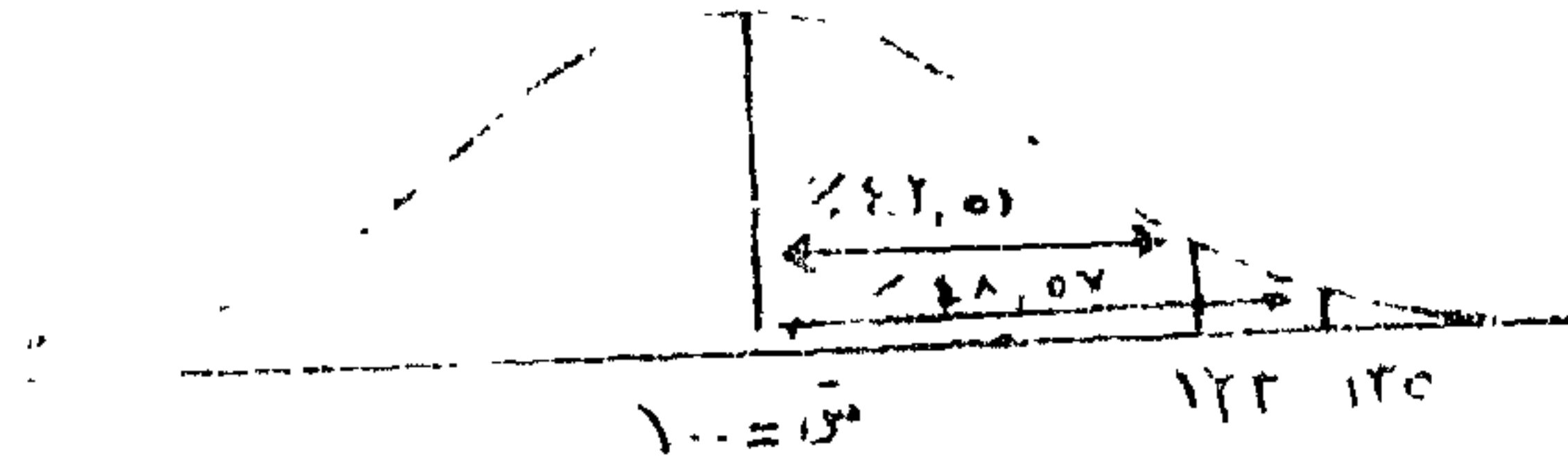


شكل رقم (٣٨)

وقد وجدنا عند إجابة السؤال الاول أن المساحة المحصورة بين المتوسط والدرجة ١٢٥ تساوى ٤٤,٠٦ من المساحة الكلية . ولكى يوجد الباحث النسبة المئوية للحالات التى تتوقع أن تحصل على درجة أعلى من ١٢٥ يجب أن يطرح هذه النسبة من ٥٠ (وهى المساحة تحت النصف الايمن للتوزيع) .

$$\text{أى أن النسبة المئوية المطلوبة } = ٥٠ - ٤٤,٠٦ = ٥,٩٤ \%$$

(٤) ما هى النسبة المئوية للحالات التى تقع بين الدرجتين ١٢٢ ، ١٣٥ ؟



شكل رقم (٣٩)

وهنا أيضاً لا يستطيع الباحث التوصل إلى الإجابة مباشرة بل يجب أن
يوجد المساحة المحصورة بين المتوسط وكل من الدرجتين ١٢٣ ، ١٣٥ ، ثم
يطرح المساحتين بهما من بعض ، ويكون الحل كالآتي :

الخطوة الأولى : يوجد الدرجة المعيارية المقابلة للدرجة ١٢٣

$$1,44 = \frac{23}{16} = \frac{100 - 123}{16} = D$$

الخطوة الثانية : يوجد الدرجة المعيارية المقابلة للدرجة ١٣٥

$$2,19 = \frac{35}{16} = \frac{100 - 135}{16} = D$$

الخطوة الثالثة : يوجد المساحتين المناظرتين لسكل من الدرجتين المعياريتين
بالرجوع إلى العمود الثاني في الجدول (ح) المبين بالملاحق :

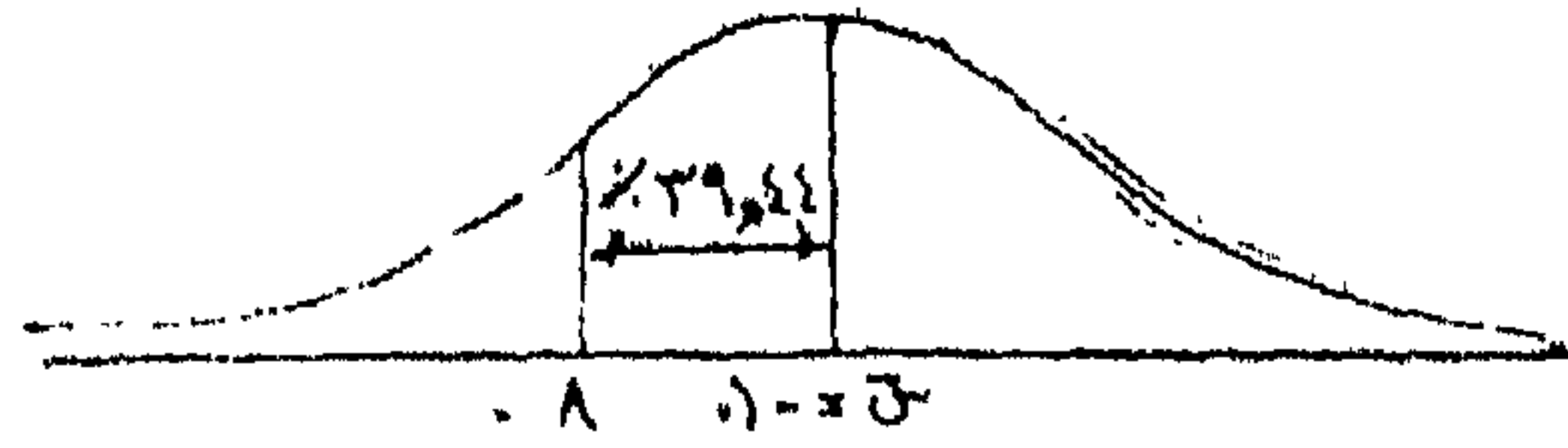
المساحة بين المتوسط والدرجة المعيارية ١,٤٤ = ٤٢,٥١ %

المساحة بين المتوسط والدرجة المعيارية ٢,١٩ = ٤٨,٥٧ %

الخطوة الرابعة : يطرح المساحتين بهما من بعض ليحصل على المساحة
المحصورة بين الدرجتين ١٢٣ ، ١٣٥ .

$$\text{أي أن المساحة} = ٤٨,٥٧ - ٤٢,٥١ = ٦,٠٦ \%$$

(٥) ما هو احتمال أن يحصل شخص اختير بطريقة عشوائية من المجتمع الأصل على درجة ٨٠ أو أكثر ؟



شكل رقم (٤٠)

ولإجابة هذا السؤال يجب أن يحول الباحث الدرجة ٨٠ إلى درجة معيارية .

$$١,٢٥ - = \frac{٢٠ -}{١٦} = \frac{١٠٠ - ٨٠}{١٦} = D$$

ثم يوجد المساحة المحصورة بين المتوسط والدرجة ١,٢٥ من العمود الثاني في الجدول (ح) فيجدها ٣٩,٤٤ % . ولإيجاد النسبة المئوية للحالات التي تفوق الدرجة — ١,٢٥ يجب أن يضيف ٥٠ % إلى المساحة السابقة .

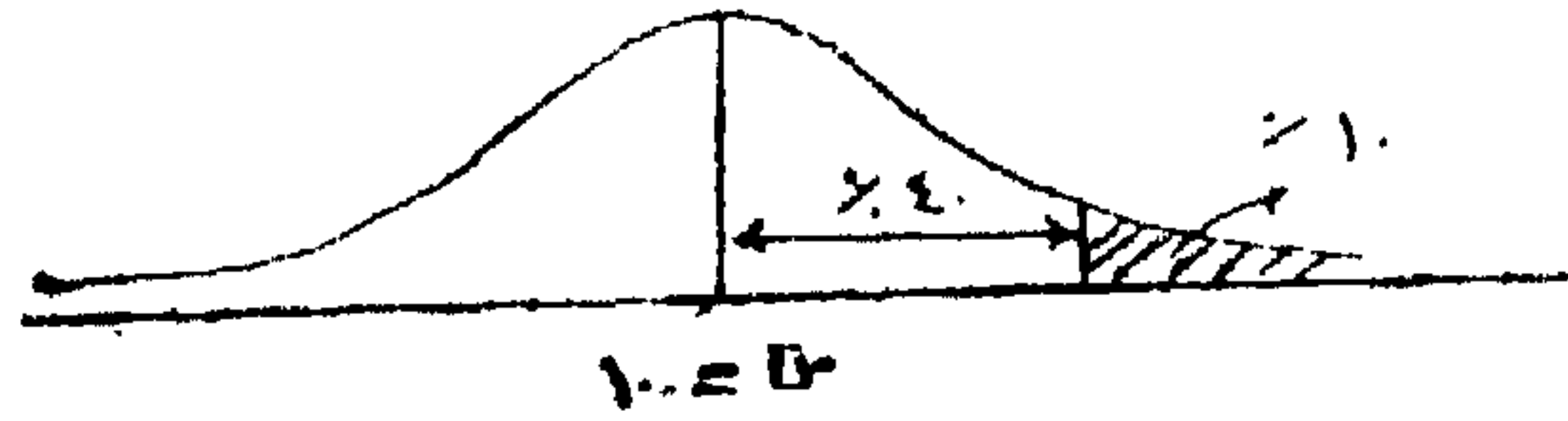
أى أن النسبة المئوية للمساحة المطلوبة = ٥٠ + ٣٩,٤٤ = ٨٩,٤٤ % .

وللتعبير عن هذه المساحة باستخدام الاحتمالات يجب أن يحول هذه النسبة المئوية إلى كسر عشري فتصبح ٨٩٤٤ , (أى حوالى ٠,٩٠) .

أى أن هناك احتمالاً كبيراً أن يحصل شخص اختير بطريقة عشوائية من المجتمع الأصل على درجة ٨٠ أو أكثر .

(٦) أراد باحث أن يختار المجموعة المرتفعة الذكاء من هذا المجتمع الأصل وهم الذين يمثلون ١٠ % العليا من الدرجات . ما هى الدرجة التي يجب أن يقبلها لتكون بمثابة حد فاصل يعتمد عليه فى اختيار هؤلاء الأشخاص .

هذه المسألة تعتبر عكس المسألة رقم (٥) السابقة. ففي المسألة السابقة حصلنا على النسبة المئوية للمساحة باستخدام درجة معينة. أما في هذه المسألة فإن النسبة المئوية معلومة لدينا ، والمطلوب تحديد الدرجة المقابلة لهذه النسبة . والمسألة موضحة بالشكل الآتي :



شكل رقم (٤١)

فالدرجة الخام المطلوبة تناظر الخط الذي يفصل النسبة ١.٠٪ عن بقية الزرع . وللحصول على هذه الدرجة يتبع الباحث عكس الخطوات الموضحة بالمسألة رقم (٥) .

الخطوة الأولى : إذا كان ١.٠٪ أعلى من الخط الفاصل ، فإن ٤.٠٪ (٥.٠٪ — ١.٠٪) تنحصر بين المتوسط وهذا الخط .

الخطوة الثانية : يرجع إلى العمود الثاني في الجدول (ح) المبين بملحق الجداول ، ويوجد الدرجة المعيارية المقابلة للكسر ٠,٤٠٠ (٤.٠٪) فنجد أن الدرجة $d = 1,29$ تناظر الكسر ٠,٣٩٩٧ وهي أقرب ما تكون إلى ٠,٤٠ .

الخطوة الثالثة : يحدد إشارة الدرجة المعيارية . فمن الشكل يتضح أن الخط الفاصل يقع على يمين المتوسط . ولذا فإن الدرجة المعيارية تكون موجبة وتساوي $+ 1,28$.

الخطوة الرابعة : يحول الدرجة المعيارية السابقة إلى درجة خام باستخدام

$$\frac{\bar{S} - S}{C} = D : \text{القانون}$$

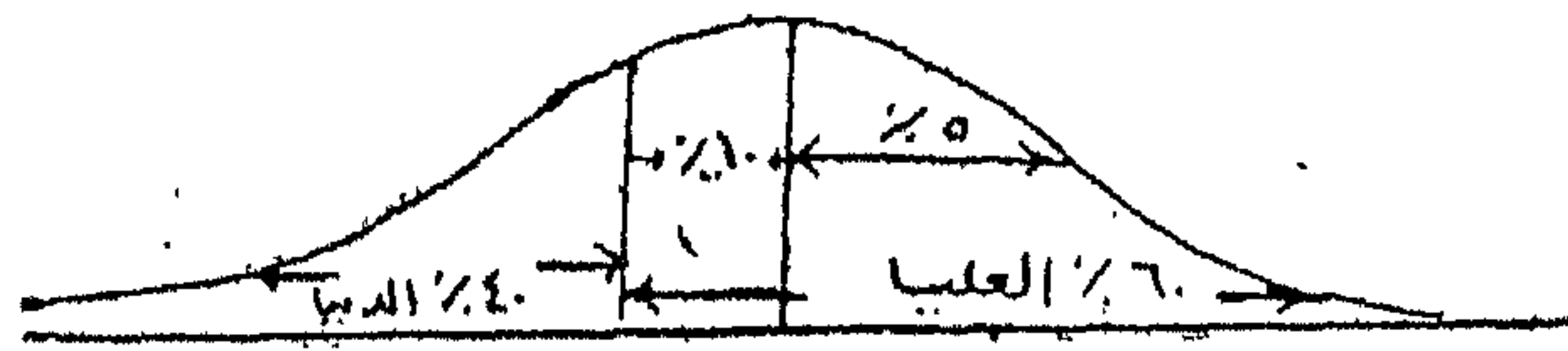
ويمكن كتابته على الصورة : $S = \bar{S} + DC$

$$\begin{aligned} \text{وبالتعويض نحصل على : } S &= \bar{S} + 1,28 \times 16 \\ &= 100 + 20,48 \\ &= 120,48 \end{aligned}$$

أى أن الشخص الذى يحصل على درجة ١٢٠,٤٨ أو أكثر في اختبار الذكاء يتم اختياره ضمن المجموعة المرتفعة الذكاء دون سواه .

٧ - ما هى الدرجة التى تفصل بين ٦٠٪ العليا ، ٤٠٪ الدنيا من أفراد المجتمع الأصل في الذكاء .

المعلوم في هذه المسألة هو النسبة المئوية والمطلوب إيجاد الدرجة . فهى تعتبر أيضا عكس المسألة رقم (٥) أى أننا نحتاج إلى إيجاد الدرجة الخام كما هو موضح بالشكل الآتى :



شكل (٤.٢)

ونلاحظ هنا أن النسبة التى سنكشف عنها في الجدول (ج) ليست واضحة، فاختيار أى من النسبتين ٤٠٪ أو ٦٠٪ دون معرفة أساس الاختيار يودى بالباحث إلى نتيجة خاطئة .

فالنسبة المئوية للمساحة المحصورة بين المتوسط والخط الفاصل هى ١٠٪ ، ولذلك يجب أن نكشف في الجدول عن هذه النسبة .

فبالرجوع إلى العمود الثاني من الجدول والبحث عن الدرجة المعيارية المقابلة للسكسر ٠,١٠٠٠ نجد أن الدرجة ٠,٢٥ تقابل السكسر ٠,٠٩٨٧ وهو أقرب ما يمكن إلى السكسر ٠,١٠٠٠

وبالنظر إلى الشكل التوضيحي نجد أن الدرجة الفاصلة المطلوبة تقع إلى يسار المتوسط ، أى أن هذه الدرجة المعيارية تكون سالبة وتساوى - ٠,٢٥ ، ثم نحول هذه الدرجة المعيارية إلى درجة خام باستخدام القانون :

$$س = \overline{س} + د ع$$

$$= ١٠٠ + (- ٠,٢٥) \times (١٦)$$

$$= ١٠٠ - ٤ = ٩٦$$

أى ، نتوقع أن الدرجة الخام التى تفصل بين ٦٠٪ العليا ، ٤٠٪ الدنيا من أفراد المجتمع الأصل فى الذكاء هى ٧٥ .

إيجاد المئينيات باستخدام المنحنى الاعتدالى :

أولا : إيجاد الرتبة المئينية المقابلة لدرجة خام معينة :

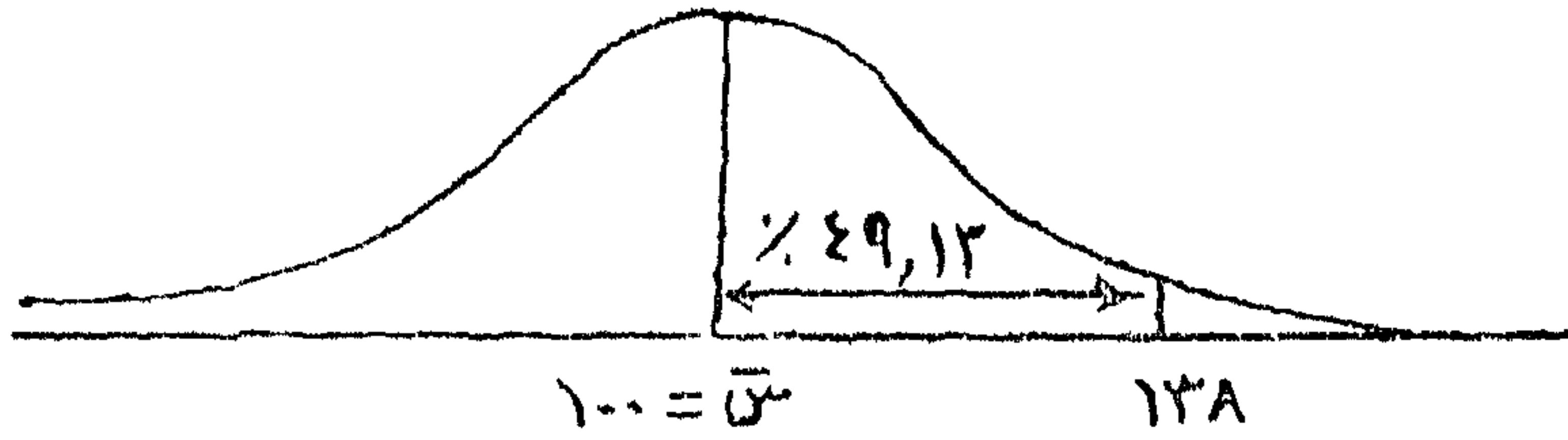
يمكن استخدام جدول مساحات المنحنى الاعتدالى (جدول ج) فى تحديد الرتب المئينية المقابلة للدرجات الخام للبيانات التى تتوزع توزيعا اعتداليا . ويجب على الباحث أن يراعى أن الرتب المئينية التى يحصل عليها باستخدام هذا الجدول لا تكون دقيقة ما لم يكن توزيع الدرجات الخام اعتداليا أو قريبا منه .

وقد عرفنا فى الفصل الخامس الرتبة المئينية المقابلة لدرجة معينة بأنها النسبة المئوية للحالات (أو النسبة المئوية للتكرار) التى تقع دون هذه الدرجة .

فإذا أردنا تحديد الرتبة المئينية للدرجة الخام ١٣٨ فى البيانات السابقة الخاصة باختبار الذكاء ، يجب أن نحول هذه الدرجة الخام إلى درجة معيارية وهى :

$$2,38 \approx \frac{38}{16} = \frac{100 - 138}{16} = 2$$

وبالرجوع إلى جدول (ج) نجد أن المساحة المحصورة بين المتوسط وهذه الدرجة $= 0,4913$ أى $49,13\%$ من مساحة النصف الأيمن للتوزيع الاعتدالي كما هو موضح بالشكل الآتي :



شكل (٤٣)

أى أن الدرجة 138 تفوق $49,13\%$ أى $0,4913$ أى تفوق $99,13\%$ من جميع الحالات في المجتمع الأصل .

وعلى هذا فإن الرتبة المئينية المقابلة للدرجة 138 هي 99 تقريباً .

ومن هذا نرى أننا قد حددنا الرتبة المئينية عن طريق إيجاد النسبة المئوية للتكرارات الواقعة دون هذه الدرجة .

ثانياً : إيجاد الدرجة الخام المقابلة لرتبة مئينية معينة :

إذا أردنا إيجاد الدرجة الخام المقابلة للرتبة المئينية 31 مشسلا في البيانات السابقة الخاصة باختبار الذكاء ، فإننا نبحث عن الدرجة التي تقع دونها 31% من الحالات . أى أن 19% من الحالات تقع بين الدرجة المطلوبة والمتوسط . وبالرجوع إلى الجدول (ج) نجد أن السكسر 1900 . يناظر الدرجة المعيارية 0,5 تقريباً .

أى أن الدرجة المطلوبة تقل عن المتوسط بقدر نصف انحراف معياري .

ويمكن تحويل الدرجة المعيارية 0,5 إلى درجة خام باستخدام القانون :

$$س = س + د ع$$

$$أى أن س = ١٠٠ + (- ٠.٠٥) \times ١٦$$

$$٩٢ = ١٠٠ - ٨ =$$

وهى الدرجة الخام التى تقابل الرتبة المئينية ٣١ .

مزايا وعيوب الرتب المئينية والدرجات المعيارية :

يجدر بنا هنا أن نوضح للباحث بعض مزايا وعيوب الرتب المئينية والدرجات المعيارية . فالرتب المئينية أكثر سهولة فى تفسيرها من الدرجات المعيارية . فعندما نحدد للطالب أو الفرد العادى مركزه النسبى فى مجموعته فى أداء معين فإنه لن يحتاج إلى مزيد من التفسير لأدائه بالنسبة لأقرانه ، ولكن يعاب على الرتب المئينية أنها من المستوى الرتبى . وبذلك لا يمكن إجراء العمليات الحسابية الأربع عليها ، وهذا لا يعتبر عيبا يؤثر على تفسير الرتب المئينية ، وإنما يجعل هذه الرتب غير صالحة للتحليل الإحصائى المتقدم ، ولكن الدرجات المعيارية تسمح بهذا التحليل مثل ضم الدرجات المعيارية فى مقياس مركب ، كما أشرنا إلى ذلك فى الفصل الخامس لأنها من المستوى الفترى ، كذلك تسمح لنا بالاستفادة من خصائص المنحنى الاعتدالى (إذا كان توزيع الدرجات الأصلية اعتداليا) ، وبالتالي نستطيع إيجاد المئينيات المناظرة للدرجات المعيارية كما قدمنا ، وبذلك تجعل التفسير أكثر سهولة ، لأنه يصعب على الطالب أو الفرد العادى تفسير الدرجات المعيارية .

ويعاب أيضا على الرتب المئينية أنها تتوزع توزيعا مستطيلا فى حين أن توزيع درجات الاختبارات النفسية والتربوية التى يهتم فيها بإبراز الفروق الفردية يقترب عادة من شكل المنحنى الاعتدالى ، ويرتب على ذلك أن الفروق الضئيلة بين الدرجات الخام بالقرب من مركز التوزيع تناظر رتبا مئينية كبيرة بينما الفروق الكبيرة بين الدرجات الخام عند طرفى التوزيع تناظرها فروق

صغيرة في هذه الرتب . ولذلك يجب على الباحث أن يدرك هذه العلاقات حتى يتيسر له التفسير الصحيح للرتب المشينة وبخاصة تلك التي تقترب من مركز التوزيع .

تحويل التوزيعات المختلفة إلى الصورة الاعتيادية :

أحيانا يود الباحث التأكد من أن توزيع البيانات التي حصل عليها يقترب من شكل التوزيع الاعتيادي حتى يستطيع الإفادة من خصائص هذا التوزيع كما رأينا في هذا الفصل . أى أنه يود أن يعرف ما هو تكرار كل فئة من فئات المتغير — الذى يفترض أنه من المستوى الفترى — عندما يصبح توزيع المتغير قريبا بقدر الإمكان من شكل المنحنى الاعتيادي . ولكنه بالطبع لا يستطيع التأكد من ذلك بدقة من مجرد التمثيل البياني لتوزيع المتغير . لذلك وجب عليه أن يستخدم طريقة أدق تمكنه من مقارنة تكرارات التوزيع الذى حصل عليه بالتكرارات الخاصة بالتوزيع الاعتيادي . إذ يمكن اعتبار أن المنحنى الاعتيادي لآى مجموعة من البيانات هو منحنى أفضل مطابقة لهذه البيانات . فنحن أفضل مطابقة يشتمل على نفس العدد من الحالات التى تشتمل عليها مجموعة البيانات الأصلية ، وتسمى هذه الطريقة « طريقة المساحة Area Method » .

ولتوضيح الخطوات التى يمكن أن يتبعها الباحث لإجراء مثل هذا التحويل باستخدام هذه الطريقة نعرض المثال الآتى :

نفترض أن الباحث حصل على البيانات الآتية الموضحة في جدول رقم (٢٢) من عينة تتكون من ١٥٠ طالبا ، ومتوسط توزيع البيانات = ٦٣,٩ ، وانحرافه المعياري = ١٢,٢ .

(٩)	(٨)	(٧)	(٦)	(٥)	(٤)	(٣)	(٢)	(١)
التكرارات المتوقعة مقرية	التكرارات المتوقعة ت	المساحة داخل الفئة	المساحة التي تحتل فئة من أسفل	د	ح	الحدود العليا للفئات	التكرارات الأصلية ت.	الفئات
١,٨	١,٧٨٥	٠,٠١١٩	٠,٩٩٤٠	٢,٥١	٣٠,٦	٩٤,٥	١	٩٤—٩٠
٤,١	٤,١٤٠	٠,٠٢٧٦	٠,٩٨٢١	٢,١٠	٢٥,٦	٨٩,٥	٣	٨٩—٨٥
٨,٢	٨,٢٢٠	٠,٠٥٤٨	٠,٩٥٤٥	١,٦٩	٢٠,٦	٨٤,٥	٨	٨٤—٨٠
١٣,٩	١٣,٨٧٥	٠,٩١٩	٠,٨٩٩٧	١,٢٨	١٥,٦	٧٩,٥	١٢	٧٩—٧٥
١٩,٦	١٩,٥٩٠	٠,١٣٠٦	٠,٨٠٧٨	٠,٨٧	١٠,٦	٧٤,٥	٢٨	٧٤—٧٠
٢٣,٦	٢٣,٥٩٥	٠,١٥٧٣	٠,٦٧٧٢	٠,٤٦	٥,٦	٦٩,٥	٣٦	٦٩—٦٥
٢٤,١	٢٤,٠٧٥	٠,١٦٠٥	٠,٥١٩٩	٠,٠٥	٠,٦	٦٤,٥	١٢	٦٤—٦٠
٢٠,٨	٢٠,٨٢٠	٠,١٣٨٨	٠,٢٥٩٤	٠,٣٦—	٤,٤—	٥٩,٥	١٨	٥٩—٥٥
١٥,٢	١٥,٢٤٠	٠,١٠١٦	٠,٢٢٠٦	٠,٧٧—	٩,٤—	٥٤,٥	١٠	٥٤—٥٠
٩,٥	٩,٤٦٥	٠,٠٦٣١	٠,١١٩٠	١,١٨—	١٤,٤—	٤٩,٥	٨	٤٩—٤٥
٥,٠	٤,٩٦٥	٠,٠٣٣١	٠,٠٥٥٩	١,٥٩٠	١٩,٤—	٤٤,٥	٨	٤٤—٤٠
٢,٢	٢,٢٢٠	٠,٠١٤٨	٠,٠٢٢٨	٢,٠٠—	٢٤,٤—	٣٩,٥	٥	٣٩—٣٥
١,٢	١,٢٠٠	٠,٠٠٨٠	٠,٠٠٨٠	٢,٤١—	٢٩,٤—	٣٤,٥	١	٣٤—٣٠
١٤٩,١		٠,٩٩٤٠					١٥٠ = ن	
							٦٣,٩ = س	
							١٢,٢ = ع	

جدول رقم (٢٢)

خطوات تحويل التوزيعات التكرارية الى الصورة الاعتدالية

ونلاحظ من هذا الجدول أن العمود الأول يشتمل على الفئات ، والعمود الثاني يشتمل على التكرارات الملاحظة التي رمزنا لها بالرمز (ت) . وبعد تحديد هذه الفئات والتكرارات الملاحظة يمكن للباحث أن يتابع الخطوات الآتية :

(أولاً) يحدد الحدود الحقيقية العليا لكل فئة في العمود الثالث .

(ثانياً) يحدد قيم (ح) أي الانحرافات قيم الحدود الحقيقية العليا للفئات عن متوسط التوزيع الأصلي وهو يساوي ٦٣,٩ . وتدون هذه الانحرافات في العمود الرابع .

ثالثاً : يحول قيم ح التي حصل عليها في العمود الرابع إلى درجات معيارية (د) وذلك بقسمتها على الانحراف المعياري ع وهو يساوي ١٢,٢ ، وتدون هذه الدرجات المعيارية في العمود الخامس .

رابعاً : يرجع إلى جدول مساحات المنحنى الاعتدالي المبينة بالجدول (ج) في ملحق الكتاب لتحديد نسبة المساحة تحت المنحنى الاعتدالي التي تقع إلى يسار هذه الدرجة أي تحدها من أسفل . فمثلاً المساحة التي تقع إلى يسار الدرجة المعيارية ٢,٥١ (الدرجة التي في أعلى العمود الخامس) تساوي ٠,٩٩٤٠ من المساحة الكلية تحت المنحنى الاعتدالي . وتدون هذه المساحات في العمود السادس .

خامساً : يحدد النسب المدونة في العمود السابع كالآتي :

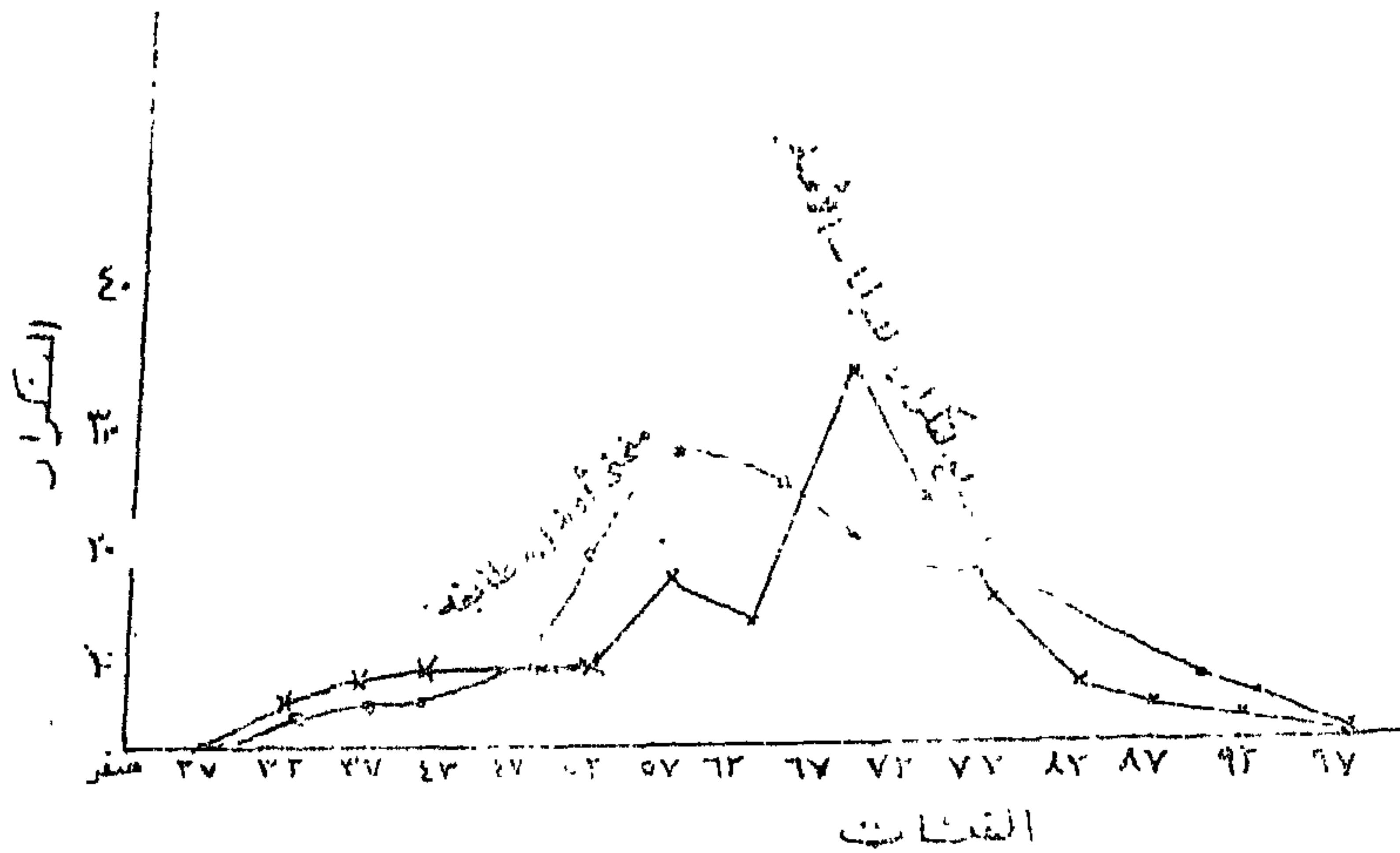
النسبة المدونة في أسفل العمود السابع وهي ٠,٠٠٨٠ هي نفسها النسبة المدونة في أسفل العمود السادس لأن كلا من المساحة التي تقع إلى يسار الفئة ٣٠ — ٣٤ والمساحة المحصورة بين حدى هذه الفئة تساوي المساحة التي تقع إلى يسار الحد الأعلى الحقيقي لهذه الفئة . ويمكن الحصول على المساحة المحصورة بين حدى الفئة ٣٥ — ٣٩ بطرح ٠,٠٠٨٠ (أي الجزء من المساحة المحصورة بين حدى الفئة ٣٠ — ٣٤) من ٠,٠٠٢٨ (أي الجزء من المساحة الذي يقع إلى يسار الحد الأعلى الحقيقي للفئة ٣٥ — ٣٩) فيكون الناتج ٠,٠١٤٨ . وبالمثل للفئة ٤٠ — ٤٤ نطرح ٠,٠٢٢٨ من ٠,٠٥٥٩ ، ويمكننا في بقية الفئات .

ومجموع قيم هذا العمود تساوي الواحد الصحيح تقريباً . إذ ربما يكون هذا المجموع أقل قليلاً من الواحد الصحيح لأنه توجد دائماً حالات تقع بالقرب من طرفي التوزيع الاعتدالي لا تؤخذ في الاعتبار أثناء إجراء هذه الخطوة .

سادساً : يحصل على القيم المدونة في العمود الثامن والتي رمزنا لها بالرمز (ت م) (أي التكرارات المتوقعة) بأن يضرب كل نسبة من نسب المساحات المدونة في العمود السابع في عدد الحالات أي ١٥٠ ، ويلاحظ أن مجموع هذا العمود ربما يقل قليلاً عن ١٥٠ .

سابعاً : يقرب هذه التكرارات المتوقعة (ت م) إلى أقرب رقم عشري
 ثامناً : يرسم مضلعاً تكرارياً للبيانات الأصلية ، وكذلك منحنياً تكرارياً
 مهنداً للبيانات التي حصل عليها نتيجة لهذه الخطوات السبع بالطرق التي عرضنا لها
 في الفصل الأول من هذا الكتاب . فيمثل الفئات على المحور الأفقي والتكرارات
 على المحور الرأسى ، ثم يعين النقط التي تناظر التكرارات الملاحظة لكل فئة ،
 ويصل بينها بخطوط مستقيمة ليحصل على المضلع التكرارى للبيانات الأصلية .
 ثم يعين النقط التي تناظر التكرارات المتوقعة لكل فئة ، والتي حصل عليها في
 العمود التاسع ، ويصل بينها بخط منحنى ممد بقدر الإمكان فيحصل بذلك على
 المنحنى التكرارى للبيانات بعد إجراء عملية التحويل .

وفي الشكل رقم (٤٣) يكون منحنى أفضل مطابقة قد فرض على المضلع
 التكرارى للبيانات الأصلية .



شكل رقم (٤٣)

المضلع التكرارى والمنحنى التكرارى بعد تحوله

وسوف نعرض في الجزء الثاني من الكتاب ، وهو الذى يختصر بالاساليب الاستدلالية في تحليل البيانات — مقياسا إحصائيا يسمى χ^2 Chi-Square ، وأحد استخداماته هو قياس حسن مطابقة التوزيع الذى حصل عليه الباحث للتوزيع الاعتدالى ، ويعتمد حساب قيمة χ^2 على كل من التكرارات الأصلية والتكرارات التجريبية .

وهنا ربما يتساءل الباحث عن الفائدة المرجوة والمبرر الحقيقى لإجراء مثل هذا التحويل إلى الصورة الاعتدالية الذى يتطلب كثيراً من الجهد والوقت . وفى الحقيقة أنه ربما يجهل الباحث أن التوزيع الأصيل لسمة أو الخاصية معينة الذى يحصل عليه من عينة ما لا يتخذ شكل المنحنى الاعتدالى ، بينما يكون توزيع هذه السمة أو الخاصية فى المجتمع الأصيل اعتدالياً . فإذا استطاع الباحث التأكد من ذلك ، عندئذ ربما يجهل أن من المفيد أن يحول توزيع البيانات التى استمدها من العينة إلى صورة التوزيع الاعتدالى ، وبذلك يحصل على توزيع أكثر تمهيداً من التوزيع الأصيل وتقل فيه أخطاء العينة . كما أن هذا التحويل يفيد فى تقنين الاختبارات النسبية والتربوية وفى تحليل الارتباط بين متغيرين .

كيف يختار الباحث التحويل المناسب لبيانات بحثه :

كما سبق يتضح أن المنحنى الاعتدالى يعتبر من المنحنيات الهامة التى يمكن أن يستعين بها الباحث فى حل كثير من المشكلات التى يقابلها عند تحليل البيانات التى يشتمل على توزيعات للدرجات أو النسب المئوية .

ولكننا نود أن نؤكد أنه بالرغم من تعدد هذه المشكلات التى عرضنا لبعضها فى هذا الفصل إلا أنه يمكن تفسير حلها إذا وضح فى ذهن الباحث أنها جميعاً تعتمد على تحويل نوع معين من الوحدات إلى نوع آخر ، وعلى وجه التحديد فإن هذه الوحدات هى : الدرجة الخام ، الدرجة المعيارية ، النسبة المئوية للتكرار ، والتكرار الخام .

ويمكن توضيح ذلك بالشكل التخطيطى الآتى :

درجة خام درجة معيارية نسبة مئوية للتكرار تكرار خام

$$س \longleftrightarrow د \longleftrightarrow ت \text{ \text{ \% } } \longleftrightarrow ت$$

$$\frac{س - \bar{س}}{ع} = د \longleftrightarrow \text{جدول (ج) بالمحقق} \longleftrightarrow \frac{ت \text{ \% } \times ن}{١٠٠}$$

$$س = \bar{س} + د \longleftrightarrow \text{جدول (ج) بالمحقق} \longleftrightarrow ت \text{ \% } = \frac{ت}{ن} \times ١٠٠$$

فالصف الأول في هذا الشكل يلخص هذه المشكلات في أن كل مشكلة منها تتطلب التحويل من وحدة إلى أخرى ، ونلاحظ أن الأسهم في هذا الصف موجهة في اتجاهين متقابلين مما يدل على أنه يمكن تحويل أى من الوحدات إلى الأخرى .
ولسكن في جميع الأحوال يجب مراعاة اتباع الخطوات المبينة بالصف الثاني أو الثالث .

فلسكى يحصل الباحث على النسبة المئوية للتكرار من الدرجة الخام يجب أن يحول الدرجة الخام إلى درجة معيارية ، ثم يحول الدرجة المعيارية إلى نسبة مئوية للتكرار .
ولسكى يحصل على الدرجة الخام من النسبة المئوية للتكرار يجب أن يحول النسبة المئوية للتكرار إلى درجة معيارية ثم يحول الدرجة المعيارية إلى درجة خام .

أما الصفان الثاني والثالث في الشكل التخطيطى فهم — أ — يوضحان للباحث الخطوات التى يجب أن يتبعها عند إجراء هذه التحويلات .

فإذا كان المطلوب تحويل درجة خام إلى نسبة مئوية للتكرار (أو تكرار خام) تزيد أو تقل عن درجة معينة ، مثال ذلك : ما هى النسبة المئوية للحوالات التى تزيد درجاتها عن ١٢٠ في اختبار لانداء ؟ فيجب أن ينتقل من اثنين إلى اليسار في الصف الأول ، ويمر بالخطوات المبينة في الصف الثاني .

أما إذا كان المطلوب تحويل النسبة المئوية لتكرار ما أو تكرار خام إلى درجة معيارية أو درجة خام ، مثال ذلك : ما هي الدرجة التي تحصل على أعلى منها النسبة ١٠ ٪ العليا من الطلاب في توزيع درجات اختبار الذكاء ؟

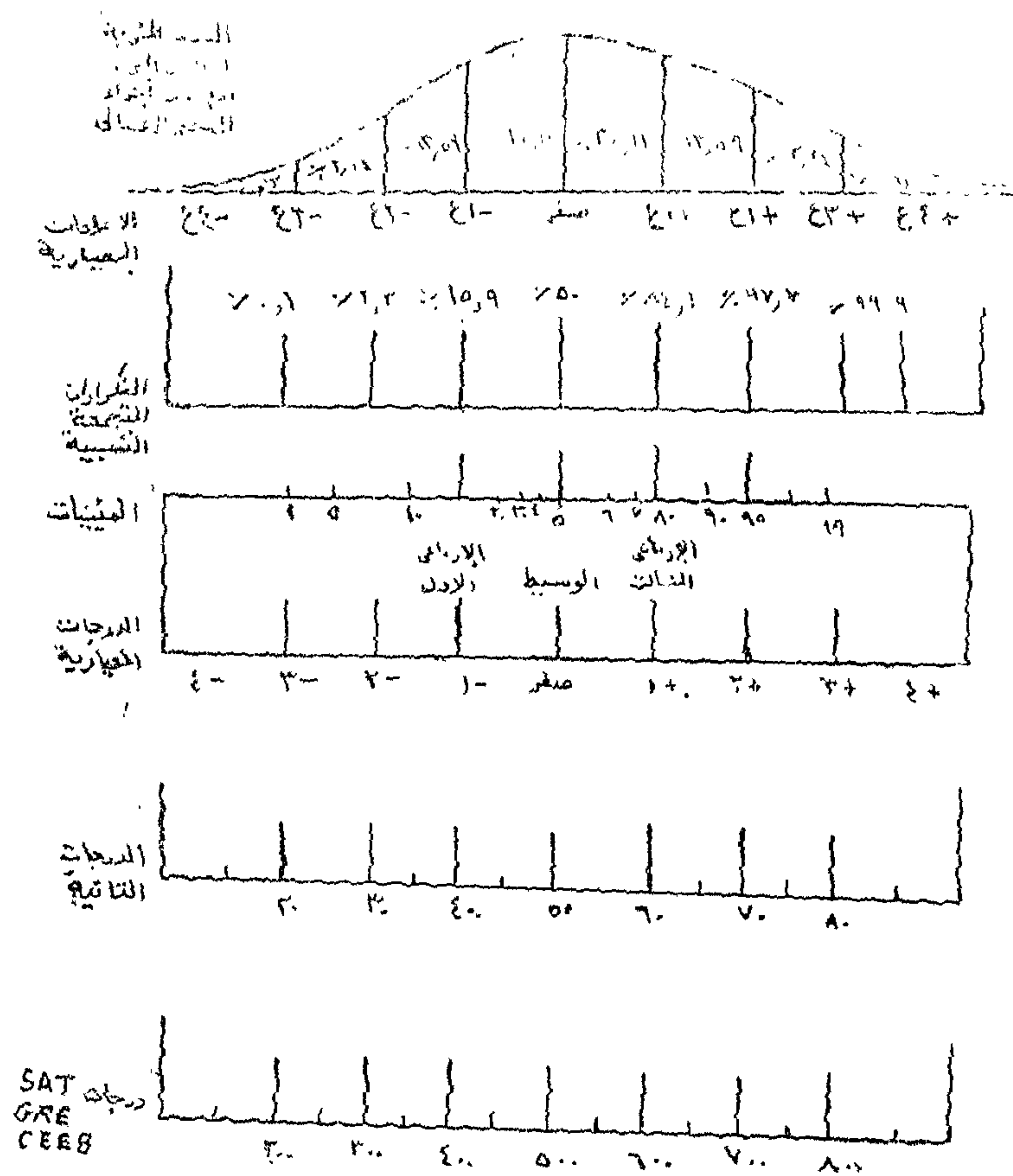
فيجب في هذه الحالة أن ينتقل من اليسار إلى اليمين في الصف الأول ، ويمر بالخطوات المبينة في الصف الثالث .

وباختصار فإن الاسئلة التي يود الباحث الإجابة عليها باستخدام خواص المنحنى الاعتيادي وإن بدت متعددة ومختلفة إلا أنها في الحقيقة متشابهة . والسبب في أنها تبدو متعددة ومختلفة أنه يمكن صياغتها بطرق مختلفة . ولذلك فإننا ننصح الباحث أن يوضح المعلومات المعطاة في المشكلة أو السؤال الذي يود الإجابة عليه بالرسم — كما فعلنا في الأمثلة السابقة — حتى يستطيع البدء في حل المشكلة أو إجابة السؤال المطروح .

كما يجب على الباحث أن يلاحظ أن هذه العلاقات تنطبق فقط على الدرجات التي تتخذ شكل التوزيع الاعتيادي .

ونكرر القول بأن تحويل الدرجات الخام إلى درجات معيارية لا يغير مطلقاً من شكل التوزيع الأصلي وإنما يجعل فقط قيمة المتوسط تساوي الصفر ، وقيمة والانحراف المعياري الواحد الصحيح .

والشكل رقم (٤٤) يوضح العلاقات القائمة بين الانحرافات المعيارية ، والتكرارات المتجمعة النسبية ، والمئينيات ، والدرجات المعيارية ، والدرجات التائية ودرجات SAT ، GRE ، CEEB :



شکل رقم (۴۴).

العلاقات بين الانحرافات المعيارية
وال تكرارات المتجمعة النسبية ، والمئينيات ، والدرجات
المعيارية (د) ، والدرجات الثائية (ت) ، ودرجات
CEEB , GRE , SAT

تمارين على الفصل السادس

١ - أوجد المساحة تحت المنحنى الاعتدالى المحصورة بين المتوسط والدرجات المعيارية الآتية :

$$(أ) - ٢,٠٥$$

$$(ب) - ١,٩٠$$

$$(ج) - ٠,٢٥$$

$$(د) + ٠,٤٠$$

$$(هـ) + ١,٦٥$$

$$(و) + ١,٩٦$$

$$(ز) + ٢,٣٣$$

$$(م) + ٢,٥٨$$

$$(ن) + ٣,٠٨$$

٢ - إذا كان توزيع اعتدالى متوسطه ٥٠ ، وانحرافه المعيارى ١٠ ، وعدد الحالات التى استمد منها هذا التوزيع ١٠٠٠ حالة . أوجد :

(أ) المساحة وعدد الحالات المحصورة بين المتوسط وكل من الدرجات الآتية :

$$٦٠ ، ٧٠ ، ٤٥ ، ٢٥ .$$

(ب) المساحة وعدد الحالات التى تفوق الدرجات الآتية :

$$٦٠ ، ٧٠ ، ٤٥ ، ٢٥ ، ٥٠ .$$

(ج) المساحة وعدد حالات المحصورة بين كل من الدرجتين الآتيتين :

٠٧٠ ، ٦٠

٠٦٠ ، ٢٥

٠٧٠ ، ٤٥

٠٤٥ ، ٢٥

٣ — إذا كان توزيع اعتدالي متوسطه $\mu = ٠$ انحرافه المعياري $\sigma = ١٠٠$ وعدد الحالات التي استمد منها هذا التوزيع $n = ٢٠٠$. أوجد ارتفاع المنحنى عند النقطة التي إحداثياتها السيني :

٠٢٥ ، ٣٥ ، ٤٩ ، ٥٧ ، ٦٣

٤ — أوجد المساحة تحت المنحنى الاعتدالي :

(أ) المحصورة بين المتوسط والدرجة المعيارية $d = ١,٤٩$.

(ب) المحصورة بين المتوسط والدرجة المعيارية $d = ١,٢٦$.

(ج) إلى يمين الدرجة المعيارية $d = ٠,٢٥$.

(د) إلى يسار الدرجة المعيارية $d = ١,٢٦$.

(هـ) المحصورة بين $d = ٠,٥٠ +$ و $d = ٠,٥٠ -$.

(و) المحصورة بين $d = ٠,٧٥$ و $d = ١,٥٠$.

(ز) المحصورة بين $d = ١,٠٠$ و $d = ١,٩٦$.

(م) المحصورة بين $d = ١,٠٠$ و $d = ١,٠١$.

٥ — أوجد الدرجة المعيارية (د) بحيث تكون المساحة :

(أ) إلى يمين هذه الدرجة $d = ٠,٢٥$

(ب) إلى يسار هذه الدرجة $d = ٠,٩٠$

(ج) المحصورة بين المتوسط وهذه الدرجة $d = ٠,٤٠$

(د) المحصورة بين $d = ٠,٨٠$ و $d = ٠$

٩ - إذا افترضنا أن ظاهرة الذكاء تتوزع توزيعاً اعتدالياً في المجتمع
الأصل الذي متوسطه ١٠٠ وانحرافه المعياري ١٥ . وجد النسبة المئوية لعدد
الأفراد في هذا المجتمع الذين :

- (أ) یزید ذکاؤم عن ۱۳۵ -

- (ب) یزید ذکاؤم عن ۱۲۰ .

- (ج) یقل دكؤهم عن ۹۰ .

- (د) ینحصر ذکاؤم بین ۷۵ ، ۱۲۵ .

٧ - إذا كانت درجات اختبار تحصيلي معين تتوزع توزيعاً اعتدالياً متوسلاً = ٥٠، وانحرافه المعياري = ١٠ وإذا استخدم في تقرير نتائج هذا الاعتبار نظام التقديرات ممتاز ، جيد جداً ، جيد ، مقبول ، راسب بحيث تكون نسب الطلاب الذين يحصلون على كل تقدير منها هي ١٠ ، ٢٠ ، ٤٠ ، ٠ ، ٢٠ ، ١٠ ، ٠ ، ٠ . على الترتيب . أوجد فئة درجة كل تقدير منها ، أي الحدود التي تنحصر بينها درجة كل تقدير .

٨ — البيانات الآتية تمثل درجات مجموعتين عمريتين مختلفتين في اختبار ما :

مجموعه تبليغ أعمارها ١٤ عاما	مجموعه تبليغ أعمارها ١١ عاما
٥٠	٤٨ (المتوسط)
١٢	٨ (الانحراف المعياري)
٨٠٠	٤٠٠ (عدد الأفراد)

فالخطوة الأولى : يبوب درجات كل من المتغيرين في جدول توزيع تكرارى مزدوج . وهذا يتطلب منه أن يقرر عدد فئات كل من المتغيرين . فإذا اختار الفئات الخمس الآتية لسكل من المتغيرين :

٢٥ — ٢٩ ، ٣٠ — ٣٤ ، ٣٥ — ٣٩ ، ٤٠ — ٤٤ ، ٤٥ — ٤٩ فإنه سوف يحصل على الجدول التكرارى المزدوج الآتى (رقم ٢٨) :

س

٢٥ — ٢٩	٣٠ — ٣٤	٣٥ — ٣٩	٤٠ — ٤٤	٤٥ — ٤٩	
					٢٥ — ٢٩
					٣٠ — ٣٤
					٣٥ — ٣٩ ص
					٤٠ — ٤٤
					٤٥ — ٤٩

جدول رقم (٢٨)

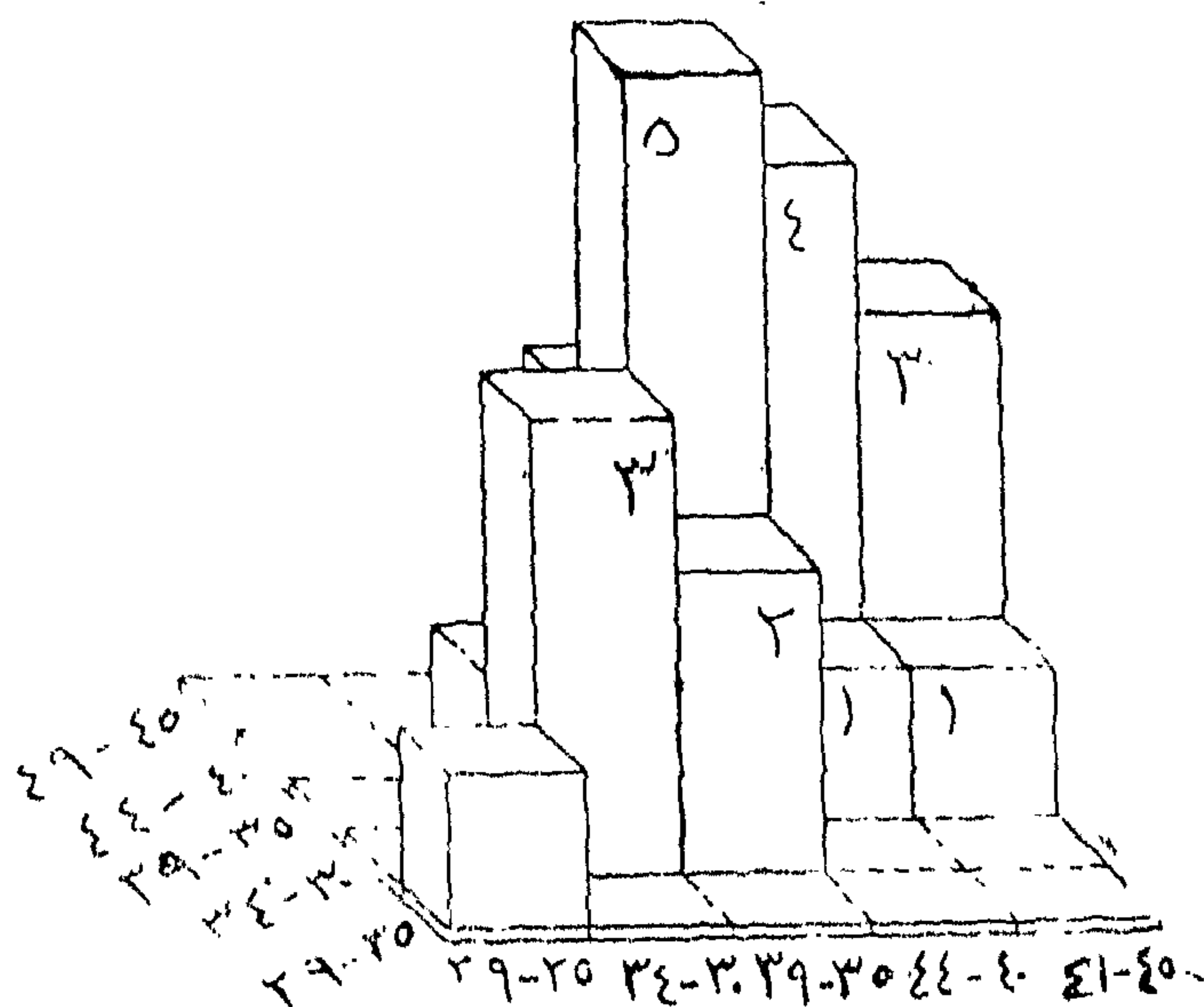
والخطوة الثانية : يضع علامات تناظر تسكرار كل من المتغيرين . فمثلا س = ٣٧ ، ص = ٤٢ تقع في الخلية الناتجة من تقاطع الصف الرابع والعمود الثالث ، س = ٣٢ ، ص = ٣٤ تقع في الخلية الناتجة من تقاطع الصف الثانى والعمود الثانى وهكذا . وبعد تعيين الخلية التى يقع فيها كل زوج مرتب (س ، ص) يوجد عدد الحالات التى تقع فى كل خلية كالآتى :

س

٢٩ — ٢٥	٣٤ — ٣٠	٣٩ — ٣٥	٤٤ — ٤٠	٤٩ — ٤٥
١	٣	٢	١	١
٣٩ — ٣٥	٣٤ — ٣٠	٢٩ — ٢٥	٢٤ — ٢٠	١٩ — ١٥
٣	١	٥	١	١
٤٤ — ٤٠	٣٩ — ٣٥	٣٤ — ٣٠	٢٩ — ٢٥	٢٤ — ٢٠
٤	٢	١	١	١
٤٩ — ٤٥	٤٤ — ٤٠	٣٩ — ٣٥	٣٤ — ٣٠	٢٩ — ٢٥
١	١	١	١	١

جدول رقم (٢٩)
جدول توزيع تكرارى مزدوج

ويمكن تمثيل هذا الجدول المزدوج بيانياً بمدرج تكرارى ثلاثى البعد كما هو
مبين بشكل رقم (٤٦) الآتى :



شكل رقم (٤٦)

مدرج تكرارى ثلاثى البعد يمثل جدول التوزيع التكرارى
المزدوج المبين بجدول رقم (٢٩)

فإذا افترضنا أن توزيع درجات كل من المجموعتين كان اعتدالياً .

(أ) ما هو تقديرك لعدد أفراد المجموعة التي تبلغ من العمر ١١ عاماً الذين يفوق أداؤهم متوسط أداء أفراد المجموعة التي تبلغ من العمر ١٤ عاماً .

(ب) ما هو تقديرك لعدد أفراد المجموعة التي تبلغ من العمر ١٤ عاماً الذين يقل أداؤهم عن متوسط أداء أفراد المجموعة التي تبلغ من العمر ١١ عاماً .

٩ — فيما يلي درجات طالب في ثلاثة اختبارات ، والمتوسط والانحراف المعياري لكل اختبار منها حيث طبق على عينة مكونة من ٣٠٠٠ طالب .

الاختبار	المتوسط	الانحراف المعياري	درجة الطالب
الحساب	٤٧,٢	٤,٨	٥٣
فهم المقروء	٦٤,٦	٨,٣	٧١
الجغرافيا	٧٥,٤	١١,٧	٧٢

(أ) حول درجة الطالب في كل اختبار منها إلى درجة معيارية .

(ب) في أي اختبار من الاختبارات الثلاثة يعتبر أداء الطالب أفضل ؟ وفي أيها كان أداؤه أقل ؟

(ج) كم طالبا يقل أداؤهم عن أداء هذا الطالب في كل اختبار من الاختبارات الثلاثة ؟

(د) ما هو الفرض الذي يجب توافره كي تتمكن من إجابة السؤال (ج) ؟

١٠ — فيما يلي المتوسط والانحراف المعياري لدرجات اختبار في الاستعداد الرياضي لعينة من الطلاب وأخرى من الطالبات .

(١٧ — التحليل)

طالبات	طلبة
٦٠	س ٦٤
١٠	ع ٨

(أ) ما هي الرتبة المشيئة لطالب حصل على الدرجة ٦٢ في الاختبار بالنسبة لكل من معايير الطلبة ومعايير الطالبات .

(ب) ما هي الرتبة المشيئة لطلبة حصلت على الدرجة ٧٣ في الاختبار بالنسبة لمعايير الطالبات ؟ وما هي رتبتهما المشيئة بالنسبة لمعايير الطلبة ؟

١١ - في توزيع اعتدالي متوسطه $\bar{x} = ٧٢$ وانحرافه المعياري $\sigma = ١٢$ أوجد الدرجة التي تقابل :

- (أ) المشيئي ٣٠ .
- (ب) الإرباعي الأول .
- (ج) الوسيط .
- (د) المشيئي ٧٥ .
- (هـ) الإعشاري التاسع .
- (و) المشيئي ٩٠ .

١٢ - في توزيع اعتدالي متوسطه $\bar{x} = ٦٠$ وانحرافه المعياري $\sigma = ١٠$ أوجد :

- (أ) النسبة المئوية للحالات التي تفوق الدرجة ٨٠ .
- (ب) النسبة المئوية للحالات التي تقل عن الدرجة ٦٦ .
- (ج) الدرجتين اللتين تقع بينهما $\pm ٥٠\%$ الوسطى من الحالات .
- (د) الدرجتين اللتين تقع بينهما $\pm ٥\%$ المتطرفة من الحالات .

(هـ) الدرجتين اللتين تقع بينهما ١٪ المتطرفة من الحالات .

١٣ - أجب على السؤالين رقمي ١١ ، ١٢ عندما يكون التوزيع الاعتدالي :

(أ) متوسطه = ٨٢ وانحرافه المعياري = ٨ .

(ب) متوسطه = ٧٢ وانحرافه المعياري = ٤ .

(ج) متوسطه = ٧٢ وانحرافه المعياري = ٢ .

١٤ - باستخدام البيانات الآتية بين ما إذا كان أداء الطالب (أ) في الاختبار الأول أفضل من أدائه في الاختبار الثاني أم أقل بالنسبة لمجموعة من الطلاب ؟ وفي أي من الاختبارين كان أداء الطالب ب أفضل ؟

الطالب	الاختبار الأول	الاختبار الثاني
أ	١٨	٢٠
ب	١٧	٢٢
ج	١٧	٢٢
د	١٦	٢١
هـ	١٢	٣١

١٥ - هل جميع مجموعات الدرجات المعيارية (د) تتوزع توزيعاً اعتدالياً ؟ ولماذا ؟

١٦ - هل يرجد أكثر من توزيع اعتدالي واحد ؟ وضح بالرسم .

١٧ - إذا علمت أن الرتبة المئينية لطالب ما في أحد الاختبارات هي ٩١ . أوجد الدرجة المعيارية المقابلة لهذه الرتبة إذا علمت أن درجات الاختبار تتوزع توزيعاً اعتدالياً .

١٨ - إذا افترضنا أن باحثاً قد حصل على الدرجات المعيارية لكل طالب في مجموعه معينة تتخذ شكل التوزيع الاعتدالي ، وأراد أن يختار أى طالب تقع درجته ضمن ٥ / العلىا للتوزيع . ماهى الدرجة المعيارية التى يتم على أساسها اختيار مثل هذا الطالب ؟

١٩ - إذا كان لديك عينة كبيرة . أى التوزيعات الآتية تتوقع أن يقترب من شكل التوزيع الاعتدالي :

- (أ) أوزان جميع الرجال في مصر بالكيلوجرامات .
 - (ب) دخول شباب مصر الذين يبلغون من العمر ٤٠ عاماً .
 - (ج) ارتفاعات الأشجار المعمرة في إحدى الغابات .
 - (د) درجات اختبار في الاستعداد الموسيقى .
 - (هـ) نسب الذكاء الطلاب المسجلين لدرجة الدكتوراه .
 - (و) متوسطات عدد لانهائى من العينات التى حجم كل منها ٢٠ فرداً اختيرت كل منها بطريقة عشوائية من عينة كبيرة جداً .
- ٢٠ - فيما يلى الدرجات التى حصل عليها أفراد عينة تتكون من ١٢٠ طالباً في أحد الاختبارات :

٢	٢٧ — ٢٩
١٤	٣٠ — ٣٢
١٨	٣٣ — ٣٥
١٠	٣٦ — ٣٨
١٤	٣٩ — ٤١
١٤	٤٢ — ٤٤
١٦	٤٥ — ٤٧
١٨	٤٨ — ٥٠
١٠	٥١ — ٥٣
٨	٥٤ — ٥٦
٤	٥٧ — ٥٩
٢	٦٠ — ٦٢
ن = ١٢٠	

(أ) أوجد المتوسط والانحراف المعياري لتوزيع هذه الدرجات .

(ب) إذا افترضنا أن توزيع الدرجات في المجتمع الأصل كان اعتداليا ،
ما هي نسبة عدد الطلاب الذين تتوقع أن تنحصر درجاتهم بين المتوسط والدرجات
الآنية في عينات بمائلة : ٦٠ ، ٣٨ ، ٢٨ ؟

(ج) أوجد النسبة المئوية وعدد الطلاب الذين نتوقع أن تنحصر درجاتهم
بين أزواج الدرجات :

٣٥ ، ٤٥ .

٥٥ ، ٥٠

٥٦ ، ٦٠ .

(د) ما عدد الطلاب الذى تتوقع أن تفوق درجاتهم الدرجة ٥٠ ؟ وما عدد الطلاب الذين تتوقع أن تقل درجاتهم عن الدرجة ٣٥ ؟

٢١ - حول توزيع الدرجات المبين بالسؤال رقم ٢٠ إلى توزيع اعتدالى . وارسم منحنى أفضل مطابقة لهذه البيانات . ارسم أيضا فى نفس الشكل المضلع التكرارى لتوزيع الدرجات الأصلية .

الباب الثاني

تحليل البيانات ذات المتغيرين

الفصل السابع

مقاييس العلاقة إذا كان كل من المتغيرين من المستوى الفترى أو النسبي

مفهوم معامل الارتباط

معامل ارتباط بيرسون

فروض معامل ارتباط بيرسون

طرق حساب معامل ارتباط بيرسون

تصحيح معامل الارتباط من أخطاء تجميع البيانات

العوامل التي تؤثر في معامل ارتباط بيرسون

تفسير معامل ارتباط بيرسون

العلاقة والعلية

مقدمة :

عرضنا في الفصول الستة السابقة طرق تحليل البيانات ذات المتغير الواحد . وقد ناقشنا الخواص الأساسية للمتغير الواحد ، كما ناقشنا بعض الأساليب التي يمكن استخدامها لفحص توزيع المتغير موضع البحث بالنسبة لعينة ما .

ولكن الباحث النفسى والتربوى كثيراً ما يواجه مواقف بحثية تتطلب دراسة متغيرين معاً . فمثلاً ربما يود الباحث دراسة العلاقة بين نسب ذكاء الطلاب ودرجات تحصيلهم فى المواد الدراسية المختلفة كما تقاس باختبارات تحصيلية معينة . أو ربما يود دراسة العلاقة بين عدد سنوات التعليم ومستوى الدخل لمجموعة من الذكور البالغين . ففى كل من المثالين يود الباحث تحديد ما إذا كانت هناك علاقة بين المتغيرين أم لا ، وما درجة هذه العلاقة للاستفادة بها فى التطبيقات التربوية .

وفى كل من الحالتين يحتاج الباحث إلى جمع الملاحظات (درجات) عن كل فرد فى عينة بحثه فى كل من المتغيرين ، أى أن البيانات التى تحتاج إلى معالجة فى هذه الحالة تشتمل على أزواج من قيم الملاحظات أو للدرجات أو القياسات ، بمعنى أنه يكون لدى الباحث زوج من الملاحظات أو القياسات لكل فرد فى المجموعة . وتسمى مثل هذه البيانات بيانات ذات متغيرين Bivariate Data . والخاصية المميزة لهذا النوع من البيانات هو أننا نزاوج بين قيمة ملاحظة أو درجة معينة بقيمة ملاحظة أو درجة معينة أخرى لكل فرد فى المجموعة ، وتكون وحدة التحليل هنا Unit of Analysis هى الفرد ، ولكن يمكن أن تتم المزاوجة على أساس أى وحدة تحليل أخرى .

فمثلاً إذا أراد الباحث إيجاد العلاقة بين عدد تلاميذ المدارس المختلفة فى مدينة معينة وعدد المدرسين فى هذه المدارس ، فإن المدرسة تكون هى وحدة التحليل .

وبالطبع يجب أن يحصل الباحث على أكثر من زوج واحد من الملاحظات

حتى يتمكن من دراسة العلاقة بين المتغيرين . وتحليل البيانات ذات المتغيرين
أى التى تشتمل على أزواج الملاحظات أو القياسات له جانبان مرتبطان ارتباطا
وثيقا هما الارتباط *Correlation* والتنبؤ *Prediction* . فإذا كان الباحث مهتما
بمشكلة وصف درجة أو مقدار العلاقة بين المتغيرين أى مقدار التباين المتلازم
أو المصاحب *Concomittent Variation* فإنه يكون بصدد دراسة الارتباط ،
والمقياس الإحصائى الذى يصف درجة العلاقة بين متغيرين يسمى معامل الارتباط
Coefficient of Correlation .

أما إذا كان مهتما بتقدير قيمة متغير أو التنبؤ بقيمته بمعلومية قيمة متغير
آخر ، فإنه يكون بصدد دراسة التنبؤ .

فمثلا إذا كان المتغيران هما الطول والوزن ، فإن الأشخاص الأكثر طولا
يميلون بوجه عام إلى أن يكونوا أكثر وزنا من الأشخاص الأقل طولا . وهنا
ربما نهتم بمشكلة وصف مقدار العلاقة بين الطول والوزن ، أو بمشكلة التنبؤ بطول
الشخص بمعلومية وزنه أو العكس .

وإذا كان المتغيران هما درجات اختبار استعداد دراسى طبق على الطلاب
المتقدمين للالتحاق بالجامعات ، ومتوسط تقديراتهم فى نهاية السنة الأولى ،
فإننا ربما نهتم فقط بوصف درجة العلاقة بين درجات اختبار الاستعداد ومتوسط
التقديرات ، أو ربما نهتم بالتنبؤ بمتوسط التقديرات بمعلومية درجات اختبار
الاستعداد . وهنا يكون الهدف هو استخدام درجات اختبار الاستعداد للطلاب
المتقدمين للالتحاق بالجامعات لتقدير أداؤهم (أى التنبؤ به) أثناء الدراسة
الجامعية .

وأكثر أنواع معاملات الارتباط استخداما هو معامل ارتباط بيرسون
(نسبة إلى العالم كارل بيرسون *K. Pearson*) ويسمى حاصل ضرب العزوم
Pearson Product Moment Correlation Coefficient .

وهو مقياس إحصائى يستخدم إذا كان ميزان القياس من النوع الفترى

أو النسبي . وتوجد أنواع أخرى من معاملات الارتباط تستخدم إذا كان ميزان القياس إسمياً أو رتبياً . كما توجد أنواع معينة من معاملات الارتباط تستخدم في حالات خاصة . وبالرغم من اختلاف أنواع معاملات الارتباط إلا أن معظمها يعتبر حالات خاصة من معامل ارتباط بيرسون . ويتوقف اختيار الباحث لأي من هذه الأنواع على العوامل الآتية :

- ١ — نوع ميزان قياس كل متغير (اسمي - رتبي - فترى - نسبي) .
- ٢ — شكل توزيع البيانات (متصل أم منفصل) .
- ٣ — خصائص توزيع البيانات (خطى أم منحنى) .

وسوف نعرض في هذا الفصل والفصول التالية لمختلف مقاييس العلاقة أو الافتزان بين متغيرين ، والفروض التي يجب أن تتحقق في البيانات حتى يتمكن الباحث من اختيار النوع الذي يناسب بيانات بحثه ، وطريقة حساب كل منها وتفسير المعاملات الناتجة .

ونرجى مناقشة التنبؤ وعلاقته بالارتباط إلى الفصلين الثالث عشر والرابع عشر . ولكن يجب على الباحث أن يعلم أن الارتباط والتنبؤ هما مفهومان بينهما علاقة وثيقة ، إذ لا يمكن تفسير معامل الارتباط تفسيراً مرضياً واستخدامه استخداماً مناسباً دون اعتبار لمفهوم التنبؤ .

العلاقة بين أزواج الملاحظات :

إذا افترضنا أن لدينا عينة من الأفراد عددها n ، ورمزنا لأفراد العينة بالرموز A_1, A_2, \dots, A_n ، وحصلنا على قياسات لكل فرد في متغيرين X ، Y فإننا يمكننا تمثيل هذه البيانات في جدول كالآتي :

القياسات		الأفراد
ص	س	
ص _١	س _١	أ _١
ص _٢	س _٢	أ _٢
ص _٣	س _٣	أ _٣
.....
ص _ن	س _ن	أ _ن

فإذا افترضنا أننا نبدأ بقيم س ترتيباً تصاعدياً، فإنه ربما توجد ترتيبات مختلفة لقيم ص . واحد هذه الترتيبات أن تبدأ قيم ص بأقل قيمة وتنتهي بأكبر قيمة . ولهذا فإن الفرد الذي تكون درجته أكبر مما يمكن في س تكون درجته أكبر ما يمكن في ص ، والذي تقل درجته مباشرة عن الدرجة الأكبر في س تقل درجته مباشرة عن الدرجة الأكبر في ص ، وهكذا حتى نصل إلى الفرد الذي تكون درجته أقل ما يمكن في س تكون درجته أيضاً أقل ما يمكن في ص . ففي مثل هذه الحالة يصل معامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص إلى أقصى قيمة موجبة . والترتيب الثاني يمكن أن نحصل عليه بأن نعكس ترتيب قيم ص بحيث تكون قيمة ص_١ أقل ما يمكن ، قيمة ص_ن أكبر ما يمكن . فالفرد الذي تكون درجته أكبر ما يمكن في س تكون درجته أقل ما يمكن في ص ، والذي تقل درجته مباشرة عن الدرجة الأكبر في ص تزيد درجته مباشرة عن الدرجة الأقل في س وهكذا . ففي هذه الحالة يصل معامل الارتباط إلى أقصى قيمة سالبة .

والترتيب الثالث يمكن أن نحصل عليه بأن نرتب قيم ص ترتيباً عشوائياً بالنسبة إلى س ، أي أن قيم ص تكون مستقلة عن قيم س . وهنا ربما نقول أنه لا توجد علاقة بين المتغيرين س ، ص ، وبالطبع يمكن أن نحصل على قيم لمعامل الارتباط تنحصر بين أقصى قيمة موجبة وأقصى قيمة سالبة .

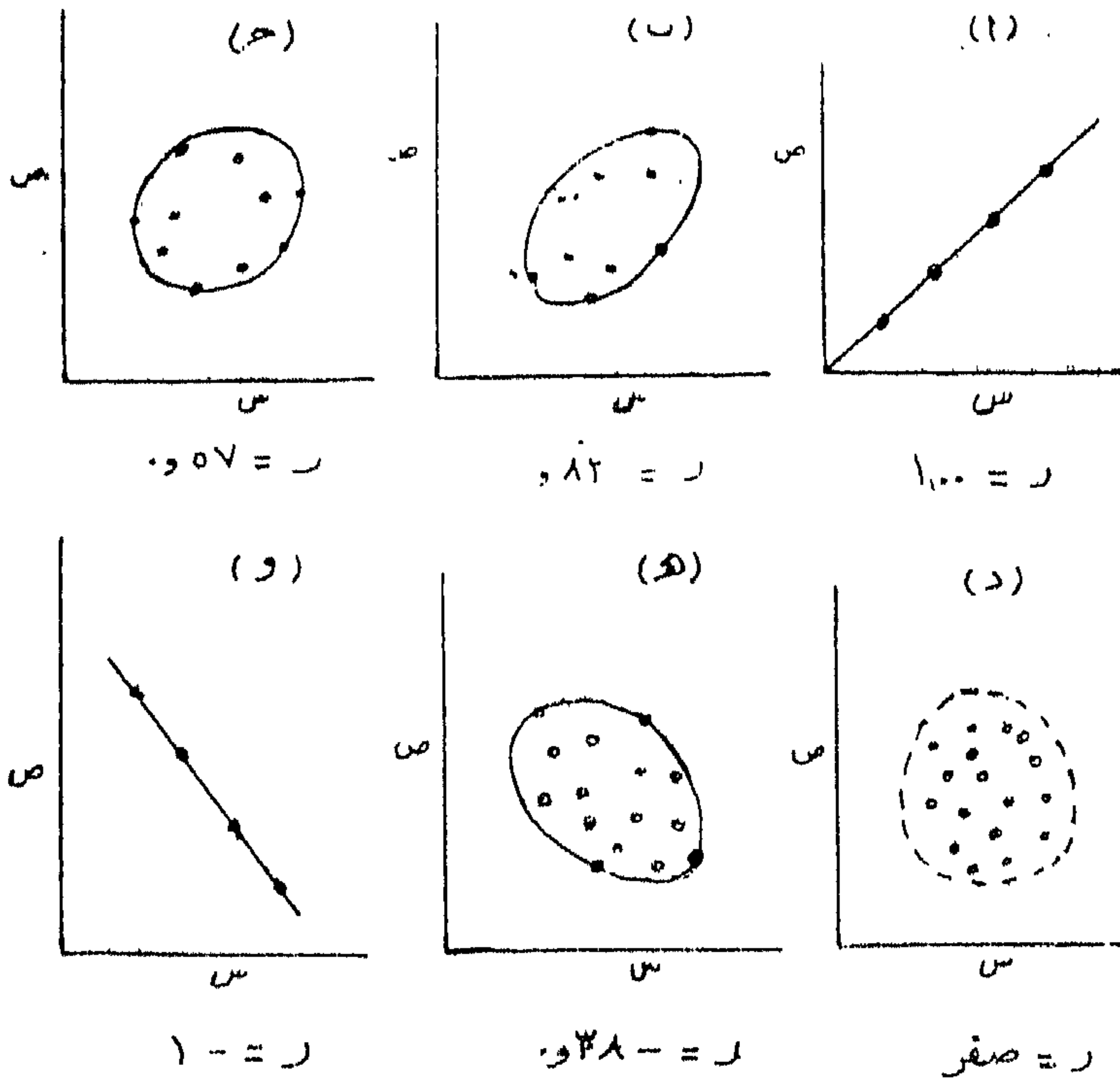
ولتوضيح ذلك نفترض أن قيم س للأفراد أ_١ ، أ_٢ ، أ_٣ ، أ_٤ ، أ_٥ هي ٥ ، ٤ ، ٣ ، ٢ ، ١ . فإذا كانت قيم ص هي نفس قيم س وبنفس الترتيب ٥ ، ٤ ،

١ ، ٢ ، ٣ فان معامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص يكون + ١ . وإذا رتبنا قيم ص كالآتي : ٤ ، ٥ ، ٣ ، ٢ ، ١ فان قيمة معامل الارتباط تظل موجبة ومرتفعة ولكنها بالطبع تقل عن الواحد الصحيح .

أما إذا رتبنا قيم ص كالآتي : ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ فان معامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص يصبح - ١ .

وإذا رتبنا قيم ص كالآتي : ١ ، ٢ ، ٤ ، ٣ ، ٥ فان قيمة معامل الارتباط تظل سالبة ومرتفعة ولكن لا تصل إلى - ١ .

ويمكن تمثيل هذه العلاقات المختلفة بالأشكال الانتشارية Scatter Diagrams الآتية (شكل رقم ٤٥) والتي تمثل كل نقطة فيها زوجاً مرتباً من الملاحظات أو قيمة لكل من س ، ص على الترتيب .



شكل رقم (٤٥)
أشكال انتشارية توضح الدرجات المختلفة
للعلاقة بين المتغيرين

ومن هذا الشكل نلاحظ أن ارتفاعات متوازيات المستطيلات تمثل التكرارات في خلايا الجدول التكرارى المزدوج كما في حالة المدرج التكرارى المعتاد .

وبالطبع ليس من الضرورى أن يرسم الباحث هذا الشكل عندما يريد حساب معامل الارتباط للبيانات المجمعة ، فقد عرضناه هنا لمجرد التوضيح فقط .

ولحساب معامل الارتباط من جدول التوزيع التكرارى المزدوج يجب أن يفترض الباحث — كما هو الحال عند حساب المتوسط والانحراف المعيارى للبيانات المجمعة — أن تكرار كل فئة (خلية) معينة يقع في مركز تلك الفئة . فمثلا يمكنه أن يفترض أن الخلية التى تقع عند التقاء الصف الثانى مع العمود الثالث والتى تكرارها = ٣ تأخذ قيمة $s = ٣٢$ ، $v = ٣٢$. وأن الخلية التى تقع عند التقاء الصف الرابع مع العمود الثالث والتى تكرارها = ٢ تأخذ قيمة $s = ٣٧$ ، $v = ٤٢$ وهكذا .

والخطوة الثالثة : يختار فئة افتراضية لسكل من المتغيرين s ، v ، ويوجد انحراف كل فئة عنها . ونظراً لأن فئات كل من المتغيرين s ، v متساوية في هذا المثال فإنه يمكنه أن يختار الفئة ٣٥ — ٣٩ ويعتبرها الفئة الافتراضية . ولذلك يضع صفراً بدلاً منها ثم يضع — ١ ، ٢ بدلاً من الفئات التى تقل عنها ، ١ + ، ٢ + بدلاً من الفئات التى يزيد عنها . ولنرمز لانحراف كل من المتغيرين عن هذه الفئة بالرمزين s ، v كما هو مبين بالجدول الآتى (رقم ٣٠) :

\overline{s}					
٢ —	١ —	صفر	١ +	٢ +	
١					٢ —
	٣	٢			١ —
	١	٥	١		$\overline{صفر}$
		٢	٤	٣	١ +
			١	١	٢ +

جدول رقم (٣٠)

وربما يتذكر الباحث أننا قلنا أن معامل الارتباط لا يتأثر بإضافة مقدار ثابت موجب إلى جميع قيم س أو جميع قيم ص . وهذا يعنى أننا إذا حسبنا معامل الارتباط ر باستخدام الانحرافات س⁻ ، ص⁻ بدلا من س ، ص فإننا سوف نحصل على نفس النتيجة . ولذلك فإننا يمكن أن نصل إلى الصورة التى يمكن أن يستخدمها الباحث لحساب معامل الارتباط فى هذه الحالة وذلك باستبدال س ، ص بالرمزين س⁻ ، ص⁻ على الترتيب فى الصورة المستخدمة لإيجاد معامل الارتباط باستخدام الدرجات الخام وهى الصورة رقم (٦) كالآتى :

$$r = \frac{\sum (S^- V^-) - (\sum S^-) (\sum V^-)}{\sqrt{(\sum S^{2-}) - (\sum S^-)^2} \sqrt{(\sum V^{2-}) - (\sum V^-)^2}} \quad (٩)$$

حيث ن = المجموع السكى للتكرارات
 ، س⁻ = التكرار السكى لكل فئة من فئات س⁻
 ، ص⁻ = التكرار السكى لكل فئة من فئات ص⁻
 ، ت = تكرار كل خلية .

والخطوة الرابعة : يكون جدولا كالآتى يحسب منه قيم المقادير التى يتطلبها تطبيق الصورة رقم (٩) لحساب معامل الارتباط .

وبالنظر إلى هذه الأشكال الانشائية يمكن أن نأخذ فكرة سريعة عن درجة العلاقة بين متغيرين (أى مقدارها) وانجاه هذه العلاقة (أى موجبة أو سالبة) .

فإذا نظرنا إلى الشكل (أ) نجد أن جميع النقاط تقع على الخط المستقيم مما يدل على أن معامل الارتباط يساوى الواحد الصحيح أى معامل ارتباط تام .
أما الشكل (ب) . نلاحظ فيه النقاط حول الخط المستقيم ولكنها لا تنطبق عليه تماماً ، ولذا فإن معامل الارتباط يقل عن الواحد الصحيح ولكنه يكون قريباً منه وهو هنا ٠,٨٢ .

أما الشكل (ج) فلا تبدو أية نزعة منتظمة لاقتران قيم x بـ y فهو يبين مجرد علاقة عشوائية بين المتغيرين ولذا فإن معامل الارتباط فى هذه الحالة = صفر .

والشكلان و ، هـ يوضحان علاقتهان سالبتان إحداهما تامة والأخرى غير تامة . ويوجد عدد لانهاى من قيم معاملات الارتباط بين متغيرين تنحصر بين القيمتين التامة الموجبة والتامة السالبة .

معامل ارتباط بيرسون :

رأينا ما سبق أن معاملات الارتباط تتراوح بين $+1$ ، -1 . فالقيمة $+1$ تدل على أن معامل الارتباط تام سالب وتقع جميع النقاط على الخط المستقيم ، وتقل قيم المتغير y بزيادة قيم المتغير x . والقيمة -1 تدل على أن معامل الارتباط تام موجب ، وتقع جميع النقاط على الخط المستقيم ، وتزيد قيم المتغير y بزيادة قيم المتغير x . والقيمة صفر تعنى أن المتغيرين x ، y مستقلان بعضهما عن بعض أو أن العلاقة بينهما عشوائية .

وقد ذكرنا فى مستهل هذا الفصل أن معامل ارتباط بيرسون والذي يسمى

حاصل ضرب الم و م يعتبر أكثر أنواع معاملات الارتباط استخداما في البحوث النفسية والتربوية . و كثير من أنواع معاملات الارتباط والاقتران الأخرى التي سنعرض لها بالتفصيل في الفصول التالية تعد حالات خاصة من هذا المعامل .

ولسكى يتضح للباحث معنى معامل ارتباط بيرسون ربما يكون من الأفضل التعبير عن المتغيرات في صورة درجات معيارية حتى يمكن الربط بين معامل الارتباط وغيره من المقاييس الإحصائية المختلفة .

فيذا افترضنا أن س ، ص تمثل أزواجا من الملاحظات انحرافاتهما المعيارية ع_س ، ع_ص على الترتيب . فلتحول الملاحظات س ، ص إلى درجات معيارية فنستخدم الصورتين الآتيتين اللتين عرضنا لهما في الفصل الخامس :

$$\frac{س - \bar{س}}{ع_{س}} = د_{س}$$

$$\frac{ص - \bar{ص}}{ع_{ص}} = د_{ص}$$

وهذه الدرجات المعيارية مترسطةا صفر ، وانحرافها المعياري الواحد الصحيح .

ويمكن تعريف معامل ارتباط بيرسون والذي سيرمزله بالرمز (ر) بأنه متوسط مجموع حواصل ضرب الدرجات المعيارية المتقابلة للمتغيرين س ، ص . ويمكن التعبير عن هذا رياضياً بالصورة الآتية :

$$ر = \frac{\sum (د_{س} \times د_{ص})}{n} \quad (١)$$

ولذلك فإنه يمكن الحصول على معامل ارتباط بيرسون بين متغيرين S ، $ص$ بتحويل كل قيمة من قيم المتغيرين إلى درجات معيارية باستخدام الصورتين المبينتين أعلاه ، وجمع حواصل ضرب الدرجات المعيارية المتقابلة للمتغيرين ، وقسمة الناتج على عدد القيم .

ولتوضيح معنى الصورة الرياضية المستخدمة في إيجاد معامل ارتباط بيرسون نفترض أن لدينا أزواجا من الملاحظات محولة إلى درجات معيارية . فمجموع حواصل ضرب الدرجات المعيارية المتقابلة بمجموع ($دس \times دص$) يعتبر مقياساً لدرجة العلاقة بين المتغيرين . وتصل بمجموع ($دس \times دص$) إلى قيمتها العظمى:

١ - إذا كانت قيم $دس$ ، $دص$ لها نفس الترتيب .

٢ - وإذا سارت كل قيمة من قيم $دس$ القيمة المناظرة لها $دص$ ، أى إذا تساوت قيم مجموعتي الملاحظات .

فإذا رسمنا شكلاً انتشارياً لمجموعتي الدرجات المعيارية $دس$ ، $دص$ ، فإن جميع النقاط تقع تماماً على خط مستقيم ميله موجب . ونظراً لأن جميع أزواج الدرجات المعيارية متساوية أى أن $دس = دص$:

$$\text{فإن } دس \times دص = دس^2 = دص^2$$

$$\text{وبما أن } ر = \frac{\text{مجموع } (دس \times دص)}{ن}$$

$$\text{ففي هذه الحالة } ر = \frac{\text{مجموع } دس^2}{ن}$$

ولكن من خواص الدرجات المعيارية أن مجموع مربعات الدرجات المعيارية لتوزيع ما $= n$ ، أى أن أقصى قيمة للمقدار χ^2 (دس \times دص تساوى n)

$$\text{وبذلك تكون } R = \frac{n}{n} = 1$$

وبالمثل تصل χ^2 (دس \times دص) إلى قيمتها الصغرى :

١ - إذا كان ترتيب قيم دس عكس ترتيب قيم دص

٢ - وإذا كانت القيمة العددية لكل درجة معيارية دس تساوى القيمة العددية للدرجة المعيارية المقابلة لها دص ولكنها تختلف معها في الإشارة .

ولذلك تكون أقل قيمة يصل إليها المقدار χ^2 (دس \times دص) $= -n$.
فإذا رسمنا شكلاً انتشارياً لمجموعتي الدرجات المعيارية دس ، دص في هذه الحالة ، فإن جميع النقاط تقع تماماً على خط مستقيم ميله سالب .

أما إذا لم توجد علاقة منتظمة بين دس ، دص ، فإننا نتوقع أن يكون χ^2 (دس \times دص) $=$ صفراً .

ولذا يمكن أن نعرف معامل الارتباط بأنه النسبة بين القيمة الملاحظة للمقدار χ^2 (دس \times دص) والقيمة العظمى الممكنة لهذا المقدار .

ونظراً لأن المقدار χ^2 (دس \times دص) تتراوح قيمه بين n ، $-n$ فإن قيم معامل الارتباط تتراوح بين $+1$ ، -1 .

ويمكن توضيح المناقشة السابقة بالمثل الآتى ، حيث س ، ص هي الدرجات الخام للمتغيرين ، دس ، دص هي الدرجات المعيارية المناظرة للدرجات الخام .

س	ص	دس	دص	دس × دص
١	١١	- ١,٤٢	- ١,٤٢	٢,٠٠ تقريباً
٢	١٣	- ٠,٧١	- ٠,٧١	٠,٥٠ تقريباً
٣	١٥	صفر	صفر	صفر
٤	١٧	+ ٠,٧١	+ ٠,٧١	٠,٥٠ تقريباً
٥	١٩	+ ١,٤٢	+ ١,٤٢	٢,٠٠ تقريباً

$$\text{مجم (دس × دص)} = \text{مجم دس}^2 = \text{مجم دص}^2 = \text{ن} = ٥$$

فإذا نظرنا إلى هذا الجدول نلاحظ أن المتغيرين س ، ص لهما نفس الترتيب ، وإذا مثلناهما في شكل انتشارى سوف نجد أن النقط تقع على خط مستقيم .

وفي هذه الحالة تتساوى أزواج الدرجات المعيارية المتقابلة لكل من المتغيرين س ، ص ، وتكون قيمة مجم (دس × دص) = ن = ٥ ، وقيمة ر = + ١ .

فإذا تأملنا القيم الموضحة في الجدول نجد أن أقصى قيمة يصل إليها هذا المجموع هي ن ، إذ لا يمكن ترتيب قيم ص التى في الجدول بالنسبة إلى س بحيث نحصل على قيمة أكبر من ن . وإذا عكسنا ترتيب قيم ص بالنسبة إلى قيم س فإن قيمة المقدار مجم (دس × دص) = ن = ٥ وتكون قيمة ر في هذه الحالة = - ١ وهذه هي أقل قيمة للمقدار مجم (دس × دص) .

وإذا اخترنا ترتيبات أخرى لقيم ص بالنسبة إلى س ربما تؤدي إلى قيم لمعاملات الارتباط تتراوح بين + ١ ، - ١ .

من هذا يتضح أن معامل ارتباط بيرسون ما هو إلا مجموع حواصل ضرب الدرجات المعيارية المتقابلة للمتغيرين مقسوما على أقصى قيمة لهذا المجموع .

الفروض التي يجب أن يتحقق منها الباحث في البيانات إذا أراد استخدام معامل ارتباط بيرسون :

يوجد عدد من الفروض التي يقوم على أساسها معامل ارتباط بيرسون يجب أن يتحقق منها الباحث في المتغيرات التي يود دراسة العلاقة بينها .

فمعامل ارتباط بيرسون هو مقياس للعلاقة الخطية بين متغيرين ، ويمكن للباحث التحقق مبدئيا من خطية العلاقة برسم الشكل الانتشاري لقيم المتغيرين وتأمل الشكل الناتج . فإذا اتضح له أن توزيع القيم يتخذ شكلا بيضاويا دون أى نزعة إلى الانحناء فإن هذا يمكن أن يكون دليلا على خطية العلاقة . وابتعاد العلاقة ابتعاداً طفيفاً عن الخطية لا يمنع الباحث من استخدام معامل ارتباط بيرسون كتقريب مبدئي لقيم معاملات الارتباط الأخرى التي يمكن أن يستخدمها في حالة العلاقة غير الخطية . أما إذا ابتعد شكل العلاقة عن الخطية وأصبح واضحا للباحث من تأمله للشكل الانتشاري أن العلاقة بين المتغيرين منحنية، فإنه يجب أن يستخدم ما يسمى بنسبة الارتباط Correlation Ratio أو أى طريقة أخرى تتفق وهذه العلاقة المنحنية ، وسوف نعرض لهذه الطرق في الفصلين الحادي عشر والخامس عشر .

والحقيقة أن كثيرا من المتغيرات النفسية ترتبط ارتباطا خطيا .

فمثلا نتوقع أن تكون العلاقة بين الاختبارات التي تقيس قدرات مرتبطة خطية طالما أن هذه الاختبارات تقيس جوانب مختلفة لمطالب سلوكي واحد مثل تذكر نوعين مختلفين من المشيرات .

ويستثنى من ذلك العلاقة بين العمر وزمى وأنواع معينة من الاداء .

فإذا تضمنت عينة البحث مدى عمرى متسع ، تكون العلاقة القائمة بين الأداء والعمر منخفضة في الأعمار الصغيرة جداً والأعمار المتقدمة جداً .

وتوجد بعض العوامل التي تؤدي إلى أشكال انتشارية منحنية لأسباب اصطلاحية . وربما يحدث هذا إذا كان أحد توزيعي المتغيرين أو كلاهما ملتوياً ، وكان التواء نتيجة لخطأ في ميزان القياس ، مما أدى إلى تغيير منتظم في وحدة القياس .

فإذا تأكد الباحث من حدوث ذلك فإن أحد طرق معالجة هذا الموقف هو أن يحول التوزيع الملتوى إلى توزيع اعتدالي باستخدام الطريقة التي عرضنا لها في نهاية الفصل السادس . فإجراء مثل هذا التعديل على أحد التوزيعين أو كليهما يمكن الباحث غالباً من التخلص من انحناء شكل العلاقة . فإذا لم يؤد هذا التعديل إلى جعل العلاقة خطية فيجب على الباحث ألا يستخدم معامل ارتباط بيرسون لإيجاد مقدار هذه العلاقة .

وليس من الضروري استخدام معامل ارتباط بيرسون فقط في حالات التوزيعات الاعتدالية . إذ ربما تختلف أشكال التوزيعات ، ولكن يجب أن تكون متماثلة إلى حد ما وأحادية المنوال . ولذلك فإن التوزيعات المستطيلة تنطبق عليها هاتان الخاصيتان . ولكن يجب الالتجاء إلى طرق أخرى لإيجاد معامل الارتباط إذا كانت التوزيعات غير متماثلة أو غير متصلة .

طرق حساب معامل ارتباط بيرسون للبيانات غير المجمعة :

أولاً — باستخدام الدرجات المعيارية (د) :

معامل ارتباط بيرسون هو مقياس معياري للعلاقة ، بمعنى أنه يدخل في حسابه المتوسط والانحراف المعياري لكل من مجموعتي الدرجات المراد إيجاد العلاقة بينهما .

وهذا يعنى أن أى تحويل خطى لإحدى مجموعتى الدرجات لا يؤثر فى قيمة معامل ارتباط بيرسون ، وبذلك لا يكون لوحدة القياس أهمية تذكر عند إيجاد معامل الارتباط .

فعلى سبيل المثال نفترض أننا أردنا إيجاد العلاقة بين الطول بالمتر والوزن بالكيلو جرام لمجموعة من أطفال الصف الخامس . فهنا يجب أن لا نظن أننا لا نستطيع إيجاد معامل الارتباط بين المتغيرين بسبب اختلاف وحدة قياس كل منهما . إذ يمكن أن نحصل على نفس قيمة معامل الارتباط إذا حولنا أطوال الأطفال من متر إلى سنتيمتر ولا نجرى أى تحويل على الطول . والسبب فى ذلك أننا نستخدم الدرجات المعيارية بدلاً من الدرجات الخام فى حساب معامل الارتباط .

وقد سبق أن ذكرنا أنه يمكن إيجاد معامل ارتباط بيرسون باستخدام الصورة الآتية :

$$r = \frac{\sum (x \times y)}{n}$$

ولتوضيح كيفية تطبيق هذه الصورة نعطي المثال الآتى :

أوجد معامل الارتباط بين مجموعتى الدرجات ؟

$$س = \{ ١٣ ، ١١ ، ٩ ، ٧ ، ٥ ، ٣ ، ١ \}$$

$$ص = \{ ٢٢ ، ١٩ ، ١٦ ، ١٣ ، ١٠ ، ٧ ، ٥ \}$$

فلايجاد معامل الارتباط باستخدام الدرجات المعيارية يمكن أن يتبع الباحث الخطوات الآتية :

١ -- يوجد المتوسط والانحراف المعياري لمجموعة الدرجات س .

٢ -- يوجد المتوسط والانحراف المعياري لمجموعة الدرجات ص .

- ٣ - يحول كل درجة من درجات س إلى درجة معيارية
- ٤ - يحول كل درجة من درجات ص إلى درجة معيارية .
- ٥ - يوجد حواصل ضرب الدرجات المعيارية المتقابلة .
- ٦ - يجمع حواصل الضرب الناتجة .
- ٧ - يقسم ناتج حاصل الضرب على عدد الدرجات .

ويمكن استخدام هذه الخطوات في المثال السابق وتلخيصها في الجدول رقم (٢٣) الآتي :

[illegible]

$$\begin{array}{c} 13 \\ \parallel \\ \frac{1}{2} \mid > \\ \parallel \\ \vee \\ \cdot \\ \omega_3 \\ \parallel \\ \sqrt{\frac{1}{2} \mid >} \\ 13 \\ \parallel \\ \frac{1}{2} \mid > \\ \parallel \\ \vee \\ \cdot \\ \omega_3 \\ \parallel \\ \sqrt{\frac{1}{2} \mid >} \end{array}$$

$$\sqrt[3]{-1} = -1$$

جول رقم (۲۳)

خطوات حساب معامل ارتباط بيرسون بطريقة الدرجات العشرية

$$r = \frac{\sum (دس \times دص)}{n} = \frac{v}{v} = 1$$

ويمكن أن يغير الباحث ترتيب قيم كل من س ، ص بطرق مختلفة ويعيد حساب معامل ارتباط بيرسون في كل حالة حتى يتمكن من استيعاب معنى معامل الارتباط .

ونظراً لأن هذه الطريقة في حساب معامل الارتباط هي طريقة مطولة لأنها تتطلب تحويل كل درجة خام من المتغيرين إلى درجة معيارية ، فإنها تصبح شاقة إذا زاد عدد قيم أى من المتغيرين عن ٥٠ وهو ما يواجه عادة كثيراً من الباحثين في العلوم النفسية والتربوية .

ولذلك يمكن التوصل إلى طرق أخرى أبسط لحساب معامل الارتباط تعتمد على :

٢ — متوسط الانحرافات .

٣ — الدرجات الخام مباشرة .

٤ — الفروق بين الدرجات الخام .

ويمكن اشتقاق هذه الطرق بعمليات جبرية بسيطة من طريقة الدرجات المعيارية .

ثانياً — باستخدام متوسط الانحرافات :

$$\text{نظراً لأن } r = \frac{\sum (دس \times دص)}{n}$$

$$\frac{\bar{s} - s}{\bar{e}_s} = \text{فالتعويض عن دس}$$

$$\frac{\bar{v} - v}{\bar{e}_v} = \text{فالتعويض عن دص}$$

$$\text{فإن } r = \frac{\text{مجم } (\bar{s} - s)(\bar{v} - v)}{n \times \bar{e}_s \times \bar{e}_v} \quad (٢) \cdot \cdot \cdot$$

$$\sqrt{\frac{\text{مجم } (\bar{s} - s)^2}{n}} = \text{وانظر الآن } \bar{e}_s$$

$$\sqrt{\frac{\text{مجم } (\bar{v} - v)^2}{n}} = \bar{e}_v$$

وبالتعويض في (٢) :

$$\text{فإن } r = \frac{\text{مجم } (\bar{s} - s)(\bar{v} - v)}{n \times \sqrt{\frac{\text{مجم } (\bar{s} - s)^2}{n}} \times \sqrt{\frac{\text{مجم } (\bar{v} - v)^2}{n}}}$$

$$= \frac{\text{مجم } (\bar{s} - s)(\bar{v} - v)}{\sqrt{\text{مجم } (\bar{s} - s)^2} \times \sqrt{\text{مجم } (\bar{v} - v)^2}} \quad (٣) \cdot \cdot \cdot \cdot$$

وإذا قمنا بالبسط في الصورة رقم (٣) على ن فإن المقدار الذي في البسط يسمى *Covariance* • وإذا قسمنا كل من العاملين اللذين تحت

الجذر التربيعي في المقام على ن فإننا نحصل على حاصل ضرب الانحرافين المعياريين
لكل من المتغيرين س ، ص . أى أن معامل ارتباط بيرسون يمكن اعتباره النسبة
بين التغير إلى المتوسط الهندسي لتباين المتغيرين .

واستخدام هذه الصورة يحتاج إلى جهد ووقت كبيرين إذا كانت ن كبيرة .
ولذلك لا ننصح الباحث باستخدامها إلا إذا كان لديه آلة حاسبة أو كان عدد قيم
ن قليلا ، والفرض من عرضها هنا هو أنها تلقى بعض الضوء على معنى معامل
ارتباط بيرسون كما ذكرنا .

ولتوضيح كيفية تطبيق الصورة رقم (٣) فإننا نعطي المثال الآتى :

أوجد معامل الارتباط بين مجموعتى الدرجات :

$$س = \{ ١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١ ، ١٣ \}$$

$$ص = \{ ٧ ، ٤ ، ١٣ ، ١٦ ، ١٠ ، ٢٢ ، ١٩ \}$$

فلإيجاد معامل الارتباط باستخدام طريقة متوسط الانحرافات يمكن أن
يتبع الباحث الخطوات الآتية :

- ١ — يوجد متوسط قيم المتغير س .
 - ٢ — يوجد متوسط قيم المتغير ص .
 - ٣ — يوجد انحراف كل قيمة من قيم المتغير س عن المتوسط .
 - ٤ — يوجد انحراف كل قيمة من قيم المتغير ص عن المتوسط .
 - ٥ — يوجد مجموع مربعات انحرافات كل قيمة من قيم س عن المتوسط .
 - ٦ — يوجد مجموع مربعات انحرافات كل قيمة من قيم ص عن المتوسط .
 - ٧ — يوجد مجموع حواصل ضرب انحرافات قيم المتغير س عن المتوسط
في انحرافات قيم المتغير ص عن المتوسط .
- ويمكن استخدام هذه الخطوات فى المثال السابق وتلخيصها فى الجدول
رقم (٢٤) الآتى :

ص	$\overline{س} - س$	${}^2(\overline{س} - س)$	ص	$\overline{ص} - ص$	${}^2(\overline{ص} - ص)$	ص
١	٦ -	٣٦	٧	٦ -	٧	٧
٢	٤ -	١٦	٤	٩ -	٤	٤
٥	٢ -	٤	١٣	صفر	١٦	١٦
٧	صفر	صفر	١٦	٢ +	١٠	١٠
٩	٢ +	٤	١٦	٢ -	١٦	١٦
١١	٤ +	١٦	٢٢	٩ +	٣٦	٣٦
١٢	٦ +	٣٦	١٩	٦ +	١٩	١٩

$$\text{بجـ ص} = ٩١ = {}^2(\overline{س} - س) \quad \text{بجـ ص} = ١١٢ = {}^2(\overline{س} - س)$$

$$\overline{ص} = \frac{٩١}{٧} = ١٣ \quad \overline{س} = \frac{٤٩}{٧} = ٧$$

$$\text{بجـ } (س - \overline{س}) (ص - \overline{ص}) = ١٢٨$$

جدول رقم (٢٤)

خطوات حساب قيم $\overline{س}$ و $\overline{ص}$ باستخدام طريقة الانحرافات

$$r = \frac{\text{مجموع} (س - \overline{س}) (\overline{ص} - ص)}{\sqrt{\text{مجموع} (س - \overline{س})^2 \times \text{مجموع} (ص - \overline{ص})^2}}$$

$$r = \frac{138}{168} = \frac{138}{202 \times 112} = 0,82$$

ثالثاً : باستخدام الدرجات الخام مباشرة :

يمكن التوصل إلى صورة جديدة لإيجاد معامل ارتباط بيرسون باستخدام الصورة رقم (٣) السابقة بعد إجراء بعض العمليات الجبرية .

فالمقدار مجموع (س - $\overline{س}$)^٢ يمكن وضعه على الصورة :

$$\text{مجموع} (س - \overline{س})^2 = \text{مجموع} س^2 - ٢ \text{مجموع} س \overline{س} + \text{مجموع} \overline{س}^2$$

$$= \text{مجموع} س^2 - ٢ \text{مجموع} س \times \frac{\text{مجموع} س}{ن} + \text{مجموع} \overline{س}^2$$

$$= \text{مجموع} س^2 - \frac{٢ (\text{مجموع} س)^2}{ن} + \text{مجموع} \left(\frac{\text{مجموع} س}{ن} \right)^2$$

$$= \text{مجموع} س^2 - \frac{٢ (\text{مجموع} س)^2}{ن} + \frac{(\text{مجموع} س)^2}{ن}$$

$$= \text{مجموع} س^2 - \frac{(\text{مجموع} س)^2}{ن}$$

$$\text{وبالمثل مجموع} (ص - \overline{ص})^2 = \text{مجموع} ص^2 - \frac{(\text{مجموع} ص)^2}{ن}$$

$$r = \frac{\text{مجموع} س \times \text{مجموع} ص}{ن} - \frac{(\text{مجموع} س) (\text{مجموع} ص)}{ن} = \frac{\text{مجموع} س \times \text{مجموع} ص}{ن}$$

وبالتعويض في الصورة رقم (٣) نجد أن :

$$= \frac{\frac{\text{مجموع } \text{مجموع} \times \text{مجموع} \text{ ص}}{\text{ن}} - \text{مجموع} \text{ ص}}{\sqrt{\left[\frac{(\text{مجموع} \text{ ص})^2}{\text{ن}} - \text{مجموع} \text{ ص}^2 \right] \left[\frac{(\text{مجموع} \text{ ص})^2}{\text{ن}} - \text{مجموع} \text{ ص}^2 \right]}} \quad (٤) \dots$$

$$= \frac{\text{مجموع} \text{ ص} - \text{مجموع} \text{ ص}}{\sqrt{\left(\frac{\text{مجموع} \text{ ص}^2}{\text{ن}} - \text{مجموع} \text{ ص}^2 \right) \left(\frac{\text{مجموع} \text{ ص}^2}{\text{ن}} - \text{مجموع} \text{ ص}^2 \right)}} \quad (٥) \dots$$

$$= \frac{\text{ن} \text{ مجموع} \text{ ص} - \text{مجموع} \text{ ص} \times \text{مجموع} \text{ ص}}{\sqrt{\left[\text{ن} \text{ مجموع} \text{ ص}^2 - (\text{مجموع} \text{ ص})^2 \right] \left[\text{ن} \text{ مجموع} \text{ ص}^2 - (\text{مجموع} \text{ ص})^2 \right]}} \quad (٦) \dots$$

ويمكن أن يستخدم الباحث أى صورة من هذه الصور السابقة، إلا أن الصورة رقم (٦) هي الصورة العامة التي يمكن أن تستخدم في حساب معامل الارتباط من الدرجات الخام مباشرة ولذا نحتاج أيضاً إلى آلة حاسبة .

ويمكن أن يتبع الباحث الخطوات الآتية عند تطبيق هذه الصورة :

- ١ - يوجد مجموع قيم المتغير س . ٢ - يوجد مجموع قيم المتغير ص .
- ٣ - يوجد حاصل ضرب مجموع قيم س في مجموع قيم ص .
- ٤ - يوجد مجموع حواصل ضرب القيم المتقابلة لكل من س ، ص
- ٥ - يوجد مجموع مربعات قيم س .
- ٦ - يوجد مجموع مربعات قيم ص .
- ٧ - يوجد مربع مجموع قيم س .
- ٨ - يوجد مربع مجموع قيم ص .

ويمكن استخدام هذه الخطوات في المثال السابق وتلخيصها في الجدول رقم (٣٥) الآتي لإيجاد معامل الارتباط :

ش	ص	س ^٢	ص ^٢	ش ص
١	٧	١	٤٩	٧
٣	٤	٩	١٦	١٢
٥	١٣	٢٥	١٦٩	٦٥
٧	١٦	٤٩	٢٥٦	١١٢
٩	١٠	٨١	١٠٠	٩٠
١١	٢٢	٨١	٤٨٤	٢٤٢
١٣	١٩	١٦٩	٣٦١	٢٤٧
٤٩	٩١	٤٥٥	١٤٣٥	٧٧٥

جدول رقم (٣٥)

خطوات حساب معامل ارتباط بيرسون باستخدام
الدرجات الخام مباشرة

ن بـ س ص — بـ س × بـ ص

$$r = \frac{[\sum (ش \cdot ص) - \frac{(\sum ش)^2 \cdot \sum ص}{n}]}{\sqrt{[\sum ش^2 - \frac{(\sum ش)^2}{n}] [\sum ص^2 - \frac{(\sum ص)^2}{n}]}}$$

$$= \frac{[775 - \frac{(49)^2 \cdot 91}{13}]}{\sqrt{[455 - \frac{(49)^2}{13}] [1435 - \frac{(91)^2}{13}]}}$$

$$= \frac{1409 - 5420}{\sqrt{11764 \times 784}}$$

$$= \frac{966}{42 \times 28} = \frac{23}{28} = 0.82 \text{ وهو نفس الجواب السابق.}$$

(١٩ — التحليل)

رابعاً : باستخدام الفروق بين الدرجات الخام :

يمكن الحصول على معامل ارتباط بيرسون باستخدام الفروق بين الدرجات الخام . ونحصل على هذه الفروق بطرح كل قيمة من قيم ص من قيمة س المناظرة لها أو العكس .

فإذا فرضنا أن F تمثل الفرق $S - ص$ ، فإن $F = S - ص$ حيث S ترمز لانحراف قيم S عن متوسط هذه القيم ، $ص$ ترمز لانحراف قيم $ص$ عن متوسط هذه القيم .

$$\text{أي أن : } F = S - ص$$

$$= S^2 - 2S\text{ص} + ص^2$$

$$\text{ولكن } R = \frac{\sum S\text{ص}}{N \sum ع\text{ص}} \quad (\text{الصورة رقم ٣})$$

$$\text{أي أن : } S\text{ص} = N R ع\text{ص}$$

بالتعويض عن $S\text{ص}$ في الطرف الأيسر الذي يساوي F^2 نجد أن :

$$F^2 = S^2 - 2S\text{ص} + ص^2 = S^2 - 2NR ع\text{ص} + ص^2$$

وبالقسمة على N فإن :

$$\frac{F^2}{N} = \frac{S^2}{N} - 2R \frac{\sum ع\text{ص}}{N} + \frac{\sum ص^2}{N}$$

وهذه يمكن كتابتها على الصورة الآتية :

$$F^2 = S^2 - 2NR ع\text{ص} + \sum ص^2$$

وهذه الصورة تعنى أن تباين الفرق بين المتغيرين س ، ص = تباين المتغير الأول مضافا إليه تباين المتغير الثانى ومطروحا من هذا المجموع ضعف مقدار التباين المتلازم أو التغاير Covariance (وهما مصطلحان يطلق أى منهما على الحد الثالث فى هذه الصورة) .

ومن هذه المعادلة يمكن إيجاد قيمة ر وهى :

$$r = \frac{E^2_{SV} - E^2_{SE} - E^2_{VS}}{2E_{SE}E_{VS}} \quad \dots\dots (٧)$$

وبالمثل يمكن إثبات أن تباين مجموع المتغيرين س ، ص :

$$E^2_{S+V} = E^2_{SE} + E^2_{VS} + 2rE_{SE}E_{VS}$$

ويمكن من هذه المعادلة الحصول على ر كالاتى :

$$r = \frac{E^2_{S+V} - E^2_{SE} - E^2_{VS}}{2E_{SE}E_{VS}} \quad \dots\dots\dots (٨)$$

ويمكن باستخدام أى من الصورتين رقم ٧ أو ٨ الحصول على قيمة ر .

ولتوضيح خطوات تطبيق الصورة رقم (٧) لإيجاد معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص نعرض المثال المبين بالجدول (رقم ٢٦) الآتى :

(٦) ف ^٢	(٥) ف	(٤) ص ^٢	(٣) س ^٢	(٢) ص	(١) س
٦٤	٨	١٤٤	٤٠٠	١٢	٢٠
٤	٢	٢٥٦	٢٣٤	١٦	١٨
٣٦	٦	١٠٠	٢٥٦	١٠	١٦
١	١	١٩٦	٢٢٥	١٤	١٥
٤	٢	١٤٤	١٩٦	١٢	١٤
٤	٢	١٠٠	١٤٤	١٠	١٢
٩	٣	٨١	١٤٤	٩	١٣
٤	٢	٦٤	١٠٠	٨	١٠
١	١	٤٩	٦٤	٧	٨
٩	٣	٤	٢٥	٢	٥
١٣٦	٣٠	١١٣٨	١٨٧٨	١٠٠	المجموع ١٣٠

جدول رقم (٢٦)

خطوات حساب معامل ارتباط بيرسون باستخدام
الفرق بين الدرجات الخام

فن الجدول رقم (٢٦) نستطيع إيجاد ع^٢ س ، ع^٢ ص ، ع^٢ ف كالآتي :

الخطوة الأولى :

نوجد ع^٢ س ، ع^٢ ص

$$\text{ع}^2 \text{ س} = \frac{\text{ع}^2 \text{ س}^2}{\text{ن}}$$

$$\frac{(130)^2}{100} - 1878 =$$

$$188 = 1690 - 1878 =$$

$$18,8 = \frac{188}{10} = \frac{\text{ع}^2 \text{ س}}{\text{ن}} = \text{ع}^2 \text{ س}$$

الخطوة الثانية : نوجد مج ص^٢ ، ع^٢ ص .

$$\text{مج ص}^2 = \frac{\text{مج ص}^2(100)}{10} - 1138 =$$

$$128 = 1000 - 1138 =$$

$$128 = 1000 - 1138 =$$

$$13,8 = \frac{128}{10} = \frac{\text{مج ص}^2}{10} = \text{ع}^2 \text{ ص}$$

والخطوة الثالثة : نوجد مج ف^٢ ، ع^٢ ف

$$\text{مج ف}^2 = \frac{\text{مج ف}^2(30)}{10} - 136 =$$

$$46 = 90 - 136 =$$

$$46 = 90 - 136 =$$

$$4,6 = \frac{46}{10} = \frac{\text{مج ف}^2}{10} = \text{ع}^2 \text{ ف}$$

والخطوة الرابعة : نعوض عن قيم ع^٢ س ، ع^٢ ص ، ع^٢ ف في الصورة رقم

(٧) كالتالي :

$$\frac{\text{ع}^2 \text{ س} + \text{ع}^2 \text{ ص} - \text{ع}^2 \text{ ف}}{2 \text{ ع س ع ص}} = \text{ر}$$

$$\frac{4,6 - 13,8 + 18,8}{13,87 \times 18,872} =$$

$$0,87 = \frac{28}{32,2} = \frac{28}{16,1 \times 2} =$$

حساب معامل ارتباط بيرسون للبيانات المجمعة :

إذا اشتملت البيانات على عدد كبير من أزواج القيم يمكن للباحث تبويب البيانات في فئات وتجميعها في جدول تكرارى مزدوج Two — Way Frequency Table ثم يوجد معامل ارتباط بيرسون لهذه البيانات المجمعة بطريقة تسمى طريقة الترميز Code Method .

ولتوضيح الخطوات التى يمكن أن يتبعها الباحث في حساب معامل الارتباط بهذه الطريقة نعرض المثال الآتى :

نفترض أن الباحث أراد إيجاد معامل ارتباط بيرسون بين درجات الاختبارين س ، ص المبنية بالجدول الآتى :

ص	س	ص	س	ص	س
٤٤	٣٠	٣٤	٣٠	٤٢	٣٧
٣٩	٤٨	٤٦	٤٨	٣٤	٣٢
٤٣	٣٥	٣٥	٣٥	٤٢	٤٥
٤١	٤٤	٤٢	٤٤	٢٨	٢٧
٣٨	٤٥	٣٧	٤٥	٤١	٤٣
٣٦	٣٢	٣١	٣٢	٣٩	٣٧
٤٠	٤٢	٤٢	٤٢	٤٨	٤٣
	٣٨	٣٣	٣٨	٣١	٣٦
	٣٦	٣٧	٣٦	٣٧	٤٣

جدول رقم (٢٧)
درجات اختبارين س ، ص

(٥) (٤) (٣) (٢) (١)
س^٢ ت س ت س^٢ ت س^٢ ت

٤	٤	٢ —	١	٢ —					١
٣	٥	١ —	٥	١ —			٢	٣	
صفر	صفر	صفر	٨	صفر	١	١	٥	١	
١٠	٩	٩	٩	١	٣	٤	٢		
٦	٨	٤	٢	٢	١	١			

٢٣	٢٦	٦	٢٥	صفر	٢	١	صفر	١ —	٢ —	(٦) ص
										(٧) ت ص
					٢٥	٥	٦	٩	٤	(٨) ص ت ص
					١٠	١٠	٦	صفر	٤ —	(٩) ص ت ص
					٣٤	٢٠	٦	صفر	٤	(١٠) ص ت ص
					٢٣	١٠	٦	صفر	٣	

للتحقق تأكد من التساوي

جدول رقم (٣.١)

جدول الارتباط بين المتغيرين س' و ص

فإذا نظرنا إلى العمود رقم (٢) الذي يشتمل على التكرارات س' في الجدول رقم ٣١ نجد أننا حصلنا عليه بجمع تكرارات الصف المناظر له . والعمود رقم (٣) الذي يشتمل على حواصل الضرب س' ت س' حصلنا عليه بضرب القيم المتناظرة في العمودين رقمي (١) ، (٢) . والعمود رقم (٤) الذي يشتمل على حواصل الضرب س^٢ ت س' يمكن الحصول عليه إما بتربيع كل قيمة من قيم العمود رقم (١) وضربها في القيم المناظرة لها في العمود رقم (٢) ، أو بضرب القيم المتناظرة في العمودين رقمي (١) ، (٣) .

ويمكن الحصول على القيم المبينة بخلايا الصفوف رقم (٧)، (٨)، (٩) بنفس الطريقة. أما قيم ن، مجـ س^٢ ت^٢، مجـ س^٢ ت^٢، مجـ س^٢ ت^٢ فيمكن الحصول عليها بجمع الأعمدة رقم (٢)، (٣)، (٤)، وقيم مجـ ص^٢ ت^٢، مجـ ص^٢ ت^٢ بجمع الصفين رقمي (٨)، (٩).

أما قيمة المقدار مجـ س^٢ ص^٢ ت^٢ فيمكن الحصول عليها بجمع المقادير التي نحصل عليها من ضرب تكرار كل خلية في قيمة كل من س^٢، ص^٢ التي في الصف والعمود اللذين تنتمي إليهما.

ويمكن إجراء هذه العملية على كل صف على حدة بأن نضرب أولاً تكرار كل خلية في قيمة س المناظرة لها ونجمع حواصل الضرب، ثم نضرب الناتج في قيمة ص المناظرة لها.

فتلًا بالنسبة للصف الثاني نحصل على :

$$٣ = (١ -) [(٢) (٢) + (١ -) (٣)]$$

وبالنسبة للصف الرابع نحصل على :

$$١٠ = (٢) (٢) + (١) (٤) + (١) (٢)]$$

وهذه القيم هي المبينة في العمود رقم (٥) في الجدول رقم ٣١.

ويمكن إجراء هذه العملية على كل عمود على حدة بدلاً من كل صف، ونضرب تكرار كل خلية في قيمة ص المناظرة لها ونجمع حواصل الضرب، ثم نضرب الناتج في قيمة س المناظرة لها. وهذا يعطينا أيضاً نفس قيمة المقدار مجـ س^٢ ص^٢ ت^٢.

فتلًا بالنسبة للعمود الرابع نحصل على :

$$٦ = (١) [(٢) (١) + (١) (٤) + (١) (٢)]$$

وهذه هي القيمة المبينة في الخلية المطلوبة في الصف العاشر .

ويمكن للباحث مقارنة العمود الخامس بالصف العاشر للتأكد من صحة العمليات الحسابية ، إذ أنه يجب أن يجد القيم المتناظرة متساوية .

والخطوة الخامسة : يعوض عن مجموع القيم المطلوبة في الصورة السابقة لحساب معامل الارتباط من المجاميع الى حصل عليها من الجدول السابق رقم (٣١) وهو يسمى عادة جدول الارتباط ليحصل على :

$$r = \frac{(6)(10) - (23)(25)}{\sqrt{(6) - (26)(25)} \sqrt{(1) - (24)(23)}} = 0.76$$

تصحيح معامل الارتباط من الأخطاء الناتجة عن تجميع البيانات :

إن الطريقة السابقة لحساب معامل الارتباط للبيانات المجمعة تعد طريقة تقريبية . والسبب في ذلك يرجع إلى أننا اعتبرنا أن تكرار كل فئة يقع في مركز تلك الفئة . وكلما زاد طول الفئة زاد بالطبع الخطأ الناتج عن هذا التقريب .

فإذا أراد الباحث أن يحصل على القيمة المضبوطة لمعامل الارتباط فعليه أن يستخدم الدرجات الخام مباشرة بدلاً من استخدام طريقة الترميز السابقة .

أما إذا استخدم الباحث طريقة الترميز وكان عدد فئات أى من المتغيرين قليلاً فإن تقدير قيمة معامل الارتباط سيكون أقل ، ما لو استخدم طريقة الدرجات الخام . وفي الحالات المتطرفة التي يكون فيها عدد فئات أى من المتغيرين فئتين

فقط تقل قيمة معامل الارتباط الناتجة عن استخدام طريقة الترميز بقدر ثلثي قيمتها عما لو استخدم طريقة الدرجات الخام . وعندما يكون عدد فئات كل من المتغيرين ١٠ تقل قيمة معامل الارتباط بقدر $\frac{1}{3}$.

ويمكن تصحيح الأخطاء الناتجة عن تجميع البيانات لأى عدد من فئات كل من المتغيرين بقسمة معامل الارتباط الناتج من استخدام طريقة الترميز على مقدار ثابت يساوى عدد هذه الفئات . وهذا التصحيح يعد ضرورياً لأن هذه الأخطاء تؤدي إلى أخطاء أيضاً عند حساب الانحراف المعياري كما ذكرنا في الفصل الرابع .

أما إذا استخدم الباحث تصحيح شبرد Sheppard Correction الذى أشرنا إليه في الفصل الرابع لكل من الانحرافين المعياريين للمتغيرين س ، ص فإنه لا يكون هنا داع لإجراء تصحيح آخر لمعامل الارتباط .

وقد أعد كل من بيترز Peters وفان فوردهيس Van Voorhis قائمة من الثوابت التي يمكن أن يستخدمها الباحث لإجراء تصحيح معامل الارتباط عندما تجمع البيانات في فئات مختلفة السعة بالنسبة للمتغيرين س ، ص .

وهذه الثوابت مبينة بالجدول الآتي رقم (٣٢) :

(١) عدد الفئات	(٢) معامل التصحيح	(٣) مربع معامل التصحيح
٢	٠,٨١٦	٠,٦٦٧
٣	٠,٨٥٩	٠,٧٣٧
٤	٠,٩١٦	٠,٨٣٩
٥	٠,٩٤٣	٠,٨٩١
٦	٠,٩٦٠	٠,٩٢٣
٧	٠,٩٧٠	٠,٩٤١
٨	٠,٩٧٧	٠,٩٥٥
٩	٠,٩٨٢	٠,٩٦٤
١٠	٠,٩٨٥	٠,٩٧٠
١١	٠,٩٨٨	٠,٩٧٦
١٢	٠,٩٩٠	٠,٩٨٠
١٣	٠,٩٩١	٠,٩٨٣
١٤	٠,٩٩٢	٠,٩٨٥
١٥	٠,٩٩٤	٠,٩٨٧

جدول رقم (٣٢)

معاملات تصحيح معامل الارتباط من الأخطاء الناتجة
عن تجميع البيانات

فإذا افترضنا أننا حصلنا على معامل ارتباط $= ٠,٦١$ من بيانات مجمعة عدد
فئات المتغير س فيها $= ٨$ ، وعدد فئات المتغير ص $= ٩$ فعندئذ يمكن الرجوع
إلى جدول رقم (٣٢) لمعرفة قيمة كل من معاملي التصحيح في الحالتين وهما :
 $٠,٩٧٧$ ، $٠,٩٨٢$ على الترتيب .

ولإجراء تصحيح معامل الارتباط الذي حصلنا عليه وهو $٠,٦١$ نطبق
الصورة الآتية :

$$r_c = \frac{r}{c_s \times c_v} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

حيث r_c = معامل الارتباط بعد تصحيحه .

r = معامل الارتباط قبل التصحيح .

c_s ، c_v = معاملي تصحيح المتغيرين s ، v ،

ويمكن الحصول عليهما من الجدول رقم (٢٢) .

فإذا طبقنا هذه الصورة على قيمة معامل الارتباط $0,41$ نجد أن :

$$r_c = \frac{0,41}{(0,977)(0,982)} = 0,426$$

أى أن معامل الارتباط بعد تصحيحه من الأخطاء الناتجة عن التجدييع = $0,426$.

وبالطبع إذا تساوى عدد فئات كل من المتغيرين يتساوى معامل تصحيح كل منهما ، ونصبح صورة التصحيح السابقة كالآتى :

$$r_c = \frac{r}{c} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

وهذا يعنى أن المقام قد أصبح مساويا لمربع معامل التصحيح لاي من s أو v .

ويمكن استخدام العمود الثالث فى الجدول رقم (٢٢) للتعويض عن قيمة c^2 المناسبة فى مثل هذه الحالة .

ونصح الباحث بتطبيق هذه الصورة عندما يكون عدد فئات كل من المتغيرين س ، ص أقل من ١٠ فئات وبخاصة إذا كان عدد الفئات ٨ أو أقل .

ويفيد تطبيق هذه الصورة في الحصول على قيمة أكثر دقة لمعامل الارتباط عندما تكون قيمته كبيرة . أما إذا كانت قيمته صغيرة وبخاصة إذا كان حجم العينة المستخدمة صغيراً أيضاً فإنه ربما لا يفيد كثيراً تطبيق هذه الصورة .

ويجب أن يراعى الباحث أن معاملات التصحيح المبينة بالجدول رقم (٣٢) قد أعدت بحيث تستخدم بوجه خاص في الحالات التي تكون فيها الفئات متساوية السعة ومتصفات الفئات تمثل التكرارات ، وأن يكون توزيع كل من المتغيرين اعتدالياً .

العوامل التي تؤثر في معامل ارتباط بيرسون :

١ - سبق أن ذكرنا في الفصل الرابع كيف أن إضافة أو طرح مقدار ثابت إلى أو من كل قيمة من قيم المتغير ، وكذلك لضرب أو القسمة في أو على مقدار ثابت تؤثر في قيمة متوسط وتباين التوزيع .

وقد أوضحنا أن بعض هذه العمليات تغير من نقطة الأصل (نقطة بدء القياس) ، ووحدة ميزان القياس .

أما في حالة الارتباط ، فإن إضافة أو طرح مقدار ثابت لا يساوي صفراً إلى أو من كل درجة من درجات أحد توزيعي المتغيرين أو كليهما ، وكذلك لضرب أو القسمة في أو على مقدار ثابت لا يغير من قيمة معامل الارتباط . أي أن قيمته لا تتغير بتغير نقطة الأصل ووحدة ميزان القياس .

وفي الحقيقة أنه يمكن باستخدام هذه النتيجة تبسيط العمليات الحسابية بأن

نطرح مقداراً ثابتاً مثلاً من كل درجة من درجات أحد المتغيرين أو كليهما إذا كانت قيم الدرجات كبيرة دون أن تتغير قيمة معامل الارتباط .

كما أن هذه النتيجة تعنى أنه يمكن إيجاد معامل الارتباط بين متغيرين مهما اختلفت وحدات قياس كل منهما .

فقيمة معامل الارتباط بين العمر والطول لا تختلف سواء كانت وحدات العمر المستخدمة هي الأعوام أو الشهور ، ووحدات الطول هي الأقدام أو السنتيمترات .

وفي الحقيقة أن عدم تأثير معامل الارتباط بتغير وحدة القياس أو نقطة الأصل لأى من المتغيرين أو كليهما يجعل معامل الارتباط من المقاييس الإحصائية ذات الأهمية التطبيقية الكبيرة .

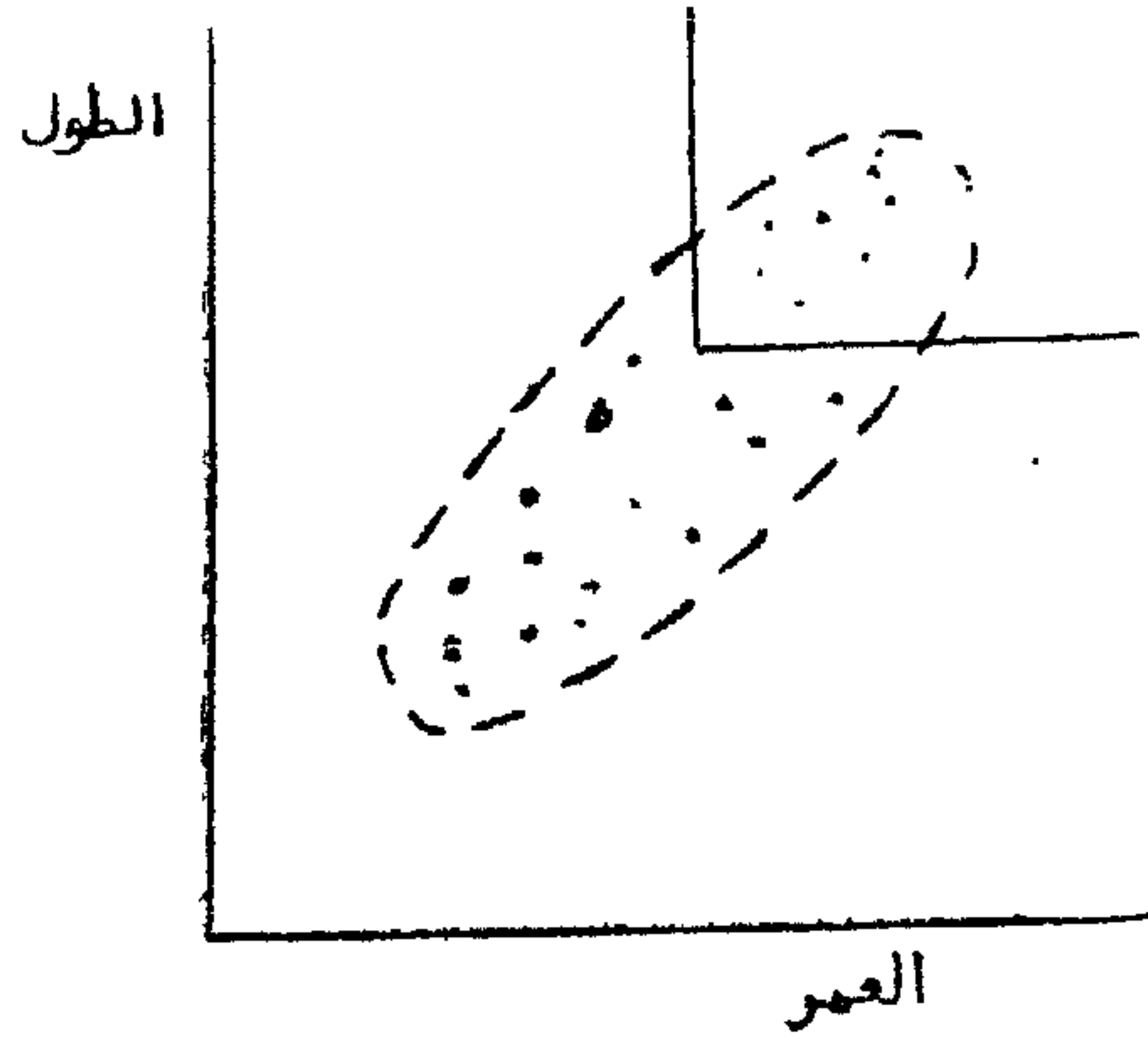
٢ — تتأثر قيمة معامل الارتباط بمدى تباين درجات كل من التوزيعين، فقيمة معامل الارتباط المحسوبة من مجموعة من الدرجات المتباينة إلى حد كبير تكون أكبر من قيمته إذا كانت مجموعة الدرجات متقاربة في أحد المتغيرين أو كليهما .

فمثلاً إذا حسبنا معامل الارتباط بين نسب ذكاء ودرجات تحصيل مجموعة من الطلاب الذين يختلفون اختلافاً واضحاً في قدراتهم فإثنا ربما نجد أن قيمة هذا المعامل مرتفعة عما لو كانت مجموعة الطلاب من المتفوقين عقلياً . فعامل الارتباط في هذه الحالة من المحتمل أن تكون قيمته منخفضة جداً بسبب تجانس المجموعة .

وهذا يوضح أن قيمة معامل الارتباط بين متغيرين يكون لها معنى فقط إذا حدد الباحث طبيعة وتكوين المجموعة موضع البحث .

وأحياناً يحصل الباحث على معامل ارتباط منخفض زائف أو وهمي Spurious Correlation ناتج عن تضيق مدى قيم أحد المتغيرين . فمثلاً إذا كان الباحث مهتماً بإيجاد العلاقة بين عمر وطول مجموعة من الأطفال الذين

تتراوح أعمارهم بين ٣ أعوام ، ١٦ عاما . فإنه سيحصل بلا شك على معامل ارتباط مرتفع بين المتغيرين . أما إذا ضيق مدى أحد هذين المتغيرين بأن أوجد معامل الارتباط بين العمر والطول بالنسبة للأطفال الذين تتراوح أعمارهم بين ٩ ، ١٠ أعوام فقط ، فإنه سيجد أن معامل الارتباط قد انخفض إلى حد كبير ويمكن توضيح ذلك بالشكل الآتي رقم (٤٧) :



شكل رقم (٤٧)

شكل انتشاري يوضح قيمة مرتفعة لمعامل الارتباط

بين العمر والطول على مدى متسع لكل منهما

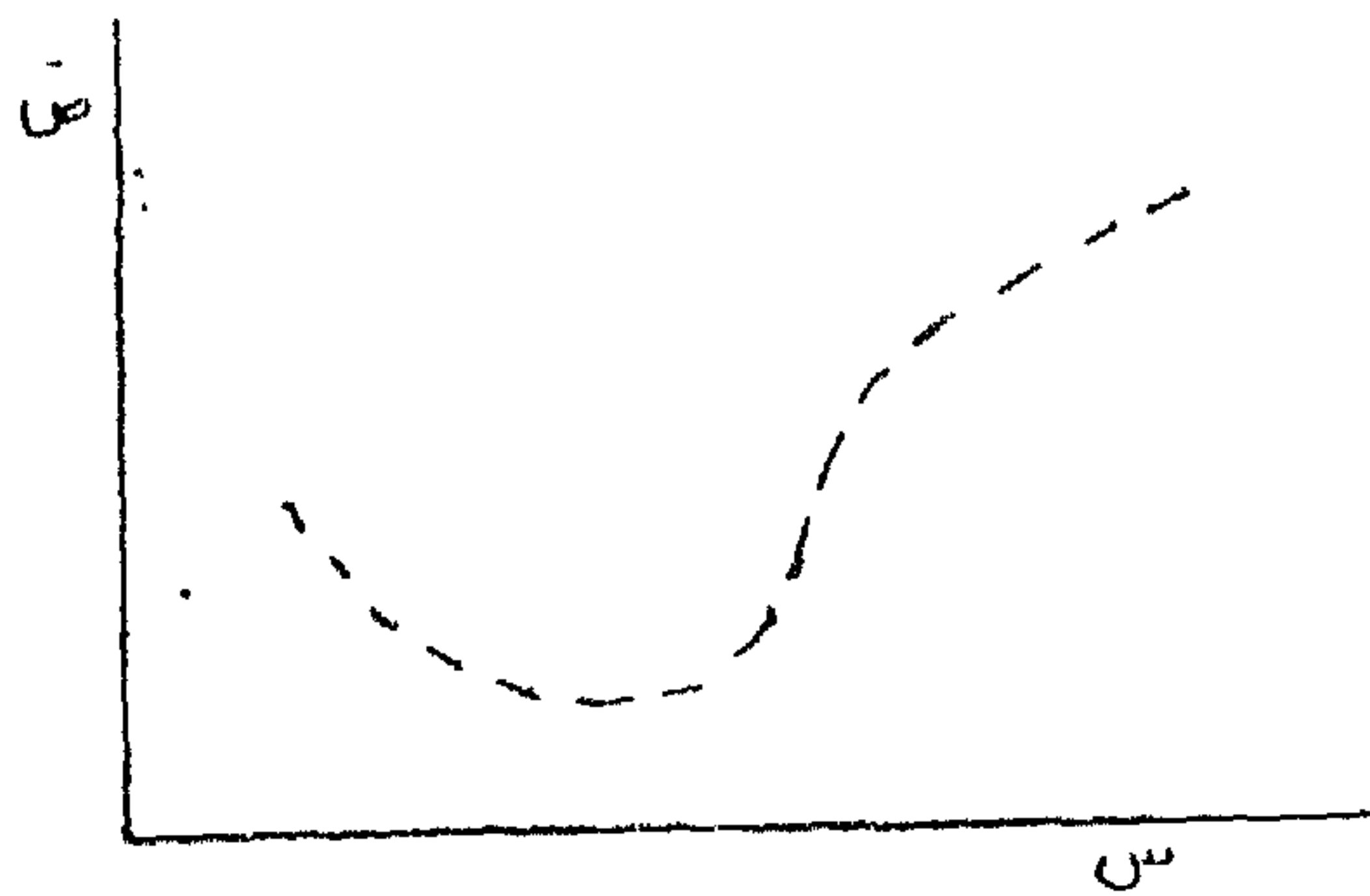
ويوضح انخفاض قيمته عند تضيق مدى المتغيرين

فبالنظر إلى شكل رقم (٤٧) نجد أن قيمة معامل الارتباط بين المتغيرين تكون كبيرة إذا أخذنا في الحسبان المدى السكلي لهما . إما إذا نظرنا إلى الجزء العلوي الأيمن من الشكل فسنجد أن هذه القيمة قد انخفضت بسبب تضيق هذا المدى .

وكثيراً ما يواجه الباحث النفسي والتربوي مثل هذه المشكلة وهي مشكلة تضيق أو بتراد السكلي لأحد المتغيرين أو كليهما ، بحيث إن كثيراً من

الباحثين يجرون أبحاثهم على طلاب المدارس الثانوية والجامعات الذين يتم اختيارهم على أساس عدد من المتغيرات مثل الذكاء والتحصيل المرتفع . ولذلك فإن هؤلاء الطلاب وبخاصة في السكليات المختلفة يكونون بمثابة مجموعة متجانسة بالنسبة لهذه المتغيرات، ويترتب على ذلك أن الباحث عندما يوجد العلاقة بين اختبارات الذكاء أو الاستعدادات وتقديرات الطلاب في الدراسة الجامعية مثلا سيجد أن معامل الارتباط الناتج ربما يكون منخفضا بسبب تضيق المدى . كما أنه يجب أن يتوقع أن قيمة معامل الارتباط ستكون أكثر انخفاضا بالنسبة للسكليات التي تنتقى طلابها من حصلوا على درجات عالية في اختبارات الاستعدادات مثلا .

٣ — يفترض عند إيجاد معامل الارتباط أن العلاقة بين المتغيرين علاقة خطية . فإذا نظرنا إلى الشكل الآتي رقم (٤٨) نجد أن هناك تناظرا تاما بين المتغيرين ، ولكن التناظر ليس خطيا ، وأن درجة العلاقة بين المتغيرين ستكون أقل مما هي عليه حقيقة إذا استخدم الباحث في ذلك معامل ارتباط بيرسون . وسوف نناقش الارتباط المنحني في الفصل الحادي عشر .



شكل رقم (٤٨)

شكل انتشاري يوضح علاقة منحنية بين متغيرين

٤ — لكي تصل قيمة معامل ارتباط بيرسون إلى قيمتها العظمى
وهما $+ 1$ ، $- 1$ يجب أن يكون توزيعا المتغيرين لهما نفس الشكل . مثلاً إذا
كان أحد المتغيرين متصلًا والآخر من نوع المتغير الثنائي (أي الذي تكون قيمته
إما واحداً صحيحاً أو صفراً مثلاً) ، فإن معامل الارتباط سوف يكون دائماً أقل
من الواحد الصحيح . وبالمثل إذا كان توزيع أحد المتغيرين ملتوياً إلى اليسار بينما
كان توزيع المتغير الآخر ملتوياً إلى اليمين ، فإن معامل الارتباط سوف يكون
أيضاً أقل من الواحد الصحيح .

تفسير معامل ارتباط بيرسون .

يتضح مما سبق أن معامل الارتباط بين متغيرين هو قيمة مجردة تعبر عن
العلاقة القائمة بين المتغيرين بحيث تنحصر بين $+ 1$ ، $- 1$. ويعبر عادة عن
قيمة معامل الارتباط بكسر عشري .

وهنا يجب أن نحذر الباحث من الوقوع في خطأ تفسير معامل الارتباط على
أنه قيمة مطلقة مثل القيمة المناظرة للطول أو الوزن مثلاً ، أو على أنه نسبة مئوية .
مثلاً معامل الارتباط $0,25$. لا يعتبر نصف معامل الارتباط $0,5$ ، ومعامل
الارتباط $0,5$. لا يعتبر نصف معامل الارتباط الذي قيمته واحد صحيح .

كما أن الفرق بين معاملي الارتباط $0,4$ ، $0,6$ لا يساوي الفرق بين معاملي
الارتباط $0,7$ ، $0,9$. فمعامل الارتباط هو مقدار مجرد ولا يقاس على
ميزان خطي وحداته متساوية .

كما لا يجب تفسير معامل الارتباط على أساس وحدات الدرجات الأصلية
حيث إن قيمة معامل الارتباط تكون مستقلة — كما سبق أن ذكرنا — عن
الوحدات التي يقاس بها المتغيران والقيم التي يأخذها كل منهما .

وأحياناً يعتبر الباحث أن معامل الارتباط الذي تنحصر قيمته بين $0,3$ ،
 $0,7$. متوسط القيمة أي يعبر عن علاقة ارتباطية متوسطة ، بينما يعتبر أن معامل
الارتباط الذي تقل قيمته عن ذلك منخفضاً .

أما إذا زادت قيمته عن ذلك فإنه يعتبره مرتفعاً . ولكن هذه الاعتبارات خاطئة من وجهة نظر الأساليب الاستدلالية في تحليل البيانات والتي سنعرض لها بالتفصيل في الجزء الثاني من الكتاب ، فدلالة معامل الارتباط هي دالة لحجم العينة ، حيث إن قيمة معامل الارتباط المرتفعة التي يحصل عليها الباحث باستخدام عينات صغيرة ربما لا يكون لها أى معنى على الإطلاق من ناحية الاستدلال على الارتباط في المجتمع الأصل الذي استمدت منه هذه العينات .

كما أن هذه الاعتبارات خاطئة أيضاً من وجهة نظر الأساليب الوصفية في تحليل البيانات، حيث إن طبيعة كل من العينة والمتغيرات موضع البحث، والفرض من استخدام معامل الارتباط، تعتبر من العوامل التي تحدد ما إذا كانت قيمة معامل الارتباط مرتفعة أم منخفضة. فمثلاً معامل الارتباط بين اختبار استعداد طبق على مجموعة من تلاميذ الصف السابع ودرجاتهم في اختبارات التحصيل عند التحاقهم بالكلية والذي قيمته 0.70 ، ربما لا يكون له معنى . بينما معامل الارتباط بين صورتين متكافئتين من اختبار تحصيلي والذي تبلغ قيمته 0.70 ، ربما يعتبر منخفضاً بما يستدعي مراجعة أى من الاختبارين أو كليهما .

ويجب أن يلاحظ الباحث أيضاً أن مقدار العلاقة بين متغيرين لا تعتمد على إشارة معامل الارتباط . فعامل الارتباط -0.70 يعبر عن نفس مقدار العلاقة بين متغيرين معامل الارتباط بينهما $+0.70$ ، فالفرق بينهما يكون في اتجاه العلاقة .

وربما يواجه الباحث أيضاً مشكلة أخرى عند تفسير معامل الارتباط تنتج من فكرة أن إضافة أو طرح مقدار ثابت إلى أو من كل قيمة من قيم أحد المتغيرين لا تغير من قيمة معامل الارتباط . فإذا افترضنا أن الباحث أراد تحديد العلاقة بين درجات اختبار طبق على نفس المجموعة في مرتين مختلفتين . فإذا حصل على معامل ارتباط مرتفع ربما تكون درجات المجموعة في المرة الثانية أعلى أو أقل من درجاتهم في المرة الأولى . وبالمثل معامل الارتباط المرتفع بين درجات مجموعة من الأطفال في اختبار في القدرة على القراءة ، واختبار في القدرة العددية

ليس دليلاً على أن نمو القدرتين عندهما متكافئ . فمعامل الارتباط هو قيمة تدل على التغاير أو التباين المتلازم Concomittant Variation بين المتغيرين ، ولا يشير إلى مقدار المتغيرين .

ومن الطرق المفيدة في تفسير القيم المختلفة لمعامل الارتباط (ر) هو تربيع هذه القيم أى الحصول على قيمة (ر^٢) . والمقدار (ر^٢) هو النسبة بين التباين الكلى لأحد المتغيرين والجزء من هذا التباين الذى يمكن التنبؤ به باستخدام المتغير الثانى . أى أن ر^٢ هى الجزء من التباين فى أحد المتغيرين الذى يمكن أن ننبأ به باستخدام المتغير الثانى . فإذا كان معامل الارتباط بين متغيرين هو ٠,٧٠٧ . مثلاً ، فإن $R^2 = (0,707)^2 = 0,50$ تقريباً ، وعندما $R = 0,5$ ، فإن $R^2 = 0,25$ ، ولذلك فإنه يمكن اعتبار أن معامل الارتباط ٠,٧٠٧ ضعف معامل الارتباط ٠,٥ . حيث إن نسبة ر^٢ فى الحالتين هى ٢ : ١ تقريباً .

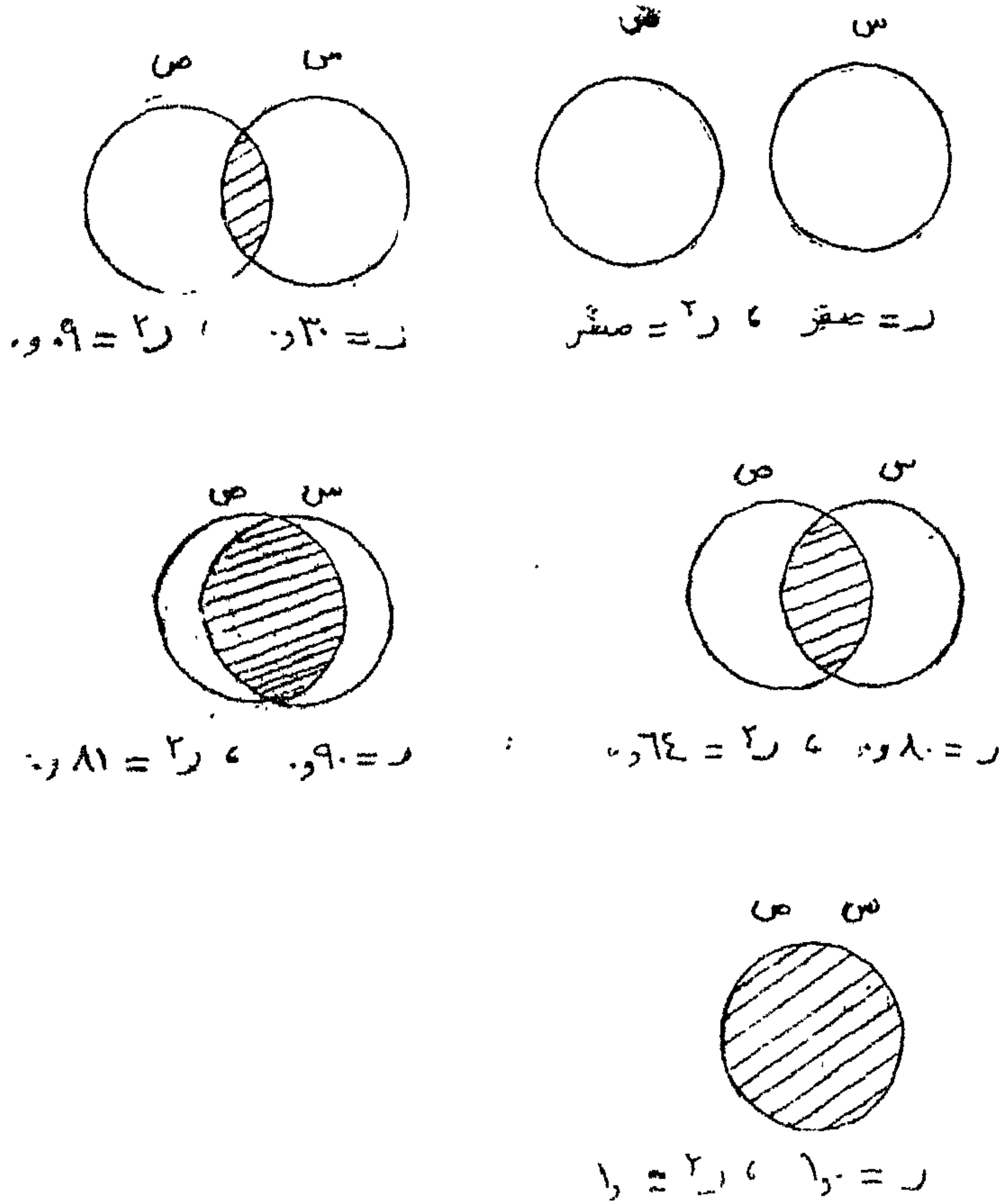
ولتوضيح ذلك نفترض أن اختباراً ما طبق على مجموعة من الطلاب قبل البدء فى برنامج تعليمى معين ، وطبق اختبار آخر بعد انتهاء فترة البرنامج . فإذا حسبنا معامل الارتباط بين درجات الاختبارين وربعنا المعامل الناتج فإنه يمكن تفسير ر^٢ على أنها نسبة تباين درجات الاختبار الثانى التى ترجع إلى أو يمكن التنبؤ بها باستخدام درجات الاختبار الأول . وهذا الجزء من التباين فى درجات الاختبار الثانى لا يرجع إلى أثر البرنامج التعليمى وإنما كان هذا التباين موجوداً قبل بدء الطلاب فى تعلم الخبرة التعليمية التى يقدمها البرنامج .

وإذا افترضنا أن معامل الارتباط بين درجات الطلاب فى اختبار للذكاء واختبار فى التحصيل هو ٠,٥ . فهنا يمكن أن نستنتج أن (٠,٥٠)^٢ أى ٠,٢٥ من تباين درجات اختبار التحصيل إنما ترجع إلى اختلاف الطلاب فى الذكاء كما يقاس باختبار الذكاء . ويسمى أحياناً المقدار ر^٢ معامل التحديد Coefficient of Determination أو التباين المشترك بين المتغيرين . لأن قيمته تمر عن ذلك الجزء من التباين فى أحد المتغيرين الذى يمكن تحديده أو التنبؤ به باستخدام المتغير الآخر . فإذا كان معامل الارتباط $R = 0,80$ ، فإن $R^2 = 0,64$. وهذا يعنى أن هناك تبايناً مشتركاً بين المتغيرين نسبته ٠,٦٤ .

وإذا كانت $r = 1$ فإن $r^2 = 1$ ويكون هناك تباين مشترك بين المتغيرين نسبته 100% ، وإذا كانت $r = 0$ فإن $r^2 = 0$ صفر ولا يكون هناك تباين مشترك بين المتغيرين .

ويمكن توضيح فكرة التباين المشترك بالرسم بأن تمثل كلا من المتغيرين بدائرة، ويمثل الجزء من المساحة المحصورة بين الدائرتين (جزء التقاطع) بالتباين المشترك بين المتغيرين .

والأشكال الآتية رقم (٤٩) توضح التباين المشترك بين متغيرين - وهو الجزء المظلل - عندما تكون $r = 0$ ، 30% ، 80% ، 90% ، 100% .



شكل رقم (٤٩)

ويسمى المقدار ١-٢ بمعامل الاغتراب أو عدم التحديد Coefficient of Nondetermination لأن قيمته تعبر عن الجزء من التباين في أحد المتغيرين الذي لا نستطيع التنبؤ به أو تحديده باستخدام المتغير الآخر .

ونظراً لأن قيمة r تختلف عن قيمة r^2 ، فإنه يجب على الباحث أن يحتاط عند تفسير قيمة معامل الارتباط بين متغيرين .

فمثلاً إذا نظرنا إلى الجدول الآتي رقم (٢٣) :

الجزء من التباين المشترك (r^2)	معامل الارتباط (r)
٠,٠١	٠,١٠
٠,٠٤	٠,٢٠
٠,٠٩	٠,٣٠
٠,١٦	٠,٤٠
٠,٢٥	٠,٥٠
٠,٣٦	٠,٦٠
٠,٤٩	٠,٧٠
٠,٦٤	٠,٨٠
٠,٨١	٠,٩٠
١,٠٠	١,٠٠

جدول رقم (٢٣)

قيم r^2 المناظرة لقيم r المختلفة

نلاحظ أن معاملات الارتباط التي تتراوح بين ٠,١٠ ، ٠,٣٠ ، تبين أن جزءاً صغيراً من التباين في y يقترن بتباين x (١٪ إلى ٩٪) وفي الحقيقة أن معامل الارتباط ٠,٥٠ الذي يعتبره كثير من الباحثين في العلوم السلوكية والتربوية معاملاً مرتفعاً ، يعني أن ٢٥٪ من التباين في المتغير y يقترن بالتباين في المتغير x . وهذا يعني أيضاً أن ٧٥٪ من التباين في y يقترن بعوامل

أخرى تختلف عن المتغير س . ومن هذا يتبين أن الباحث يحتاج إلى معامل ارتباط مقداره ٠,٧١ . لكي يعتبر أن نصف التباين في المتغير ص يقترن بالتباين في المتغير س كما يتضح من الجدول السابق .

وسوف نناقش فكرة التباين المشترك بالتفصيل في فصل قادم عند مناقشتنا لمفهوم الانحدار والتنبؤ .

العلاقة والعلية : Correlation and Causation

من الأخطاء الشائعة التي يمكن أن يقع فيها الباحث عند تفسيره لمعامل الارتباط — اعتبار أن معامل الارتباط المرتفع دليل على علاقة سببية أو علية أو علاقة أثر ونتيجة .

فمثلاً ربما يقوم باحث بدراسة عادات الاستذكار لدى طلاب السكيات ويجد أن هناك معامل ارتباط سالب بين مقدار الزمن الذي يستغرقه الطالب في الاستذكار وتقديره العام في امتحانات آخر العام . فهنا لا يستطيع تفسير هذه النتيجة بأن سبب حصول الطلاب على تقديرات مرتفعة هو قلة الزمن الذي يقضونه في الاستذكار .

ولكن ربما يمكن القول بأنه كلما كان الطالب أكثر ذكاءً قل الزمن الذي يستغرقه في الاستذكار عن الطالب الأقل ذكاءً .

أو ربما يجد باحث آخر معامل ارتباط مرتفع بين ذاكرة الأشكال وذاكرة الكلمات ولكن ليس هذا دليلاً على أن أحدهما يسبب الآخر . إذ يمكن في الحقيقة اعتبار أن عامل التذكر ربما يكون أحد العوامل العامة المسؤولة عن مثل هذا الأداء التذكري مهما اختلف شكله .

أو ربما يجد باحث علاقة بين درجات اختبار في الذكاء ومقياس للأداء الحركي عند مجموعة من الأطفال مداهما العمرى متسع . مثل هذه العلاقة ربما تكون

راجعة إلى أن اختبار الذكاء والقدرة الحركية كلاهما يرتبط بالعمر ، فإذا عزلنا أثر العمر ربما نجد أن هذه العلاقة تنعدم .

فعرفة مقدار واتجاه العلاقة بين متغيرين ليست كافية لاقتراح نوع من العلية المباشرة على هذه العلاقة . إذ أن هذا يتطلب دراسات تجريبية على المتغيرات . ولكن توجد حالات يحاول فيها الباحث استخدام معامل الارتباط بين متغيرين لاقتراح أن هناك تأثيرا سببيا أو تأثيرا له اتجاه معين . والمثال الشائع هو العلاقة بين تدخين السجائر والإصابة بسرطان الرئة . فقد استنتج الباحثون — على أساس منطقي — أن التدخين يسبب سرطان الرئة بدلا من استنتاجهم أن احتمال الإصابة بسرطان الرئة يسبب زيادة التدخين . ولكن من الممكن أن يكون هناك عوامل أخرى مثل العوامل الوراثية مثلا هي التي تسبب كلا من التدخين وسرطان الرئة . ولكي يعزل العلماء أثر هذه العوامل حاولوا التأثير المعمل على مجموعة من الفئران بغرض تكوين خلايا سرطانية عندهم ، واستطاعوا بذلك أن يؤكدوا للمتشككين أن العلاقة بين التدخين وسرطان الرئة هي علاقة سببية ، وليست علاقة ناتجة عن عامل ثالث غير معلوم .

وغاية القول أنه إذا ارتبط متغيران أ ، ب فإنه يمكن أن توجد ثلاث علاقات عليية هي أن :

أ تسبب ب

ب تسبب أ

ج تسبب كلا من أ ، ب

وسوف نناقش مشكلة التوصل إلى علاقات عليية باستخدام مفهوم الارتباط والانحدار في أحد فصول الباب الثالث عن تحليل المسارات Path Analysis .

تمارين على الفصل السابع

١ — فيما يلي مجموعة من أزواج الدرجات في متغيرين س ، ص :

س	٥	١٠	٢	٣	١	٢	٤	٨	٦	٩
ص	٩	٨	٦	٧	٢	٣	٦	٤	٦	٨

- ارسم شكلاً انتشارياً لهذه البيانات .
- احسب معامل ارتباط بيرسون باستخدام الدرجات المعيارية .
- فسر قيمة المعامل الناتج باستخدام مفهوم التباين المشترك .

٢ — فيما يلي مجموعة من أزواج القيم في متغيرين س ، ص :

س	١	٤	٤	٥	٥	٦	٧	٨
ص	٩	٧	٨	٦	١	٦	٢	١

- ارسم شكلاً انتشارياً لهذه البيانات
- هل العلاقة بين س ، ص خطية ؟
- احسب معامل ارتباط بيرسون باستخدام الدرجات المعيارية مرة وباستخدام الدرجات الخام مرة أخرى ، وقارن بين النتيجةين .
- فسر قيمة معامل الارتباط الناتج .

٣ — إذا أعطيت البيانات الآتية لدرجات متغيرين س ، ص ، وكذلك دس ، دص ، أى الدرجات المعيارية المناظرة لكل قيمة من س ، ص ، وكذلك س + ٢ ، أى قيم س بعد إضافة ٢ إلى كل منها :

س	ص	دس	دص	س + ٢
٢	٢	١,٥-	١,٥-	٤
٤	٦	٠,٥-	٠,٥+	٦
٥	٥	صفر	صفر	٧
٦	٤	٠,٥+	٠,٥-	٨
٨	٨	١,٦+	١,٥+	١٠

احسب :

- (أ) معامل ارتباط بيرسون بين س ، ص
- (ب) معامل ارتباط بيرسون بين دس ، دص .
- (ج) معامل ارتباط بيرسون بين س ، س + ٢ .
- (د) معامل ارتباط بيرسون بين ص ، ص + ٢
- (هـ) معامل ارتباط بيرسون بين دس ، ص
- (و) معامل ارتباط بيرسون بين دص ، س
- (ل) قارن بين قيم معاملات الارتباط الناتجة من (أ) ، (ب) ، (ج) ، (د) ، (هـ) ، وعلل تساوي أو اختلاف هذه القيم .

٤ — ما قيمة معامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص اللازمة لكي يعتمد
٧٥٪ من تباین س على تباین ص ؟

٥ — أوجد معامل الارتباط للبيانات الآتية باستخدام طريقة الانحرافات :

س	١	٢	٣	٤	٥
ص	٢	١	٤	٥	٣

٦ - أوجد معامل الارتباط بين أزواج الدرجات الآتية :

٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	س
٤	٣	٢	١	٢	٢	٤	ص

هل • يعد استخداماً مناسباً لمعامل الارتباط ؟

٧ - فيما يلي مجموعة من أزواج الدرجات :

٦	٥	٤	٣	٢	١	س
٩	١١	٤	٣	١	٢	ص

فإذا كان توزيع المتغير س متماثلاً، وتوزيع المتغير ص ملتوياً . احسب معامل الارتباط بين س، ص . ما هي أكبر قيمة يصل إليها معامل الارتباط بين س، ص ؟ وما هي أقل قيمة ؟

٨ - طبق باحث اختباراً تحصيلياً على مجموعة مكونة من ١٣ تلميذاً لقياس مهاراتهم في إجراء العمليات الحسابية البسيطة المرتبطة بالجمع . وقد قسم الاختبار إلى نصفين متكافئين تقريباً . وفيما يلي البيانات التي حصل عليها بالنسبة لنصفي الاختبار :

النصف الأول	النصف الثاني
متوسط الدرجات ٥	٧
الانحراف المعياري ٢	٤

وبمجموع حصل ضرب انحرافات درجات كل تلميذ عن المتوسط في كل من نصفي الاختبار ٢٦ .

(أ) أوجد معامل الارتباط بين نصفي الاختبار .

(ب) فسر قيمة معامل الارتباط الناتجة .

٩ - فيما يلي الزمن باندقائق الذى استغرقه طالب فى تعلم قائمتين من الكلمات الفرنسية إحداهما فى الصباح والاخرى فى المساء .

المساء (ص)	الصباح (س)	المساء (ص)	الصباح (س)	المساء (ص)	الصباح (س)
٢٧	١٨	٢٠	٢١	١٦	١٥
٢٨	٢٢	١٥	١٧	٢٨	٢١
٢٥	٢٧	٢٩	٢١	٢٢	١٧
١٨	١٩	١٨	٢٢	٢٣	٢٣
٢٢	٢٣	٢١	١٨	١٧	٢٣
٢٢	١٤	٢٣	٢٥	١٧	١٢
٢٦	٢٦	١٩	١٣	٢٥	٢٨
٢١	٢٤	٢٤	٢٠	٢٦	٢٣
٢٣	١٩	٢٦	١٦	٢٤	١٦
		٢٥	٢٤	٢٩	٢٥
				٢١	٢٢

(أ) كون جدولاً تكررانياً مزدوجاً لهذه الدرجات مستخدماً القوائم الآتية:

١٠ - ١٤ ، ١٥ - ١٩ ، ٢٠ - ٢٤ ، ٢٥ - ٢٩ لكل من س ، ص .

(ب) احسب قيمة معامل الارتباط بين س ، ص للبيانات المجمعة التى حصلت عليها فى (أ) .

(ج) أوجد قيمة معامل الارتباط بعد تصحيحه من الخطأ الناتج عن التجميع، وفسر القيمة الناتجة .

١٠ - احسب معامل الارتباط للبيانات المجمعة الآتية ، حيث س ، ص ترمزان للطول بالسنتيمتر والوزن بالكيلو جرام لمجموعة من الطلاب على الترتيب.

الطول بالسنتيمتر (س)

٧٧-٧٥ ٧٤-٧٢ ٧١-٦٩ ٦٨-٦٦ ٦٥-٦٣ ٦٢-٦٠

			١	٣	٢	١٢٩-١١٠
		١	٤	١		١٤٩-١٣٠
	١	٥	٣	١		١٦٩-١٥٠
١	٣	٦	٢			١٨٩-١٧٠
١	٤	٥	١			٢٠٩-١٩٠
	٣	١				٢٢٩-٢١٠
١	١					٢٤٩-٢٣٠

الوزن بالسكيلو
ثلاث
(س)

١١ - فيما يلي توزيع تكراري مزدوج لدرجات اختبارين س ، ص
أحدهما في اللغة الإنجليزية والآخر في الإحصاء .

درجات الاختبار (س)

١٠٠-٨١ ٨٠-٦١ ٦٠-٤١ ٤٠-٢١ ٢٠-١

		١	٢	١	٢٠-١
	١	٣	٤		٤٠-٢١
١	٦	٥	١		٦٠-٤١
٣	٣	٢			٨٠-٦١
٤	٢	١			١٠٠-٨١

درجات الاختبار
(س)

(أ) أوجد معامل الارتباط بين س ، ص .

(ب) فسر معامل الارتباط الذي حصلت عليه .

(ج) هل من الضروري تصحيح معامل الارتباط من الخطأ الناتج عن التجميع؟

ولماذا؟

(د) ما عدد الطلاب الذين حصلوا على الدرجات ٤١ — ٦٠ في اختبار اللغة الإنجليزية وفي نفس الوقت حصلوا على الدرجات ٦١ — ٨٠ في اختبار الإحصاء ؟
(هـ) ما نسبة الطلاب الذين حصلوا على درجات تقل عن ٦٠ في الاختبار (س) ؟

(و) ما عدد الطلاب الذين حصلوا على درجات أعلى من ٦٠ في الاختبار (س) بينما تقل درجاتهم عن ٨٠ في الاختبار (ص) ؟

الفصل الثامن

مقاييس العلاقة إذا كان كل من المتغيرين
من المستوى الاسمي

معامل التنبؤ غير المتماثل لجتمان .

معامل التنبؤ المتماثل لجتمان

معامل الاقتران ليول

معامل التجميع ليول

معامل الاقتران لبيرسون

معامل الاقتران لتشوبرو

مقدمة :

عرضنا في الفصل السابع أحد المقاييس الإحصائية الهامة التي تستخدم في إيجاد العلاقة بين متغيرين تم قياس كل منهما على ميزان فترى أو نسبي ، وهذا المقياس الإحصائي هو معامل ارتباط بيرسون .

وهنا يجدر بالباحث أن يتذكر التمييز الذي عرضناه في الفصل الأول بين أنواع «وازين أو مستويات القياس Scales of Measurement وهي الميزان الاسمي ، والميزان الرتبي ، والميزان الفترى ، والميزان النسبي فاختلف موازين قياس المتغيرات يؤدي بالضرورة إلى اختلاف طرق إيجاد معاملات الارتباط ، وبعض هذه الطرق يمكن أن تشتق مباشرة من معامل ارتباط بيرسون ، والبعض الآخر يعتمد على طرق إحصائية أخرى . وهذه الطرق المختلفة لإيجاد معاملات الارتباط تستخدم في الحالات الآتية :

- ١ - إذا كان كل من المتغيرين من المستوى الاسمي .
- ٢ - إذا كان كل من المتغيرين من المستوى الرتبي .
- ٣ - إذا كان أحد المتغيرين من المستوى الاسمي ، والآخر من المستوى الرتبي .
- ٤ - إذا كان أحد المتغيرين من المستوى الاسمي ، والآخر من المستوى الفترى أو النسبي .
- ٥ - إذا كان أحد المتغيرين من المستوى الرتبي والآخر من المستوى الفترى .
- ٦ - إذا كان أحد المتغيرين أو كلاهما من النوع الثنائي Dichotomous .

وسوف نعرض لكل حالة من هذه الحالات بالتفصيل في فصل مستقل من حيث الطرق المختلفة لإيجاد مقاييس العلاقة أو الاقتران ، ونفسير واستخدامات هذه المقاييس . لذلك سنقتصر في هذا الفصل على مناقشة بعض طرق إيجاد معاملات الارتباط أو درجة الاقتران بين متغيرين كل منهما من المستوى الاسمي . وسنبدا بمناقشة أهم هذه المعاملات ، وهو معامل التنبؤ الذي ينسب إلى جتمان

Guttman's Coefficient of Predictability.

وترجع أهمية هذا المعامل إلى أنه لا يضع قيوداً على عدد الأقسام Categories التي يشتمل عليها الميزان الاسمي لكل من المتغيرين ، كما لا يتطلب فروضاً معينة عن توزيع كل من المتغيرين ، بالإضافة إلى أنه من السهل تفسيره تفسيراً مباشراً .

ومن الأمور المعروفة في الإحصاء أن كل مقياس إحصائي له رمز اصطلاح عليه ليشير إلى المقياس . ولكن معامل التنبؤ لجتمان ليس له رمز متفق عليه ، فأحياناً يرمز له بالحرف الإنجليزي G وأحياناً يكتب g ، ولكن كثير من مراجع الإحصاء الحديثة أصبحت ترمز له بالحرف اليوناني κ وتقرأ (كلبدا) . ولذلك سنلتزم بهذا الحرف في هذا الكتاب تمشياً مع هذه المراجع .

معامل التنبؤ لجتمان :

(أولاً) معامل التنبؤ غير المتماثل (κ ع) :

يرى جتمان Guttman أنه يمكن اعتبار الاقتران بين متغيرين هو مشكلة تخمين . فإذا اقترن متغير بمتغير آخر فإن هذا يعني أنه يمكن تخمين قيم أحد المتغيرين إذا علمنا قيم المتغير الآخر . وقيمه معامل الاقتران أو الارتباط تلخص الدرجة التي تسهم بها معرفتنا لقيم أحد المتغيرين في تخمين قيم المتغير الآخر . فإذا أدت هذه المعرفة إلى التخمين بدرجة تامة من الثقة فإن قيمة هذا المعامل تساوى

الواحد الصحيح . أما إذا لم يكن لهذه المعرفة أى فائدة على الإطلاق فى مثل هذا التخمين فإن قيمة هذا المعامل تساوى الصفر . أى أن زيادة قيمة معامل الاقتراح أو الارتباط بين متغيرين يعنى زيادة قدرتنا على التخمين الدقيق لقيم أحد المتغيرين على أساس معرفتنا لقيم المتغير الآخر .

ومعامل التنبؤ لجثمان (λ) يتفق وهذا الشرط . فهو معامل يدل على درجة الاقتراح بين متغيرين كل منهما من المستوى الاسمى (التصنيفى) .

ولكى نوضح للباحت الأساس المنطقى الذى بنى عليه هذا المعامل يعرض فترين المثال الآتى :

نفترض أننا طلبنا من ٥٠ طالبا فى إحدى السكليات أن يجيبوا على سؤال يتضمن مشكلة من مشكلات مادة المنطق ، وبعد تقدير درجة كل منهم على السؤال حصلنا على النتائج الآتية :

$$\begin{array}{rcl} \text{عدد الإجابات الصحيحة} & = & 30 \\ \text{عدد الإجابات الخاطئة} & = & 20 \\ \hline \text{المجموع الكلى} & = & 50 \end{array}$$

ونفترض أنه قد طلب منا أن نخمن أفضل تخمين عن أداء أو إجابة هذه المجموعة من الطلاب ككل ، أى تخمين ما إذا كانت الإجابة الشائعة صحيحة أم خطأ . فنظراً لأن هذه البيانات من المستوى الاسمى ، فإن المنوال يمثل أفضل تخمين فى هذه الحالة . ويمكن أن يتضح ذلك إذا قارنا بين كل من التخمينين المحتملين .

فإذا نحن أعددنا أن كل طالب فى المجموعة أجاب إجابة صحيحة على السؤال (على أساس أن هؤلاء الطلاب يمثلون المجموعة المنوالية) فإن ذلك يعنى أنه يوجد عدد قدره ٣٠ من التخمينات غير الصحيحة من بين ٥٠ تخميناً .

أما إذا اختار أحدها أن يخمن أن جميع الطلاب أجابوا إجابة خطأ على السؤال (وهؤلاء يمثلون المجموعة غير المنوالية) فإن هذا يعنى أنه يوجد عدد قدره ٣٠ من التخمينات غير الصحيحة من بين ٥٠ تخميناً .

ومن هذا يتضح أن التخمين الخاص بالمجموعة المنوالية يؤدي إلى أخطاء أقل في التخمين .

فإذا كان التخمين في هذا المثال هو أن جميع الطلاب أجابوا إجابة صحيحة ، فإن ترجيح الخطأ في التخمين يكون ٢٠ : ٥٠ . ويمكن أن نطلق على متغير الإجابة على سؤال المنطق لمسم و المتغير التابع .

والآن نفترض أننا استطعنا الحصول على بعض معلومات عن كل طالب في المجموعة السابقة في متغير آخر وليكن ، الخبرة السابقة في الرياضيات . ويمكن أن نطلق على هذا المتغير اسم ، المتغير المستقل ، لأننا سوف نستخدمه في محاولة تخمين قسمي المتغير التابع .

فإذا افترضنا أن ٢٥ طالبا منهم قد سبق لهم دراسة الرياضيات ، أما بقيتهم فلم يسبق لهم دراستها ، وأمکننا تكوين جدول الاقتران الآتي (جدول رقم ٢٤) :
الإجابة على سؤال المنطق

المجموعة	صحيحة	خطأ	المجموع الكلى
طلبة درسوا الرياضيات	٢٢	٣	٢٥
طلبة لم يدرسوا الرياضيات	٨	١٧	٢٥
المجموع الكلى	٣٠	٢٠	٥٠

جدول رقم (٣٤)

جدول اقتران بين متغيرين من المستوى الاسمى

فباستخدام البيانات الموضحة في هذا الجدول يمكننا أن نصل إلى تخمينات تختلف عن التخمينات التي توصلنا إليها في حالة المتغير الواحد فيما يتصل بأداء أو إجابة الطلاب على سؤال المنطق لأننا سنأخذ في اعتبارنا المتغير الجديد وهو « خبرة الطلاب السابقة في الرياضيات » . وقد قسمنا الطلاب إلى مجموعتين إحداهما درست الرياضيات والآخرى لم تدرسها ، ومن ثم يمكن تخمين أداء كل من المجموعتين على حدة في سؤال المنطق . فإذا كان هناك اقتران بين الخبرة السابقة في الرياضيات والإجابة على سؤال المنطق فإن هذا سيجعل أخطاء التخمين أقل منها في حالة عدم وجود اقتران بينهما .

وإذا نظرنا إلى الجدول السابق (جدول رقم ٣٤) نجد أن ٢٢ طالبا من بين الطلاب الذين لديهم خبرة سابقة في الرياضيات أجابوا إجابة صحيحة على سؤال المنطق ، بينما أجاب ٣ طلاب إجابة خطأ .

لذلك فإننا نستطيع التخمين بأن هذه المجموعة من الطلاب الذين بلغ عددهم ٢٥ قد أجابت إجابة صحيحة على سؤال المنطق . ويكون ترجيح خطأ التخمين عندئذ ٣ : ٢٥ .

أما بالنسبة للطلاب الذين ليس لديهم خبرة سابقة في الرياضيات فإن الإجابة الخطأ على سؤال المنطق هي الإجابة الشائعة . لذلك فإننا نستطيع التخمين بأن هذه المجموعة من الطلاب الذين بلغ عددهم ٢٥ قد أجابت إجابة خطأ على سؤال المنطق ، ويكون ترجيح خطأ التخمين في هذه الحالة ٨ : ٢٥ .

وقد لاحظنا فيما سبق أن ترجيح خطأ تخمين الأداء في سؤال المنطق للمجموعتين معا دون أن تأخذ في اعتبارنا خبرتهم السابقة في الرياضيات كانت ٢٠ : ٥ . ولما كنا أخذنا هذا المتغير الجديد في الاعتبار أصبح ترجيح الخطأ ٣ : ٢٥ بالنسبة للطلاب الذين لديهم خبرة سابقة في الرياضيات ، ٨ : ٢٥ بالنسبة للطلاب الذين ليس لديهم هذه الخبرة .

وبذلك يصبح ترجيح خطأ التخمين للمجموعتين معا ١١ : ٥٠ ، أى أن التنبؤ بأداء الطلاب في سؤال المنطق إعتياداً على متغير الخبرة السابقة في الرياضيات ، قد جعل أخطاء التخمين تقل من ٢٠ إلى ١١ .

ويمكننا أن نحسب النسبة بين هذا النقص في خطأ التخمين إلى الخطأ الأصلي ، أى :

$$\frac{\text{مقدار النقص في الخطأ}}{\text{مقدار الخطأ الأصلي}} = \frac{20 - 11}{20} = \frac{9}{20} = 0,45$$

وهو في هذه الحالة

وهذا يعنى أنه يمكن أن تقلل خطأ تخمين أداء الطلاب في سؤال المنطق بقدر ٤٥ ٪ إذا أخذنا في اعتبارنا خبرتهم السابقة في الرياضيات . وهذا هو مقياس الاقتران الأول بين المتغيرين .

ويجب أن يلاحظ الباحث أننا اقتصرنا على مشكلة تخمين أداء الطلاب في سؤال المنطق اعتماداً على خبرتهم السابقة في الرياضيات .

ولكن ربما نهتم أيضاً بالتنبؤ العكسى ، أى تخمين ما إذا كان الطلاب لديهم خبرة سابقة في الرياضيات (وهو المتغير التابع في هذه الحالة) اعتماداً على معرفتنا بأدائهم في سؤال المنطق (وهو المتغير المستقل الجديد) . وإجراء ذلك يجب أن نوجد مقدار الخطأ في تخمين خبرة الطلاب السابقة في الرياضيات دون اعتبار لأدائهم في سؤال المنطق .

فإذا نظرنا إلى جدول رقم (٣٤) نلاحظ أنه من بين ٢٥ طالبا يوجد ٢٥ طالبا لديهم خبرة سابقة في الرياضيات ، ولذلك إذا أردنا تخمين ما إذا كان هؤلاء الطلاب لديهم خبرة سابقة في الرياضيات فإن ترجيح خطأ التخمين يكون ٢٥ : ٥٠ ، وربما تقل نسبة هذا الخطأ إذا أخذنا في اعتبارنا الأداء في سؤال المنطق .

فبالنسبة للطلاب الذين أجابوا إجابة صحيحة على سؤال المنطق ربما نخمن أن لديهم جميعاً خبرة سابقة في الرياضيات ، ويكون ترجيح خطأ التخمين في هذه الحالة ٨ : ٣٠ .

أما بالنسبة للطلاب الذين أجابوا إجابة خطأ على سؤال المنطق فربما نخمن أنهم ليس لديهم خبرة سابقة في الرياضيات ، ويكون ترجيح خطأ التخمين في هذه الحالة ٣ : ٢٠ .

أى أننا عندما أخذنا الأداء في سؤال المنطق في الاعتبار قلت أخطاء تخمين متغير الخبرة السابقة في الرياضيات من ٢٥ إلى ١١ .

$$\text{أى أن النسبة في هذه الحالة} = \frac{\text{مقدار التقص في الخطأ}}{\text{مقدار الخطأ الاصلى}}$$

$$\frac{١١ - ٢٥}{٢٥} =$$

$$٠,٥٦ = \frac{١٤}{٢٥} =$$

وهذا هو مقياس الاقتران الثانى بين المتغيرين ، ويرمز لآى من هذين المقياسين بالرمز λ غ . وقيمة كل منهما تعبر عن درجة تخمين قسم ما من أقسام أحد المتغيرين بمعلومية أقسام المتغير الآخر ، وهو مقياس غير متماثل ، أى أن التخمين يكون فى اتجاه واحد ، بمعنى أننا إذا خمننا أحد أقسام المتغير ا بمعلومية أقسام المتغير ب فإننا لانستطيع فى نفس الوقت تخمين أحد أقسام المتغير ب بمعلومية أقسام المتغير ا .

(ثانياً) معامل التنبؤ المتماثل λ :

أحياناً يود الباحث أن يحصل على معامل تنبؤ متماثل ، أى معامل يسمح بالتنبؤ المتبادل بين متغيرين .

ويمكن أن يوجد ذلك المعامل عن طريق ضم معاملي التنبؤ غير المتماثلين اللذين عرضنا لهما فيما سبق في معامِل واحد ، ويرمز له عندئذ بالرمز δ .
نسبة خطأ التخمين في هذه الحالة

$$= \frac{\text{مقدار التقصير في الخطأ في الاتجاهين معاً}}{\text{مقدار الخطأ الأصلي في الاتجاهين معاً}}$$

في المثال السابق نجد أن هذه النسبة

$$= \frac{(11 - 20) + (11 - 20)}{20 + 20}$$

$$= \frac{23}{40} = \frac{14 + 9}{40} = 0,51$$

أي أن معامل التنبؤ في هذه الحالة $= 0,51$.

وبهذا نكون قد قللنا أخطاء تخمين أي من المتغيرين باستخدام المتغير الآخر بقدر ٥٢ % .

أما إذا استطعنا استبعاد أخطاء التخمين كلية فإن هذه النسبة تصبح :

$$1 = \frac{40}{40} = \frac{(20 - 20) + (20 - 20)}{20 + 20}$$

أي أن معامل الاقتران بين المتغيرين يكون تاماً . وإذا لم نستطع استبعاد أي خطأ في التخمين فإن هذه النسبة تصبح :

$$\text{صفر} = \frac{\text{صفر}}{40} = \frac{(20 - 20) + (20 - 20)}{20 + 20}$$

أي أنه لا يوجد في هذه الحالة اقتران بين المتغيرين .

وهذا يدل على أنه كلما زادت قيمة معامل التنبؤ ، نقص أخطاء التخمين .

الصورة العامة لحساب معامل التنبؤ غير المتماثل (λ غ) :

يتضح مما سبق أن معامل التنبؤ لـ λ ليس معاملاً واحداً وإنما هو في الحقيقة معاملاًين أحدهما غير متماثل ويرمز له بالرمز λ غ ، ويستخدم عندما يريد الباحث تخمين أحد أقسام متغير بمعلومية أقسام متغير آخر ، أى أن التخمين يكون في اتجاه واحد ، والآخر متماثل ويرمز له بالرمز λ ، ويستخدم عندما يريد الباحث تخمين أحد أقسام متغير بمعلومية أقسام متغير آخر والعكس . أى أن التخمين يكون في كلا الاتجاهين .

ويمكن حساب قيمة λ غ أو λ باستخدام الطريقة التي سبق أن ذكرناها .
أو يمكن استخدام الصورة الرياضية العامة الآتية لإيجاد قيمة λ غ وهي :

$$\lambda \text{ غ} = \frac{\text{مجموع } T - T}{n - T} \quad (1)$$

حيث T = أكبر تكرار في كل قسم من أقسام المتغير المستقل .

T = أكبر مجموع من بين مجاميع أقسام المتغير التابع .

n = عدد الحالات .

ويمكن تلميح هذه الصورة على البيانات الموضحة في الجدول رقم (٢٤) لتخمين
الآلاف في منزل المنطق المتخمين في اعتبارنا خبرة الطلاب السابقة في الرياضيات .
وهذا يتطلب إيجاد قيمة T بأن نجمع أكبر تكرار بالنسبة للطلاب

الذين لديهم خبرة سابقة في الرياضيات (وهو ٢٢) على أكبر تكرار بالنسبة للطلاب الذين ليس لديهم خبرة سابقة في الرياضيات (وهو ١٧) .

$$\text{أى أن : } م = ٢٢ + ١٧ = ٣٩ .$$

كما يجب أن نحصل على قيمة t بأن نوجد مجموع الطلاب الذين أجابوا لإجابة صحيحة على سؤال المنطق (وهو ٣٠) ، ومجموع الطلاب الذين أجابوا لإجابة خطأ على السؤال (وهو ٢٠) ونختار أكبر المجموعين .

$$\text{أى أن } t = ٣٠ .$$

$$\text{وبالطبع } n = ٥٠ .$$

وبالتعويض في الصورة رقم (١) السابقة نجد أن :

$$\lambda_{غ} = \frac{٣٠ - ٣٩}{٣٠ - ٥٠} = \frac{٩}{٢٠} = ٠,٤٥$$

وهي نفس القيمة التي حصلنا عليها سابقاً .

ويمكننا أيضاً تخمين ما إذا كان الطلاب لديهم خبرة سابقة في الرياضيات بمعلومية أدائهم في سؤال المنطق . ففي هذه الحالة نوجد M بأن نجمع أكبر تكرار بالنسبة للطلاب الذين أجابوا لإجابة صحيحة على سؤال المنطق (وهو ٢٢) على أكبر تكرار للطلاب الذين أجابوا لإجابة خطأ على السؤال (وهو ١٧) .

$$\text{أى أن : } م = ٢٢ + ١٧ = ٣٩ .$$

أما t فنحصل عليها بأن نوجد مجموع الطلاب الذين لديهم خبرة سابقة في الرياضيات (وهو ٢٥) ، ومجموع الطلاب الذين ليس لديهم خبرة سابقة في

الرياضيات (وهو ٢٥) ونختار أكبر المجموعين ، ونظراً لأنهما متساويان فإن
ت = ٢٥ .

وبالتمويض فى الصورة رقم (١) نجد أن :

$$\lambda غ = \frac{٣٩ - ٢٥}{٢٥ - ٥٠} = \frac{١٤}{٢٥} = ٠,٥٦$$

وهى أيضاً نفس القيمة التى حصلنا عليها فيما سبق .

ومن هذا نلاحظ أن معرفتنا بأداء الطلاب فى سؤال المنطق يساعدنا على تخمين ما إذا كان لديهم خبرة سابقة فى الرياضيات أم لا بدرجة أفضل من تخمين أدائهم فى سؤال المنطق بمعلومية خبرتهم السابقة فى الرياضيات .

الصورة العامة لحساب معامل التنبؤ المتماثل (λ) :

يمكننا أيضاً للتبسيط استخدام الصورة العامة الآتية لحساب معامل التنبؤ المتماثل (λ) وهى :

$$\lambda = \frac{مجم\ ثنى + مجم\ ت ع - (تَنى + تَْع)}{٢ن - (تَنى + تَْع)} \dots (٢)$$

حيث تنى = أكبر تكرار فى كل صف .

، ت ع = أكبر تكرار فى كل عمود .

، تَنى = أكبر مجموع من بين مجاميع كل صف .

، تَْع = أكبر مجموع من بين مجاميع كل عمود .

٤ ن = عدد الحالات .

ويمكن تطبيق هذه الصورة على البيانات الموضحة في الجدول رقم (٣٤) كالآتي :

٥ ت١ = مجموع أكبر تكرار في الصفين الأول والثاني .

$$٣٩ = ١٧ + ٢٢ =$$

٦ ت٢ = مجموع أكبر تكرار في العمودين الأول والثاني .

$$٣٩ = ١٧ + ٢٢ =$$

٧ ت٣ = أكبر مجموع من بين مجاميع الصفين الأول والثاني .

$$٢٥ =$$

٨ ت٤ = أكبر مجموع من بين مجاميع العمودين الأول والثاني .

$$٣٠ =$$

$$٥٠ =$$

بالتعويض في الصورة رقم (٢) السابقة نجد أن :

$$\frac{(٢٠ + ٢٥) - ٣٩ + ٣٩}{(٢٠ + ٢٥) - (٥٠) ٢} = \lambda$$

$$٠,٥١١ = \frac{٢٣}{٤٥} = \frac{٥٥ - ٧٨}{٥٥ - ١٠٠} =$$

أي أن معرفتنا بتكرار الحالات في كل قسم من أقسام أى من المتغيرين أدى

إلى نقص أخطاء تخمين أحدهما بمعلومية الآخر بقدر ١,٥١٪ في العينة موضع البحث .

وهذا يدل على أن هناك علاقة أو اقتراناً بين متغير الاداء في سؤال المغطى ومتغير الخبرة السابقة في الرياضيات في عينة البحث .

والخلاصة أنه إذا أراد الباحث إيجاد قيمة λ غ أو λ لمتغيرين من المستوى الاسمي يمكنه أن يتبع الخطوات الآتية :

- ١ - يرتب التكرارات الملاحظة بالنسبة للمتغيرين في جدول اقتران .
- ٢ - إذا كان المطلوب تخمين أحد أقسام متغير بمعلومية أقسام المتغير الآخر ، أى أن التنبؤ يكون في اتجاه واحد ، فإنه يجب أن يوجد قيم t_m ، t_n ، ثم يطبق الصورة رقم (١) لإيجاد قيمة λ غ .
- ٣ - إذا كان المطلوب تخمين أحد أقسام متغير بمعلومية المتغير الآخر والعكس ، أى أن التنبؤ يكون في الاتجاهين ، فإنه يجب أن يوجد قيم t_m ، t_n ، t_c ، t_f ، ثم يطبق الصورة رقم (٢) لإيجاد قيمة λ .

مقاييس إحصائية أخرى :

توجد مقاييس إحصائية متعددة لحساب مقدار اقتران متغيرين من المستوى الاسمي . ويجد الباحث كثيراً أن هذه الطرق عند إطلاعه على الدراسات والبحوث النفسية والتقريبية ، ومن بين هذه المقاييس :

- ١ - معامل الاقتران الذي ينسب إلى يول Yule ويرمز له بالحرف الإنجليزى Q ، ويسهل حساب قيمة هذا المعامل وتفسيره . ولكن يقتصر استخدامه على متغيرين من النوع الثنائى ، أى يكون لكل متغير قيمتان فقط .

ويمكن للباحث الرجوع إلى Moroney عام ١٩٥٢ (انظر قائمة المراجع في نهاية الكتاب) لمزيد من توضيح هذا المعامل .

٢ - معامل التجميع Colligation الذي ينسب إلى بول Yule أيضاً ، ويرمز له بالحرف الإنجليزي Y . وهو يشبه معامل الاقتران Q ، ويقتصر استخدامه أيضاً على متغيرين من النوع الثنائي . ويمكن الرجوع إلى Kendall عام ١٩٥٠ لمزيد من التوضيح .

٣ - معامل الاقتران الذي ينسب إلى بيرسون Pearson ، ويرمز له بالحرف الإنجليزي C .

وبالرغم من إمكانية استخدام هذا المعامل عما يشتمل كل من المتغيرين على أي عدد من الأقسام ، إلا أن هذا المعامل لا تصل قيمته إلى الواحد الصحيح حتى إذا كان هناك اقتران تام بين المتغيرين . ويمكن الرجوع إلى McNemar عام ١٩٥٥ أو Siegel عام ١٩٥٦ لمزيد من التوضيح .

٤ - معامل الاقتران الذي ينسب إلى تشوبرو Tschuprow ، ويرمز له بالرمز T .

وهو يشبه معامل الاقتران بيرسون C ، ولكنه يختلف عنه في أنه يمكن أن تصل قيمته إلى الواحد الصحيح في حالة الاقتران التام ، وهذا يتطلب أن يتساوى عدد الصفوف والأعمدة في جدول الاقتران .

ولمزيد من التوضيح يمكن للباحث الرجوع إلى Hagood عام ١٩٥٢ .

٥ - معامل فاي ويرمز له بالحرف اليوناني ϕ ، (وأحياناً يرمز له بالرمز ϕ) .

وهو يشبه معامل الاقتران ϕ ومعامل التجميع Y ، أي يستخدم فقط إذا (٢٢ - تحليل)

كان كل من المتغيرين من النوع الثنائي . كما أن قيمه لا تتراوح دائماً بين الصفر والواحد الصحيح .

٦ - معامل الارتباط الرباعي Tetrachoric Correlation ويرمز له بالرمز r_{tc} ، وهو يستخدم فقط إذا كان كل من المتغيرين من النوع الثنائي .

ويجب أن تحقق البيانات بعض الفروض إذا أراد الباحث استخدام هذا المعامل .

ونظراً لأهمية المقاييس الإحصائية الأخيرة ، أى معامل فاي ومعامل الارتباط الرباعي ، فإننا سوف نعرض لهما بالتفصيل فى الفصل الثالث عشر الذى سنهتم فيه بمناقشة الاقتران بين متغيرين من النوع الثنائي .

من هذا يتضح أن هناك طرقاً متعددة لإيجاد الاقتران بين متغيرين من المستوى الاسمى . ومعظم هذه المعاملات الإحصائية تتراوح قيمها بين الصفر والواحد الصحيح ، ولكنها تختلف فى توزيع هذه القيم . أى أنه بالرغم من أنها جميعاً تزيد قيمها بزيادة درجة الاقتران ، إلا أن معدل هذه الزيادة يختلف من معامل إلى آخر . ولذلك لا يجوز أن يقارن الباحث بين قيمتى معاملى اقتران يستخدم فى حسابهما طرقاً مختلفة .

تمارين على الفصل الثامن

(١) أراد باحث إيجاد درجة الاقتران بين حدوث حالات الفصام والتحرك في الوظائف لعينتين تتكون إحداهما من مجموعة من المرضى الفصامين والاخرى من الأسوياء . وفيما يلي النتائج التي حصل عليها الباحث :

التحرك في الوظائف

المجموعة	إلى أعلى	إلى أدنى	لا يوجد تحرك	المجموع الكلي
الفصاميون	١٢	٤٣	٢٩	٩٤
الأسوياء	١٩	٢٢	٥٣	٩٤
المجموع الكلي	٣١	٦٥	٩٢	١٨٨

احسب باستخدام معامل التنبؤ لجتمان مقدار العلاقة بين هذين المتغيرين ،
وفسر القيمة الناتجة .

٢ — أوجد معامل التنبؤ المتماثل لجتمان للبيانات الموضحة بالجدول الآتي ،
وفسر القيمة الناتجة .

المجموع	١	٢	٣	٤	
ب ١	صفر	٢	٣	٥	١٠
ب ٢	٧	٦	١	١	١٥
ب ٣	٣	٢	٦	٤	١٥
المجموع	١٠	١٠	١٠	١٠	

٣ — قام أحد الباحثين بدراسة إدراك المعلمين لتلاميذهم ، فاختار عينة عشوائية من تلاميذ الصف السادس . ثم طلب من أولياء أمور التلاميذ أن يختاروا من بين أقسام أربعة هي : ضعيف جداً ، ضعيف ، جيد ، ممتاز ، درجة إدراكهم لأبنائهم ، وحصل على النتائج الآتية :

تقديرات الآباء

ضعيف جداً	ضعيف	جيد	ممتاز	تقديرات المعلمين
٤٣	٤٨	١١٣	٢٠٩	
٤١	١٠٠	٢٠٢	٢٥٥	
٣٩	٥٨	٧٠	٦١	
١٧	١٣	٢٢	١٠	ممتاز
				جيد
				ضعيف
				ضعيف جداً

(أ) احسب مقدار العلاقة بين تقديرات الآباء وتقديرات المعلمين لهذه العينة من التلاميذ .

(ب) هل يمكن التنبؤ بتقديرات الآباء بمعلومية تقديرات المعلمين ؟ كيف ؟

(ج) هل يمكن التنبؤ بتقديرات المعلمين بمعلومية تقديرات الآباء ؟ كيف ؟

(د) قارن بين النتيجةين اللتين حصلت عليهما في ب ، ج .

٤ — أوجد مقدار معامل التنبؤ غير المتماثل للبيانات الآتية :

ص _٢	ص _١	
٢٧	٥٣	ص _١
٦٣	٤٧	ص _٢

وبين هل القيمة الناتجة تشير إلى اقتران تنبؤى قوى بين كل من المتغيرين
س ، ص ؟ ولماذا ؟

* * *

الفصل التاسع

مقاييس العلاقة

إذا كان كل من المتغيرين من المستوى الرتبى

معامل الاقتران لجودمان وكروسكال

معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

معامل ارتباط الرتب لسكندال

معامل الاتفاق لسكندال

معامل الاتساق لسكندال

مقدمة :

كثيراً ما تتجمع لدى الباحث في مواقف بحثية مختلفة بيانات تعتمد على الرتب أى من المستوى الرتبى . إذ ربما يكون متاحاً لديه قياسات كمية ولكنه يفضل استبدال هذه القياسات الكمية بالرتب بهدف تبسيط العمليات الحسابية ، أو للتمكن من إجراء نوع معين من العمليات . فمثلاً يمكن أن يحصل الباحث على قياسات لأطوال وأوزان مجموعة من أطفال المدارس الابتدائية ومن ثم يحسب معامل الارتباط من أزواج القياسات باستخدام معامل ارتباط بيرسون الذى عرضنا له فى الفصل السابع ولكنه ربما يفضل أن يستبدل هذه القياسات بالرتب ومن ثم يحسب معامل الارتباط بين أزواج الرتب بدلاً من أزواج القياسات . إلا أنه فى كثير من الأحيان يستخدم الطرق التى تعتمد على الرتب عندما لا يكون متاحاً لديه قياسات كمية . فعمليات القياس المستخدمة حينئذ لا تسمح بإجراء مقارنات بين الفترات المختلفة للقياسات . فمثلاً ربما يقوم المشرفون على العمل بترتيب العمال بحسب أدائهم أو إنتاجهم فى العمل أو يقوم المعلمون بترتيب التلاميذ من حيث درجة تفهمهم الاجتماعى فى المدرسة . وفى مثل هذه الحالات تشتمل البيانات على مجموعة من الأرقام أو الأعداد التى تدل على رتب العمال أو التلاميذ فى الخاصية المقدرة . فالعامل أو التلميذ الذى ترتيبه الأول يعطى له الرقم ١ ، والعامل أو التلميذ الذى ترتيبه الثانى يعطى له الرقم ٢ وهكذا . واستبدال الترتيب الأول أو الثانى أو الثالث ... الخ بالأعداد الكاردينالية Cardinal Numbers ١ ، ٢ ، ٣ ، ... ، ن يفترض فيه تساوى الفترات ، بمعنى أنه يفترض أن الفرق بين ترتيب الفرد الأول والفرد الثانى يساوى الفرق بين ترتيب الفرد الثانى والفرد الثالث وهكذا . وتعتمد جميع معاملات ارتباط الرتب على هذا الفرض .

ونظراً للصعوبات التى يواجهها كثير من الباحثين عند قياس المتغيرات

النفسية والتربوية فإن الطرق الإحصائية التي تستخدم في تحليل البيانات التي تعتمد على الرتب تكون ذات أهمية خاصة .

وبالرغم من أن طرق حساب معاملات ارتباط الرتب تستخدم منذ سنوات طويلة ، إلا أن استخدام الرتب بكثرة في المقاييس الإحصائية المتقدمة لم يبدأ إلا مؤخراً .

إذ يمكن استخدام الرتب مثلاً في المقاييس الإحصائية الاستدلالية البارامترية التي سنعرض لها في الجزء الثاني من الكتاب .

وبما لا شك فيه أن طرق حساب معاملات ارتباط الرتب تقع ضمن المقاييس البارامترية ، وهي مقاييس لا تعتمد على خصائص المنحنى الاعتدالي ، كما تستلزم فروضاً خاصة عن شكل توزيع الظاهرة في المجتمع الأصل .

ويوجد عدد من المقاييس الإحصائية التي تستخدم في إيجاد الاقتران بين متغيرين كل منهما من المستوى الرتبي . ومن بين هذه المقاييس التي سنعرض لها في هذا الفصل بالتفصيل مقياس الاقتران الرتبي لجودمان وكروسكال Goodman and Kruskal ، ومقياس ارتباط الرتب لسبيرمان Spearman ، ومقياس ارتباط الرتب لكندال Kendall ، ومقياس الانفاق لكندال ، ومعامل الانساق لكندال .

معامل الاقتران الرتبي لجودمان وكروسكال :

Goodman and Kruskal's Coefficient of Ordinal Association

ناقشنا في الفصل الثامن مفهوم الاقتران بين متغيرين من المستوى الاسمي ، وقلنا أنه يمكن اعتبار الاقتران هو مشكلة تخمين قيم أحد المتغيرين بمعلومية قيم المتغير الآخر . ففي حالة المتغيرات التي من المستوى الاسمي أو النوعي نحاول

تخمين انتماء الفرد إلى مجموعة معينة بمعلومية انتمائه إلى مجموعة أخرى ، أى التنبؤ بقسم معين من أقسام أحد المتغيرات بمعلومية أقسام المتغير الآخر لأن الأقسام التى تشتمل عليها مثل هذه المتغيرات لا تتصف بحاصية الترتيب .

ويمكن أيضا اعتبار أن الاقتران بين متغيرين من المستوى الرتبى هو نوع من التخمين ، ولكن نظراً لأن الموازين التى من النوع الرتبى تتكون من فئات أو مجموعات مرتبة فإن طبيعة التخمين فى هذه الحالة يجب أن تناسب هذا النوع من الموازين . فهنا لا يكون اهتمامنا منصفاً على تخمين انتماء الفرد إلى مجموعة معينة أو التنبؤ بأحد أقسام متغير ما وإنما نهتم بتخمين الترتيب . أى أن المشكلة هنا تتعلق بالتنبؤ بمركز الفرد النسبى أو ترتيبه بالنسبة لميزان رتبى معين بمعلومية مركزه النسبى أو ترتيبه بالنسبة لميزان رتبى آخر .

فإذا كان لجميع أفراد عينة البحث نفس الترتيب فى كل من متغيرين فإنه يقال أن هناك اقترانا تام بين المتغيرين . أما إذا كان ترتيب جميع الأفراد على المتغير الأول عكس ترتيبهم على المتغير الثانى ، أى أن الفرد الذى ترتيبه أعلى فى المتغير الأول يكون ترتيبه أدنى فى المتغير الثانى وهكذا ، فإنه يقال أنه يوجد اتفاق أو اقتران عكسى تام بين المتغيرين .

ويمكن فى أى من الحالتين السابقتين تخمين ترتيب الفرد فى أحد المتغيرين بمعلومية ترتيبه فى المتغير الآخر دون أن يكون هناك خطأ فى التنبؤ .

وتعتمد درجة التنبؤ أو الاقتران بين متغيرين من المستوى الرتبى على درجة الاتفاق أو عدم الاتفاق فى الرتب على كل من ميزانى المتغيرين . فالالاتفاق التام أو عدم الاتفاق بالمرّة يعتبر كل منهما اقترانا تاما ، إذ يودى كل منهما إلى معامل اقتران رتبى يساوى الواحد الصحيح . ولكن يجب أن نميز بين قيمة كل من المعاملين بأن نضع إشارة موجبة فى حالة المعامل الأول وإشارة سالبة فى حالة المعامل الثانى . أى أن معامل الاتفاق التام يساوى $+1$ ، ومعامل الاتفاق

المعكسى التام يساوى - ١ ، وجميع الترتيبات الأخرى تؤدي إلى قيم مطلقة أقل من الواحد الصحيح ، وكلما زادت هذه القيم عن الصفر بحيث تقترب من + ١ أو - ١ دل ذلك على زيادة الاقتران بين الرتب بالنسبة لسل من المتغيرين .

ويعتبر معامل الاقتران الرتبى لجودمان وكروسكال Goodman and Kruskal من المقاييس الإحصائية الهامة التى يمكن أن يستخدمها الباحث إذا أراد إيجاد درجة الاقتران بين متغيرين كل منهما من المستوى الرتبى، ويرمز لهذا المعامل بالحرف اليونانى (γ) ويقرا (جاما) .

طريقة حساب معامل الاقتران الرتبى لجودمان وكروسكال إذا كانت الرتب

غير مكررة :

نفترض أننا طلبنا من اثنين من المحكمين ترتيب خمسة طلاب من حيث نشاطهم الاجتماعى .

وفىما لى تقديرات المحكمين :

الطالب	المحكم الأول (س)	المحكم الثانى (ص)
أ	٤	٥
ب	١	٢
ج	٣	٣
د	٢	١
هـ	٥	٤

فالمخطوة الأولى : هى أن نعيد ترتيب تقديرات المحكم الأول (س) ترتيبا

تنازليا ، ونكتب الرتب المناظرة للمحكم الثانى (ص) كالآتى :

الطالب	المحكم الاول	المحكم الثاني
ا	٥	٤
ب	٤	٥
ج	٣	٣
د	٢	١
هـ	١	٢

وبذلك يتضح أن تقديرات المحكم الثاني تميل إلى الاتفاق مع تقديرات المحكم الاول، ولكن الاتفاق غير تام . إذ لو كان هناك اتفاق تام بينهما لوجدنا أن تقديرات المحكم الثاني تكون مرتبة ترتيباً تنازلياً . مثل تقديرات المحكم الاول ، ولـكننا هنا نجد أن الرتبة ١ التي قدرها المحكم الثاني للطالب د تقع أعلى الرتبة ٢ التي قدرها للطالب هـ .

والخطوة الثانية : هي أن نكون جدولاً نحدد في أحد أعمدته الاختلافات بين الرتب التي قدرها المحكمان ، ونحدد في عمود آخر الاتفاقات بين الرتب كالآتي :

الطالب	المحكم الاول (م)	المحكم الثاني (ص)	الاختلاف بين الرتب	الاتفاق بين الرتب
ا	٥	٤	صفر	صفر
ب	٤	٥	١	صفر
ج	٣	٣	صفر	٢
د	٢	١	صفر	٣
هـ	١	٢	١	٣
المجموع			٢	٨

جدول رقم (٣٥)

الاختلاف والاتفاق بين رتب محكمين

لاربعة من الطلاب

ثم نبدأ من أسفل الجدول ونبحث عن الاختلافات بين الرتب التي قدرها المحكمان ، فلو بدأنا بالرتبة ٢ الى قدرها المحكم الثاني للطالب ه نجد أنها تقع أسفل الرتبة ١ أى عكس الترتيب المعروف .

لذلك نضع ١ أمام الرتبة ٢ للطالب ه دلالة على أنه توجد رتبة واحدة أقل منها تقع أعلاها . ثم نكرر هذه العملية بالنسبة لبقية الرتب متجهين من أسفل إلى أعلى الجدول .

فمثلا لا يوجد اختلاف بالنسبة للرتبتين ١ ، ٢ اللتين قدرهما المحكم الثاني لأنه لا توجد رتب أعلاهما أقل منهما، لذلك نضع الرقم صفر أمام كل منهما في العمود الرابع .

ولكن نضع ١ أمام الرتبة ه التي قدرها المحكم الثاني للطالب ب لأنه وجد رتبة واحدة أعلاها أقل منها . وبذلك يكون المجموع السكلى للاختلافات بين الرتب = ٢ .

والخطوة الثالثة : هي أن نحسب عدد الاتفاقات بين الرتب وندونها في العمود الخامس ويتم ذلك كالآنى :

ننظر إلى الرتب التي قدرها المحكم الثاني ، فإذا وجدنا أنه توجد رتبة أكبر تقع أعلى رتبة أصغر فإن معنى ذلك أن تقديراته تتفق مع تقديرات المحكم الأول .

ولذلك نبدأ بأول هذه الرتب من أسفل الجدول (وهى الرتبة ٢) ونوجد عدد الرتب التي تزيد عنها (وهى الرتب ٣ ، ٥ ، ٤) أى ٣ .

ثم ننتقل إلى الرتبة ٤ فنجد أن عدد الرتب التي تزيد عنها (وهى الرتب ٣ ، ٥ ، ٤) أى ٣ أيضا .

أما بالنسبة للرتبة ٣ إن عدد الرتب التي تزيد عنها (وهى الرتبتان ٤ ، ٥) أى ٢ .

وبالنسبة للرتبة ه لا توجد رتب أعلاها تزيد عنها .

وبذلك يكون المجموع السكلى للاتفاقات بين الرتب

$$٨ = ٢ + ٣ + ٣ =$$

أى أننا نحصل على عدد الاختلافات أو الاتفاقات بين الرتب بعملية مقارنة كل رتبة فى العمود الثالث بالرتب التى تقع أعلاها فى نفس العمود .

ويجب ملاحظة أنه إذا كانت الرتب التى قدرها المحكم الثانى عكس الرتب التى قدرها المحكم الأول فإنه ينتج عن كل مقارنة اختلاف بين الرتب ولا يكون هناك اتفاق بين المحكمين .

تليق بوضع ضربيات ذلك بالجدول الآتى (رقم ٣٦) :

الاتفاق بين الرتب	الاختلاف بين الرتب	المحكم الثانى	المحكم الأول	العالم
صفر	صفر	١	٥	١
صفر	١	٢	٤	ب
صفر	٢	٣	٣	ج
صفر	٣	٤	٢	د
صفر	٤	٥	١	هـ
صفر	١٠			المجموع

جدول رقم (٣٦)

رتب المحكم الثانى عكس رتب المحكم الأول

كما يجب ملاحظة أن أكبر عدد ممكن من الاتفاقات أو الاختلافات بين الرتب يساوى العدد السكلى للاتفاقات ، مضافا إليه العدد السكلى للاختلافات . فى المثال الأسمى وجدنا أن عدد الاختلافات = ٢ ، وعدد الاتفاقات = ٨ . وأكبر عدد ممكن من الاتفاقات والاختلافات = ٢ + ٨ = ١٠ .

والخطوة الرابعة : نطرح عدد الاتفاقات من عدد الاختلافات بين الرتب ، فإذا كان عدد الاتفاقات أكبر من عدد الاختلافات فإن إشارة الفرق تكون موجبة ، أما إذا كان عدد الاتفاقات أقل من عدد الاختلافات فإن إشارة الفرق تكون سالبة . ومقدار هذا الفرق بصرف النظر عن إشارته يدل على مدى تغلب أى منهما على الآخر .

فإذا قسمنا هذا الفرق على القيمة القصوى له نحصل على مامل الاقتران الرتبى لجودمان وكروسكال . وهذا المعامل ينحصر بين - ١ ، + ١ ، ويمكن أن يساوى أياً من القيمتين .

ففي المثال السابق :

$$y = \frac{\text{عدد الاتفاقات} - \text{عدد الاختلافات}}{\text{عدد الاتفاقات} + \text{عدد الاختلافات}}$$

$$0,60 = \frac{6}{10} = \frac{2 - 8}{2 + 8} =$$

ويمكن تفسير هذا المعامل بأن نقول أن الإتفاقات تزيد بنسبة ٦٠٪ عن الاختلافات بين الرتب التى قدرها المحكمان للطلاب الخمسة فى السمة المطلوبة .

وعندما تكون الرتب التى قدرها المحكم الاول متفقة تماماً مع الرتب التى قدرها المحكم الثانى، فإننا نحصل على عشرة اتفاقات ، ولا نجد أى اختلافات بين الرتب، وبذلك تصبح :

$$1,00 = \frac{10}{10} = \frac{10 - \text{صفر}}{10 + \text{صفر}} = y$$

أما إذا كانت الرتب التى قدرها المحكم الاول عكس الرتب التى قدرها المحكم الثانى تماماً فإن :

$$y = \frac{\text{صفر} - ١٠}{\text{صفر} + ١٠} = \frac{١٠}{١٠} = ١,٠٠$$

وإذا كان عدد الاتفاقات مساوياً لعدد الاختلافات بين الرتب كما هو مبين بالجدول الآتي رقم (٣٧) فإن :

$$y = \frac{٥ - ٥}{٥ + ٥} = \text{صفر}$$

الطالب	المحكم الأول	المحكم الثاني	الاختلاف بين الرتب	الاتفاق بين الرتب
أ	٥	٤	صفر	صفر
ب	٤	٣	صفر	صفر
ج	٣	١	صفر	صفر
د	٢	٢	١	١
هـ	١	٥	٤	٤
المجموع			٥	٥

جدول رقم (٣٧)

عدد الاتفاقات = عدد الاختلافات بين الرتب

لهذا فإن معامل الاقتران الرنبي لجودمان وكر وسكال (y) هو معامل اقتران بين مجموعتين من الملاحظات المرتبة ، ويعتمد على التنبؤ المتبادل من حيث نسبة عدد الاتفاقات وعدد الاختلافات بين الرتب .

والضرورة الرياضية التي يمكن استخدامها لإيجاد المعامل (y) إذا كانت الرتب غير مكررة هي :

$$y = \frac{t_q - t_u}{t_q + t_u} \quad (١)$$

حيث $T =$ عدد الاتفاقات بين الرتب .

ت = عدد الاختلافات بين الرتب .

طريقة حساب معامل الاقتران الرتبي لجودمان وكروسكال إذا كانت بعض

الرتب مكررة :

عندما يقوم أحد المحكمين بترتيب مجموعة من الأفراد بالنسبة لسمة أو صفة معينة فإنه ربما لا يكون قادراً في جميع الأحوال على التمييز الدقيق بين بعض الأفراد في هذه السمة أو الصفة فيضطر إلى أن يعين نفس الرتبة لأكثر من فرد منهم .

لذلك يجب التمييز بين البيانات التي لا تكون فيها الرتب مكررة ، والبيانات التي تكون فيها بعض الرتب مكررة عند استخدام معامل الاقتران الرتبي لجودمان وكروسكال (γ) شأنه شأن جميع معاملات ارتباط الرتب كما سنرى فيما بعد .

وفي الحقيقة أن الصورة الرياضية التي تستخدم في إيجاد المعامل (γ) في حالة وجود بعض الرتب المكررة هي نفس الصورة التي استخدمناها في حالة الرتب غير المكررة . والفرق الوحيد هو أنه في حالة وجود بعض الرتب المكررة يحسن اتباع طريقة أخرى لتحديد T ، تى نوضحها قريباً بالمكان الآتى :

نفرض أننا استطعنا ترتيب هـ طالباً من حيث انجازهم نحو اتفاق المال تبعاً لمستواهم الاجستماعى ، وهذه البيانات موضحة بجدول الاقتران الآتى
رقم (٣٨) :

ترتيب الانجاء نحو اتفاق المال			المستوى الاجتماعى
المجموع	كثير الاتفاق (٢)	قليل الاتفاق (١)	
٥	٢	٣	مرتفع
٣٥	١٥	٢٠	متوسط
١٠	٨	٢	منخفض
٥٠	٢٥	٢٥	المجموع

جدول رقم (٣٨)
جدول اقتران بين متغيرين

من هذا الجدول يتضح أن كلا من المتغيرين من المستوى الرتبى إلى حد ما وذلك بسبب وجود عدد من الرتب المسكرة ، ومع هذا يمكن أن نحسب معامل الاقتران الرتبى بين هذين المتغيرين لتحديد درجة اقتران المستوى الاجتماعى للطلاب الخمسين بالاتجاه نحو لانفاق المال باتباع الخطوات الآتية :

الخطوة الاولى : نوجد قيمة تقي كالآتى :

نضرب تكرار كل خلية من خلايا الجدول فى مجموع تكرارات الخليات التى تقع أسفل تلك الخلية وإلى يسارها ، ونجمع حواصل الضرب الناتجة لنحصل على تقي .

فبالنسبة للخلية الاولى التى تكرارها ٢ نجد أن تكرارى الخليتين اللتين تقعان أسفلها وإلى يسارها هما ٢٠ ، ٢ . وبالنسبة للخلية التى تكرارها ١٥ نجد أن تكرار الخلية التى تقع أسفلها وإلى يسارها هي ٢ ، وبذلك يكون :

$$تقي = ٢ (٢٠ + ٢) + ١٥ (٢)$$

$$= ٧٤$$

والخطوة الثانية : نوجد قيمة T في كالتى :-

نضرب تكرار كل خلية من خلايا الجدول في مجموع تكرارات الخلايا التى تقع أسفلها وإلى يمينها . ونجمع حواصل الضرب الناتجة لنحصل على T في بالنسبة للخلية التى تكرارها ٣ نجد أن تكرارى الخليتين اللتين تقعان أسفلها وإلى يمينها هما ١٥ ، ٩ ، وبالنسبة للخلية التى تكرارها ٢٠ نجد أن تكرار الخلية التى تقع أسفلها وإلى يمينها هو ٨ .

وبذلك تكون $T = 20 + (8 + 15) \times 3 =$

$$229 =$$

والخطوة الثالثة : نطبق الصورة الرياضية رقم (١) لإيجاد قيمة y كالتى :

$$\frac{T - T_c}{T + T_c} = y$$

$$- 0.51 = \frac{100}{30.3} = \frac{229 - 74}{229 + 74} =$$

أى أن معامل الاقتران الرتبى $= - 0.51$ ، والإشارة السالبة تدل على أن الاختلافات بين الرتب كانت هي الغالبة في الاقتران . بمعنى أن الرتب المرتفعة في أحد المتغير ين تميل إلى الاقتران بالرتب المنخفضة في المتغير الآخر . وعلى وجه التحديد تزيد الاختلافات بين الرتب بنسبة ٥١ ٪ عن الاتفاقات بينها بالنسبة لهذين المتغيرين .

وبذلك يمكننا القول أنه كلما ارتفع المستوى الاجتماعى لهذه العينة ضعف اتجاههم نحو إنفاق المال . أو على العكس من ذلك كلما قوى اتجاه

أفراد العينة نحو إنفاق المال دل هذا على انخفاض المستوى الاجتماعي لهم .
والخلاصة أنه إذا أراد الباحث استخدام معامل الاقتران الرتبى لجودمان
وكروسكال عليه أن يتبع الخطوات الآتية :

(١) يرتب الملاحظات بالنسبة لكل من المتغيرين س ، ص ترتيباً
تصاعدياً .

(٢) يحدد ما إذا كانت بعض الرتب مكررة في أى من المتغيرين س ، ص .

(٣) إذا وجد أن جميع الرتب غير مكررة عليه أن يتبع الخطوات الآتية :

(أ) يرتب قائمة الأفراد الذين عددهم ن بحيث تظهر الرتب بالنسبة للمتغير
س في ترتيبها الطبيعي (من الأعلى إلى الأدنى) .

(ب) يحدد قيمة ت_س باستخدام رتب المتغير ص .

(ج) يحدد قيمة ت_ص باستخدام رتب المتغير س .

(د) يطبق الصورة الرياضية رقم (١) الخاصة بحساب المعامل (y) .

(٤) إذا وجد أن بعض الرتب مكررة عليه أن يتبع الخطوات الآتية :-

(أ) يضع رتب كل من المتغيرين في جدول اقتران .

(ب) يحدد التكرار في كل خلية من خلايا الجدول .

(ج) يحدد قيمة ت_س باستخدام رتب المتغير ص .

(د) يحدد قيمة ت_ص باستخدام رتب المتغير س .

(هـ) يطبق الصورة الرياضية رقم (١) الخاصة بحساب المعامل (y) .

معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

Spearman's Rank Correlation Coefficient

يعتبر معامل ارتباط الرتب لسبيرمان حالة خاصة من معامل ارتباط حاصل ضرب العزوم لبيرسون الذي عرضنا له في الفصل السابع . ويستخدم معامل ارتباط الرتب لإيجاد درجة الاقتران بين متغيرين كل منهما من المستوى الرتبي . ويمكن حساب هذا المعامل بالتعويض عن الرتب بدلا من الدرجات في صورة معامل ارتباط بيرسون . إلا أننا إذا وضعنا بعض القيود على البيانات وهي أن كل متغير يكون له n من الرتب ، وأن هذه الرتب تتراوح بين ١ ، n فإنه يمكن اشتقاق صورة أخرى يمكن باستخادها تبسيط العمليات الحسابية .

وقبل أن نوضح كيفية اشتقاق صورة معامل ارتباط الرتب لسبيرمان يجب أن نعرض بعض القواعد الجبرية الخاصة بالرتب .

تمثيل الرتب جبريا :

تمثل الرتب عادة بأعداد صحيحة مثل ١ ، ٢ ، ٣ ، ... ، n . فإذا رمزنا لهذه الرتب بالرموز الجبرية $s_1, s_2, s_3, \dots, s_n$ ، فإنه يمكن أن نحصل على مجموع ومجموع مربعات n من الأعداد الصحيحة الأولى كالآتي .

$$(1) \quad \sum_{k=1}^n s_k = \frac{n(n+1)}{2}$$

أي أن مجموع n من الأعداد الصحيحة ١ ، ٢ ، ٣ ، ... ، n

$$= \frac{n(n+1)}{2}$$

فثلا مجموع الأعداد الخمسة الصحيحة الأولى أى ١، ٢، ٣، ٤، ٥ هو
 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ ، وهذه يمكن الحصول عليها مباشرة باستخدام
 الصورة الجبرية السابقة كالآتى :

$$10 = \frac{7 \times 0}{2} = \frac{(1+0) \cdot 0}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \sum_{k=1}^n k^2 \quad (2)$$

أي أن مجموع مربعات n من الأعداد الصحيحة $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$$\frac{(1+q)(1+\varepsilon)\varepsilon}{7} = r_4 + r_3 + r_2 + r_1 \text{ فتلا}$$

$$r. = \frac{1 \times 0 \times 1}{7} =$$

(٣) متوسط ن من الأعداد الصحيحة الأولى $\frac{1 + n}{2}$

$$\frac{n + \dots + 3 + 2 + 1}{n} = \text{ای آن : س}$$

$$\frac{1+n}{2} = \frac{(1+n)n}{n2} =$$

(٤) تبين ن من الأعداد الصحيحة الأولى والذي يمكن أن نحصل عليه بجمع مجموع مربعات انحرافات الأعداد عن المتوسط وقسمة الناتج على ن هو :

$$\frac{1 - n^2}{12} = \bar{e}^2$$

$$\text{، وكذلك بـ } (s - \bar{s})^2 = \frac{n(1 - n^2)}{12} = \frac{n - n^3}{12}.$$

(٥) المتوسط هو دالة بسيطة مباشرة للتباين . إذ يمكن كتابة العلاقة بين متوسط ن من الأعداد الصحيحة وتباين هذه الأعداد كالآتي :

$$\frac{\bar{e}^2}{1 - n} = \bar{s}$$

ويمكن البرهنة على ذلك ببساطة بأن نبدأ بصورة التباين :

$$\frac{1 - n^2}{12} = \bar{e}^2$$

ثم نحلل البسط $1 - n^2$ إلى عاملين $(1 - n)(1 + n)$

$$\text{أي أن : } \bar{e}^2 = \frac{(1 - n)(1 + n)}{12}$$

والكن $\bar{s} = \frac{1 + n}{2}$ للأعداد الصحيحة الأولى التي عددها ن .

$$\text{أي أن : } n + 1 = 2\bar{s}$$

وبالتعويض في \bar{e}^2 نجد أن :

$$\bar{e}^2 = \frac{2\bar{s}(1 - n)}{12}$$

$$\text{أى أن } \overline{S} = \frac{E^2}{n-1}$$

وفي الحقيقة يمكن أن يستفيد الباحث من معرفة هذه العلاقات في فهم الأساس الرياضى لمعامل ارتباط الرتب .

مقياس درجة اتفاق الرتب :

إذا افترضنا أن لدينا ن من الأفراد ١ ، ٢ ، ٣ ، ... ، ن ثم ترتيبهم بالنسبة لمتغيرين س ، ص . فإننا نرسم لرتب قيم المتغير س بالرموز :

س_١ ، س_٢ ، س_٣ ، ... ، س_ن .

ولرتب قيم المتغير ص بالرموز :

ص_١ ، ص_٢ ، ص_٣ ، ... ، ص_ن .

فإذا كانت رتب خمسة أفراد بالنسبة للمتغيرين س ، ص كما يلي :

س	١	٢	٣	٤	٥
ص	١	٤	٣	٥	٢

فهنا يكون ترتيب المتغير س هو الترتيب الطبيعي ، أما ترتيب المتغير ص فلا يكون كذلك .

إذ أن هناك نوعاً من عدم الترتيب في المتغير ص بالنسبة للمتغير س . وهنا يبرز التساؤل : هل يمكن تعريف مقياس درجة اتفاق الرتب في مثل هذه الحالة ؟ .

أن أحد المقاييس الأخرى الشائعة الاستخدام لقياس درجة اتفاق الرتب يعتمد على مجموع مربعات الفروق بين أزواج الرتب . ويمكن أن نرمز لهذا المقدار بالرمز $\sum d^2$. ففي المثال السابق :

$$\begin{aligned} \epsilon (س - ص) &= \epsilon (ف) \\ &= (صفر) + (٢-) + (صفر) + (١-) \\ &= ٠.١٤ = \epsilon (٣) + \end{aligned}$$

ومن المهم أن نحدد أكبر وأقل قيمة يصل إليها المقدار $\epsilon (ف)$.

فإذا كان لمجموعة من الأفراد نفس الترتيب في كل من المتغيرين $س$ ، $ص$ فإن $\epsilon (ف) = صفر$. وهذه هي أقل قيمة للمقدار $\epsilon (ف)$. أى أنه إذا كانت رتب قيم المتغير $س$ هي : ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ورتب قيم المتغير $ص$ هي : ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ فإن الفروق بين كل رتبتين متناظرتين تكون صفراً . أما إذا كانت أزواج الرتب موضوعة بترتيب عكسى وهو أقصى عدم ترتيب ، فإن $\epsilon (ف)$ تأخذ قيمتها القصوى . وإذا كانت رتب قيم المتغير $س$ هي ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ورتب قيم المتغير $ص$ هي ٥ ، ٤ ، ٣ ، ٢ ، ١ فإن فروق الرتب تصبح - ٤ ، - ٣ ، - ٢ ، - ١ ، - ٢ وتكون $\epsilon (ف) = ٤.٠$.

ولا يمكن الحصول على قيمة أكبر من ذلك مهما غيرنا من ترتيب $ص$ بالنسبة إلى $س$.

ويمكن إثبات أن أقصى قيمة تأخذها $\epsilon (ف)$ نحصل عليها بالتعويض في الصورة الآتية :

$$\epsilon (ف)_{\text{القصوى}} = \frac{ن (ن - ١)}{٢}$$

فإذا وضعنا رتب $ص$ في ترتيب عشوائى بالنسبة إلى $س$ فإن القيمة المتوقعة للمقدار $\epsilon (ف)$ تكون نصف $\epsilon (ف)_{\text{القصوى}}$.

$$\text{أى أن : } \epsilon (ف)_{\text{المتوقعة}} = \frac{ن (ن - ١)}{٦}$$

وتعتبر $\epsilon (ف)$ أحد المقاييس التى تستخدم في قياس درجة اتفاق الرتب .

معامل ارتباط الرتب لسبيرمان :

نظراً لأهمية r_s في قياس درجة اتفاق الرتب فإنها تستخدم في تعريف معامل ارتباط الرتب لسبيرمان . وهذا المعامل يأخذ القيمة $+1$ عندما يكون لقيم المتغيرين نفس الترتيب ، والقيمة -1 عندما ينعكس ترتيب القيم ، وتكون قيمته المتوقعة مساوية للصفر إذا كان ترتيب القيم عشوائياً بالنسبة لبعضها البعض .

ويمكن تعريف معامل ارتباط الرتب الذي يبنى بهذه الخواص كالآتي :

$$\text{معامل ارتباط الرتب } P = 1 - \frac{r_s}{r_{s \text{ القصوى}}} \quad (٢) \dots\dots\dots$$

حيث P وهو أحد الحروف اليونانية ويقراً (رو) يرمز لمعامل ارتباط الرتب لسبيرمان . فإذا كان لقيم المتغيرين نفس الترتيب تصبح $r_s = 1$ صفر ، وتكون $P = 1$.

وإذا انعكس ترتيب قيم المتغيرين تكون $r_s = -1$ القصوى ، وتصبح $P = 0$. وفي حالة عدم وجود ارتباط بين رتب S ورتب V تصبح $r_s = 0$ ، $P = 0.5$. وعندئذ تكون $P = 0.5$ صفر . وقد سبق أن أوضحنا أن :

$$r_{s \text{ القصوى}} = \frac{n(n-1)}{2} \quad (٣) \dots\dots\dots$$

بالتعويض من (٣) في (٢) نجد أن :

$$\text{معامل ارتباط الرتب } = 1 - \frac{r_s}{\frac{n(n-1)}{2}} \quad (٤) \dots\dots\dots$$

وهذه هي الصورة المعروفة التي تستخدم في حساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان .

معامل ارتباط الرتب لسبيرمان كحالة خاصة من معامل الارتباط لبيرسون:

في الحقيقة يمكن اعتبار أن معامل ارتباط الرتب لسبيرمان (الصورة رقم ٤) حالة خاصة من معامل الارتباط لبيرسون الذي يمكن كتابة الصورة التي تستخدم في حسابه كالآتي:

$$\text{معامل ارتباط بيرسون} = \frac{\sum (s - \bar{s})(v - \bar{v})}{\sum (s - \bar{s})^2 \times \sum (v - \bar{v})^2}$$

..... (٥)

ولتوضيح كيفية اشتقاق الصورة رقم (٤) من الصورة رقم (٥) نعرض البرهان الآتي:

إذا افترضنا أنه لكل زوج من قيم المتغيرين s ، v :

$$f = s - v$$

$$\text{فإن } f = s - v$$

بالقسمة على n (حيث $n = \text{عدد القيم}$) :

$$\frac{f}{n} = \frac{s}{n} - \frac{v}{n}$$

$$\text{أي أن : } f = s - v \quad (\text{المتوسطات})$$

وبمجموع مربعات انحرافات قيم f عن متوسط هذه القيم هو :

$$\sum (f - \bar{f})^2 = \sum [(s - \bar{s}) - (v - \bar{v})]^2$$

$$= \sum (s - \bar{s})^2$$

حيث \bar{s} ، \bar{v} نرمز إلى انحرافات قيم s ، v عن متوسط كل منهما .

$$\therefore \epsilon (f - \bar{f}) = \epsilon_s^2 - \epsilon_{sv}^2 + \epsilon_{sv}^2 - 2\epsilon_{sv}^2$$

$$= \frac{\epsilon_{sv}^2 \times \epsilon_{sv}^2}{\epsilon_{sv}^2 \times \epsilon_{sv}^2} - 2\epsilon_{sv}^2 + \epsilon_{sv}^2 - 2\epsilon_{sv}^2$$

وذلك بالضرب في $\sqrt{\epsilon_{sv}^2 \times \epsilon_{sv}^2}$
بسطاً ومقاماً

$$= \epsilon_{sv}^2 + \epsilon_{sv}^2 - 2\epsilon_{sv}^2 + \epsilon_{sv}^2 \times \epsilon_{sv}^2$$

$$\text{لأن } r = \frac{\epsilon_{sv}^2}{\sqrt{\epsilon_{sv}^2 \times \epsilon_{sv}^2}}$$

(أنظر الصورة رقم ٣ في الفصل السابع)

$$\therefore r = \frac{\epsilon_s^2 + \epsilon_{sv}^2 - \epsilon_{sv}^2 - 2\epsilon_{sv}^2}{\sqrt{2\epsilon_{sv}^2 \times \epsilon_{sv}^2}}$$

ولكن سبق أن بينا أن :

$$\frac{\epsilon_s^2 - \epsilon_{sv}^2}{12} = \epsilon_{sv}^2 = \epsilon_s^2$$

$$\therefore r = \frac{\epsilon_s^2 - \epsilon_{sv}^2}{12} + \frac{\epsilon_s^2 - \epsilon_{sv}^2}{12} - \epsilon_{sv}^2$$

$$\left(\frac{\epsilon_s^2 - \epsilon_{sv}^2}{12} \right) \left(\frac{\epsilon_s^2 - \epsilon_{sv}^2}{12} \right) \sqrt{2}$$

$$= \frac{\epsilon_s^2 - \epsilon_{sv}^2}{6} - \epsilon_{sv}^2$$

$$= \frac{\epsilon_s^2 - \epsilon_{sv}^2}{6}$$

$$= 1 - \frac{6\epsilon_{sv}^2}{\epsilon_s^2 - \epsilon_{sv}^2}$$

ولكن إذا كانت كل من s ، v مقدرة على أساس الرتب فإن : $\bar{s} = \bar{v}$
 ، $\bar{f} = \bar{s} - \bar{v} = \text{صفر}$

$$\text{أي } r = 1 - \frac{\sum f^2}{n - \sum n^2}$$

وهذه هي صورة معامل ارتباط الرتب لسيرمان .

طريقة حساب معامل ارتباط الرتب لسيرمان إذا كانت الرتب \bar{v} مكررة :

مثال (١) : أوجد معامل ارتباط الرتب لسيرمان باستخدام البيانات الآتية :

$$\text{رتب } s = (10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1)$$

$$\text{رتب } v = (10, 5, 9, 4, 8, 1, 2, 7, 3, 6)$$

فلإيجاد معامل الارتباط المطلوب يمكن أن يتبع الباحث الخطوات الآتية :

(١) يوجد الفرق بين الرتب المتناظرة لكل من s ، v ويرمز لها بالرمز f . ولتحقق من صحة هذه الفرق يجب أن يكون مجموعها صفراً .

$$\text{أي أن : } \sum f = \text{صفر}$$

(٢) يربع الفرق الناتجة ليحصل على f^2 .

(٣) يجمع مربعات هذه الفرق ليحصل على $\sum f^2$.

(٤) يعوض في صورة معامل ارتباط الرتب لسيرمان لإيجاد قيمة P وهي :

$$P = 1 - \frac{\sum f^2}{n(1 - \sum n^2)}$$

ويمكن استخدام هذه الخطوات في المثال السابق وتلخيصها في الجدول رقم

(٣٩) الآتي :

الفروق بين الرتب		الرتب	
ف ^٢	ف	ص	س
٢٥	٥ —	٦	١
١	١ —	٣	٢
١٦	٤ —	٧	٣
٤	٢ +	٢	٤
١٦	٤ +	١	٥
٤	٢ —	٨	٦
٩	٣ +	٤	٧
١	١ —	٩	٨
١٦	٤ +	٥	٩
صفر	صفر	١٠	١٠
٩٢ = ف ^٢ ∑	صفر		المجموع

$$0,442 = \frac{92 \times 6}{(1 - 100)10} - 1 = \frac{6 \sum f^2}{n(1 - \sum n^2)} - 1 = P$$

جدول رقم (٣٩)

خطوات حساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

إذا كانت الرتب غير مكررة

مثال (٢) : أوجد معامل ارتباط الرتب لسبيرمان بين درجات المتخبرين

س، ص الآتية :

$$س = (٣٦، ٣٥، ٤٨، ٥٢، ٧١، ٤٧)$$

$$ص = (٥٩، ٤٩، ٥٠، ٨٥، ٧٩، ٧٥)$$

هنا يجب أن نلاحظ أن المعلوم هو الدرجات وليست الرتب . ولذلك يجب أولاً إيجاد الرتب المناظرة لكل قيمة من قيم س ، ص بأن نبدأ بترتيب قيم س ترقبياً تنازلياً أو تصاعدياً وإلى ذلك ترتيب قيم ص بنفس الطريقة ، ثم نتبع نفس الخطوات التي اتبعناها في المثال السابق رقم (١) .

ويمكن تلخيص هذه الخطوات في الجدول الآتي (رقم ٤٠) :

الدرجات		الرتب		الفرق بين الرتب	
س	ص	س	ص	ف	ف ^٢
٤٧	٧٥	٤	٣	١+	١
٧١	٧٩	١	٢	١-	١
٥٢	٨٥	٢	١	١+	١
٤٨	٥٠	٣	٥	٢-	٤
٣٥	٤٩	٦	٦	صفر	صفر
٣٦	٥٩	٥	٤	١+	١
المجموع				صفر	٨ = ف ^٢

$$P = 1 - \frac{\sum f^2}{n} = 1 - \frac{8 \times 6}{(1 - 36) \times 6} = 0,78$$

جدول رقم (٤٠)

خطوات حساب معامل ارتباط الرتب
لسبيرمان بمعلومية الدرجات

طريقة حساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان إذا كانت بعض الرتب مكررة

إذا أردنا أن نرتب الدرجات ١٤ ، ١٩ ، ١٩ ، ٢٢ ، ٢٣ ، ٢٣ ، ٢٥ فإننا نلاحظ على الفور أن الدرجة ١٩ قد تكررت مرتين ، والدرجة ٢٣ تكررت ثلاث مرات . وفي مثل هذه الحالات يجب أن نعين للدرجات المكررة متوسط رتب هذه الدرجات .

فتلا إذا كانت رتبة الدرجة ١٤ هي ١ ، فإن رتبة كل من الدرجتين ١٩ تكون $\frac{2+3}{2} = 2,5$ ، ورتبة الدرجة ٢٢ تساوي ٥ نظرًا لأنه يسبقها ثلاث درجات ،

ورتبة كل من الدرجات ٢٣ التالية تساوي $\frac{5+6+7}{3} = 6$.

ويمكن إيجاد معامل ارتباط الرتب لسبيرمان بعد ذلك بنفس الطريقة التي اتبعناها في حالة الرتب غير المكررة .

ولكن إذا كان هناك رتب كثيرة مكررة فإن هذه الطريقة ربما لا تكون دقيقة في حساب معامل الارتباط . وذلك يرجع إلى أن معامل ارتباط الرتب لسبيرمان هو حالة خاصة من معامل ارتباط بيرسون الذي يفترض أن الرتب هي الأعداد الصحيحة الأولى التي عددها ن . فوجود الرتب المكررة يتنافى مع هذا الغرض . وإذا زاد عدد هذه الرتب المكررة فإن مجموع مربعات فروق هذه الرتب يختلف اختلافًا كبيرًا عن مجموع مربعات الأعداد الصحيحة الأولى التي عددها ن . وهذا يؤثر بالتالي على قيمة معامل ارتباط الرتب . ولذا توجد طرق أخرى تستخدم لتصحيح الرتب المكررة سوف نعرض إحداها بعد عرضنا للشال رقم (٣) الآتي .

مثال (٣) : أوجد معامل ارتباط الرتب لسبيران لأزواج الدرجات الآتية :

$$س = (١٠، ٩، ٨، ٦، ٥، ٤، ٣، ٢، ٢، ١)$$

$$ص = (٨، ٧، ٧، ٦، ٥، ٥، ٣، ٢، ٢)$$

ويمكن تلخيص الخطوات التي يمكن أن يتبعها الباحث لإيجاد معامل الارتباط في هذه الحالة في الجدول رقم (٤١) الآتي:

الدرجات		الرتب		الفروق بين الرتب	
س	ص	س	ص	ف	ف ^٢
١	٢	١	١,٥	٠,٥ -	٠,٢٥
٢	٢	٢,٥	١,٥	١,٠ +	١,٠٠
٢	٣	٢,٥	٣	٠,٥ -	٠,٢٥
٣	٥	٤	٥	١,٠ -	١,٠٠
٤	٥	٥	٥	صفر	صفر
٥	٥	٦	٥	١,٠ +	١,٠٠
٦	٦	٧	٧	صفر	صفر
٨	٧	٨	٨,٥	٠,٥ -	٠,٢٥
٩	٧	٩	٨,٥	٠,٥ +	٠,٢٥
١٠	٨	١٠	١٠	صفر	صفر
المجموع				صفر	٤ = ٤

$$٠,٩٧٥ = \frac{٤ \times ٦}{(١ - ١٠٠) ١٠} - ١ = \frac{٦ \text{ مج ف}^٢}{(١ - ١٠٠) ١٠} - ١ = P$$

جدول رقم (٤١)

خطوات حساب معامل ارتباط الرتب لسبيران اذا كانت بعض الرتب مكررة
(٢٤ - التحليل)

طريقة أخرى لحساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان :

يمكن حساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان باستخدام صورة أخرى، وبالرغم من أن هذه الصورة تتطلب عمليات حسابية أكثر من الصورة السابقة إلا أنها تتميز بإمكانية إجراء بعض التعديل عليها بحيث تستخدم في حالة وجود بعض الرتب المكررة .

وعندما تنحصر الرتب بين ١ ، ن فإن مجموع مربعات الرتب ومجموع حواصل ضربها يمكن حسابه باستخدام الصورة الآتية :

مجموع مربعات رتب س ، أى مس = مجموع مربعات رتب ص ، أى مـص

$$\frac{n^2 - n}{12} =$$

ومجموع حواصل ضرب رتب س ، ص أى :

$$م = \frac{1}{2} (م + مـص - مـف)$$

حيث ف هي فرق رتبتين متناظرتين من رتب س ، ص وبذلك تكون

$$p = \frac{م}{\sqrt{م \times مـص}} \dots \dots \dots (٦)$$

ويمكن أن نطبق هذه الصورة على البيانات الموضحة في الجدول السابق رقم (٤١) كالآتي :

$$م = مـص = \frac{n^2 - n}{12} = \frac{1000 - 10}{12} = 82,5$$

$$م = \frac{1}{2} (م + مـص - مـف)$$

— ٣٧١ —

$$\frac{1}{2} = (82,5 + 82,5 - 4)$$

$$80,5 = 161 \times \frac{1}{2} =$$

$$\frac{80,5}{82,5 \times 82,5} = p \text{ وبذلك تكون } p$$

$$0,975 = \frac{80,5}{82,5} =$$

وهي نفس القيمة التي حصلنا عليها فيما سبق .

ولكن وجود رتب مكررة في هذا المثال يقلل من قيمة مجموع المربعات .
والصورة التي استخدمناها لم تدخل هذه الرتب المكررة في الاعتبار عند حساب
معامل الارتباط . ولذلك يجب أن نصحح هذه الصورة قبل استخدامها في حالة
الرتب المكررة في أحد المتغيرين أو كليهما . ويمكن حساب معامل التصحيح
كالآتي :

١ — نحسب قيمة y لكل مستوى من مستويات الرتب المكررة باستخدام
الصورة :

$$y = \frac{t^2 - t}{12}$$

حيث t ترمز إلى عدد الملاحظات أو الدرجات التي لها نفس الرتبة .

فإذا كان هناك مثلاً درجتان لها نفس الرتبة ، فإن :

$$y = \frac{2^2 - 2}{12} = 0,0$$

٢ — نجمع قيم y لجميع الرتب المكررة لكل من المتغيرين s ، v لكي

نحصل على $\sum y_s$ ، $\sum y_v$.

٣ — نعدل مجموع مربعات رتب س ، ص ومجموع حواصل الضرب كالآتي :

$$\text{م}^2 = \frac{\text{ن}^3 - \text{ن}}{12} - \text{مجموع ت من} \quad (٧)$$

$$\text{م}^2 \text{ ص} = \frac{\text{ن}^3 - \text{ن}}{12} - \text{مجموع ص} \quad (٨)$$

ففي المثال السابق :

$$\text{م}^2 = ٨٢,٥ - ٠,٥ = ٨٢$$

$$\text{م}^2 \text{ ص} = ٨٢,٥ - ١ = ٨١,٥$$

$$\text{م}^2 \text{ ج} = \frac{1}{2} (٨٠ + ٨١,٥ - ٤) = ٧٩,٧٥$$

$$P = \frac{٧٩,٧٥}{(٨١,٥)(٨٢)} = \frac{٧٩,٧٥}{٨١,٧٥} = ٠,٩٧٣$$

ويلاحظ أن معامل التصحيح له تأثير طفيف على قيمة معامل ارتباط الرتب لأن عدد الرتب المكررة كان قليلا . ولذلك يمكن التغاضي عن استخدام معامل التصحيح في مثل هذه الحالات .

ولكن يجب استخدام هذا المعامل إذا كان هناك عدد كبير من الرتب المكررة .

وعلى الباحث أن يقرر بنفسه ما إذا كان من الأفضل استخدام معامل التصحيح أم لا إذا وجد أن هذا المعامل سوف يكون له تأثير يذكر على قيمة معامل ارتباط الرتب .

وينبغي أن نلاحظ أنه إذا حسبنا معامل ارتباط بيرسون لنفس مجموعة الدرجات فإن قيمته ربما تختلف قليلا عن قيمة معامل ارتباط الرتب لسبيرمان . ولذا يفضل استخدام معامل ارتباط بيرسون إذا كان ميزان قياس البيانات من النوع الفترى .

أما إذا لم يكن لدى الباحث آلة حاسبة فإن استخدام طريقة سيرمان بما تتميز به من سهولة في العمليات الحسابية تعطيه قيمة تقريبية لمعامل ارتباط بيرسون . وكلما زاد حجم العينة كلما زاد اقتراب قيمتي المعاملين .

وفي الحقيقة توجد صورة رياضية يمكن أن تستخدم لتقدير معامل ارتباط بيرسون بمعلومية معامل ارتباط الرتب لسبيرمان ، إلا أن استخدام هذه الصورة يتطلب أن تكون البيانات مستمدة من عينات كبيرة ، وهو ما لا يتوفر لدى الباحث عند استخدامه لمعامل ارتباط الرتب .

وقد دلت نتائج تطبيق هذه الصورة الرياضية على أن معامل ارتباط الرتب في المتوسط يكون أكبر قليلا من معامل ارتباط بيرسون ، وأن أكبر فرق بينهما باستخدام هذه الصورة عندما يكون كل منهما قريبا من ٠,٥٠ و ٠,٠٢ ، مما يؤكد مدى اقتراب قيمتي المعاملين من بعضهما . ولكننا مع هذا لا ننصح الباحث بأن يستخدم معامل ارتباط بيرسون إلا إذا كانت البيانات تحقق الفروض التي يتطلبها هذا النوع من الارتباط .

تفسير معامل ارتباط الرتب لسبيرمان :

إذا كان كل من المتغيرين المطلوب إيجاد معامل الارتباط بينهما مقدرين على أساس الرتب فإن قيمة هذا المعامل تساوي قيمة معامل ارتباط بيرسون الناتجة من استخدام الدرجات الأصلية بدلا من الرتب (فيما عدا الحالات التي تكون

ففيها بعض الرتب مكررة أكثر من ثلاث أو أربع مرات .

ولذا يمكن في الحالة الأولى تفسير معامل ارتباط الرتب لسبيرمان على أنه مقياس لمقدار العلاقة الخطية بين الرتب .

أما إذا كانت قيم كل من المتغيرين محسوبة بوحدات غير الرتب (مثل درجات اختبار في الذكاء مثلاً) فإن قيمة معامل ارتباط الرتب المناظرة لدرجات الاختبار لا تساوي قيمة معامل ارتباط بيرسون المحسوبة من الدرجات الأصلية .

كما أن معامل ارتباط الرتب بين درجات توزيعين يتخذان شكل التوزيع الاعتدالي يكون أقل قليلاً من معامل ارتباط بيرسون الذي يحسب من الدرجات الأصلية (أقل من ٠,٠٢) .

والخلاصة أنه يمكن اعتبار قيم معامل ارتباط الرتب لسبيرمان هي قيم تقريبية لمعامل ارتباط بيرسون .

معامل ارتباط الرتب لسكندال

Kendall's Tau Rank Correlation Coefficient

يمكن اعتبار معامل ارتباط الرتب الذي ينسب إلى العالم الإنجليزى موريس كندال Maurice Kendall بديلاً لمعامل ارتباط الرتب لسبيرمان . فكل منهما يستخدم كمقياس للعلاقة بين متغيرين كل منهما من المستوى الرتبى .

ولسكن معامل ارتباط كندال يختلف في الفكرة التي بنى عليها عن معامل ارتباط لسبيرمان . فعامل ارتباط لسبيرمان يمكن اشتقاقه كما سبق أن رأينا بطريقة جبرية من معامل ارتباط حاصل ضرب العزوم لبيرسون ، ولذلك فهو يعتبر حالة خاصة منه ، ولسكن معامل ارتباط الرتب لسكندال يعتمد على تحديد الفرق بين عدد الاتفاقات وعدد الاختلافات بين أزواج رتب كل من المتغيرين ،

ثم إيجاد النسبة بين هذا الفرق إلى عدد الاتفاقات بين الرتب إذا افترض أن هناك اقترانا موجب تام بين مجموعي الرتب .

وهو بهذا يشبه إلى حد ما معامل الاقتران الرتبي لجودمان وكروسكال الذي سبق أن عرضنا له في مستهل هذا الفصل . ويرمز لمعامل ارتباط الرتب لسكندال بالحرف اليوناني (T) ويقرأ (تو) . وسوف نوضح في نهاية هذا الفصل العلاقة بين معاملات ارتباط الرتب الثلاثة .

وتوجد في الحقيقة طرق متعددة لحساب معامل ارتباط الرتب لسكندال بعضها جبرية والآخرى بيانية . وسوف نعرض فيما يلي لبعض هذه الطرق .

التي أشار إليها هين

طريقة حساب معامل ارتباط الرتب لسكندال إذا كانت الرتب غير

مكبورة :

(أولا) طريقة جبرية :

نفترض أننا أردنا حساب معامل ارتباط كندال بين مجموعي الرتب

لآتية :

س	٣	٢	١	٤	٥
ص	٤	١	٣	٢	٥

فالمطوية الأولى : نعيد ترتيب رتب س ترتيبا تصاعديا من ١ إلى ن ، ونكتب

رتب ص المناظرة كالاتي :

س	١	٢	٣	٤	٥
ص	٣	١	٤	٢	٥

والخطوة الثانية : نبدأ بزواج الرتب الأول (حيث $s = 1$) ، ونقارن قيمة ص المناظرة (ص $= 3$) بجميع قيم ص التالية ، ونعين القيمة $+ 1$ لكل رتب ص التالية التي تكون أكبر من الرتبة ص $= 3$ ، والقيمة $- 1$ لكل رتب ص التالية التي تكون أقل من الرتبة ص $= 3$.

ثم نجمع القيم الناتجة جمعا جبريا (أى مع مراعاة الإشارات) . ونكرر هذه العملية لجميع رتب ص المناظرة لرتب س كالاتى :

بالنسبة للزوج الأول حيث (س $= 1$) :

$$- 1 + 1 - 1 + 1 = \text{صفر}$$

وبالنسبة للزوج الثانى (حيث س $= 2$) :

$$3 + = 1 + 1 + 1 +$$

وبالنسبة للزوج الثالث (حيث س $= 3$) :

$$- 1 + 1 = \text{صفر}$$

وبالنسبة للزوج الرابع (حيث س $= 4$) :

$$+ 1 = 1 +$$

والخطوة الثالثة : نجمع القيم الناتجة جمعا جبريا ونزول للجموع بالرمز ج .

$$\text{أى أن : ج} = \text{صفر} + 3 + \text{صفر} + 1 = 4 \dots$$

والخطوة الرابعة ، نحسب أكبر قيمة للمقدار (ج) ، وهى القيمة التي نحصل عليها إذا كان هناك اقتران موجب تام بين مجموعى الرتب . وهذه القيمة $= \frac{1}{2} n (n - 1)$.

والخطوة الخامسة ، نحسب معامل ارتباط الرتب ليكن دال باستخدام الصورة الآتية :

$$T = \frac{\frac{1}{2} n (n - 1)}{\frac{J^2}{n (n - 1)}} \dots (9)$$

$$\text{أى أن } T \text{ فى المثال السابق} = \frac{٥ - ٢٥}{٤ \times ٢} = +٠,٤٠$$

وإذا حسبنا معامل ارتباط الرتب لسبيرمان لهذه البيانات سوف نجد أنه يساوى $+٠,٥٠$ ، واختلاف الناتجين يرجع إلى اختلاف الأساس المنطقي الذى بنى عليه كل من المعاملين . وسوف نعود لمناقشة هذه النقطة عند مقارنة الطرق المختلفة لإيجاد العلاقة بين متغيرين من المستوى الرتبى فى آخر هذا الفصل .

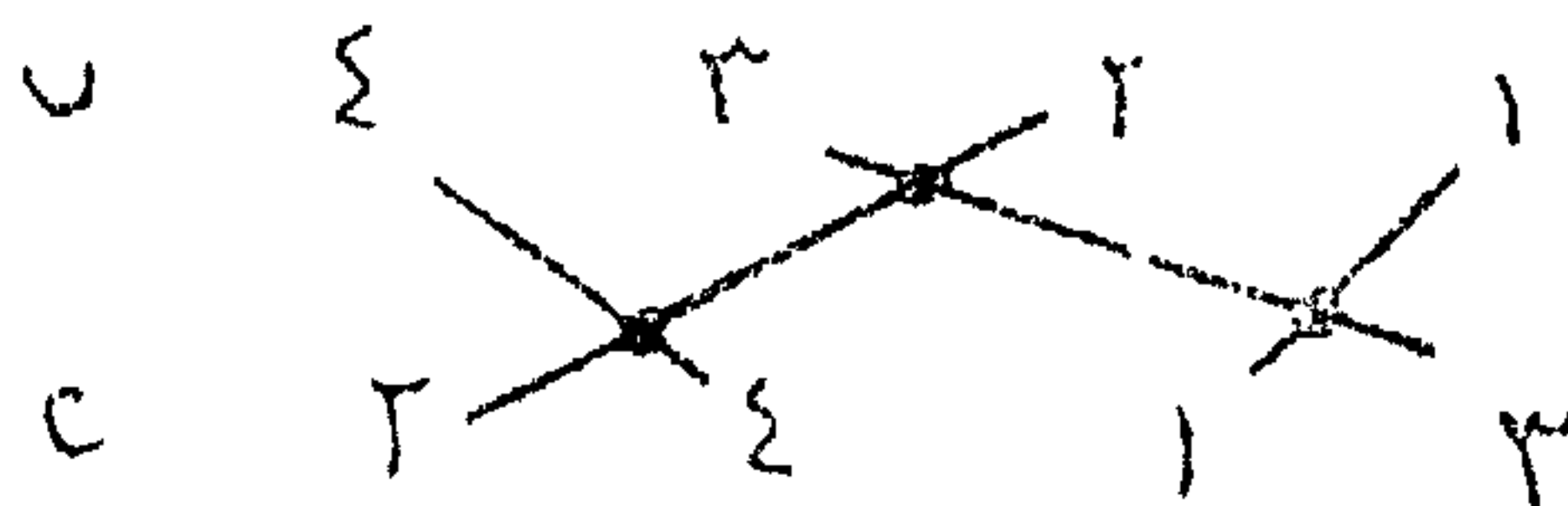
(ثانيا) طريقة بيانية :

تعد هذه الطريقة أبسط من الطريقة الجبرية السابقة عند حساب قيمة ج ، إذ أنها تعتمد على التوضيح البياني لأزواج الرتب . وفيما يلي ملخص الخطوات التى يمكن أن يتبعها الباحث عند استخدام هذه الطريقة فى حساب معامل ارتباط الرتب لسكندال إذا كانت الرتب غير مكررة .

الخطوة الأولى : يعيد ترتيب رتب س ترتيبا تصاعديا من ١ إلى ن، ويكتب رتب ص المناظرة كالتالى :

س	١	٢	٣	٤	٥
ص	٣	١	٤	٢	٥

والخطوة الثانية : يرسم خطوطا تصل بين الرتب المتساوية لـ س و ص كالآتى :



والخطوة الثالثة : يوجد عدد نقط تقاطع هذه الخطوط ، وهي تدل على عدد الاختلافات بين الرتب . وفي هذا المثال توجد ثلاث نقط تقاطع كما هو مبين بالتخطيط البياني السابق .

والخطوة الرابعة : يوجد قيمة ج باستخدام الصورة الآتية :

$$ج = \frac{ن (ن - ١)}{٢} - ٢ \times \text{عدد الاختلافات بين الرتب}$$

(١٠)

ففي هذا المثال :

$$ج = \frac{٥ (٥ - ١)}{٢} - ٢ \times ٣$$

$$= ١٠ - ٦ = ٤$$

والخطوة الخامسة : يطبق الصورة الجبرية رقم (٩) لحساب قيمة (T) وهي :

$$T = \frac{٢ ج}{ن (ن - ١)} = \frac{٢ \times ٤}{٥ (٥ - ١)}$$

وهي نفس القيمة التي حصلنا عليها باستخدام الطريقة الجبرية .

ويمكن تفسير معامل ارتباط الرتب (T) تفسير مباشراً . فإذا سمجنا زوجاً من الأشياء التي حصلنا على رتبها بطريقة عشوائية ، فإن احتمال أن يكون هذا الزوج له نفس الرتبة في كل من المتخيرين أكبر من احتمال أن يكون له رتبتان مختلفتان بقدر ٠,٤٠ . ، وبعبارة أخرى فإن هذا المعامل يدل على أن ترجيح تقدير شخصين نفس الرتبة لزوج معين من الأشياء يتم اختياره بطريقة عشوائية يكون أكبر من ترجيح تقدير رتبتين مختلفتين لهذا الزوج من الأشياء .

وهذه الطريقة البيانية لحساب معامل ارتباط الرتب لسكندال تصلح فقط عندما تكون الرتب غير مكررة ، ويسهل استخدامها إذا كان عدد الأفراد كبيراً نسبياً .

ويجب أن يلاحظ الباحث أن هذه الطريقة لا تقتصر فقط على تقديرات المحكمين لترتيب أشياء معينة ، وإنما يمكن أيضاً استخدامها في حالة ترتيب مجموعة من درجات كل من متغيرين .

ثالثاً : طريقة بيانية أخرى لحساب معامل ارتباط الرتب (T) .

يمكن استخدام طريقة بيانية أخرى لحساب قيمة (ج) . والهدف من ذكرها هنا هو أنه يمكن تطبيقها بشيء من التعديل في حالة وجود بعض الرتب المكررة في أحد المتغيرين أو كليهما .

ولتوضيح الخطوات التي يمكن أن يتبعها الباحث لإيجاد قيمة ج باستخدام هذه الطريقة نشير إلى المثال السابق .

فالخطوة الأولى : يعد جدولاً تكرارياً ثنائياً البعد ، ويضع رتب المتغير س على أحد بعديه ، ورتب المتغير ص على بعده الآخر ، ويكون لكل فرد زوج من الرتب لتحديد عن طريقة الخلية التي يقع فيها .

رتب المتغير ص					
٥	٤	٣	٢	١	
		١			١
				١	٢
	١				٣ رتب المتغير من
			١		٤
١					٥

بجدول رقم (٤٢)
بجدول ثنائى البعد لرتب متغيرين
(الرتب غير مكررة)

فمثلا زوج الرتب (١ ، ٣) فى الجدول رقم (٤٢) يقع فى الخلية الناتجة من تقاطع الصف الاول والعمود الثالث . ولذلك وضعنا الرقم ١ فى هذه الخلية ، وهكذا بالنسبة لبقية الرتب .

والخطوة الثانية : بحسب قيمة جـ بأن يأخذ أى خلية يختلف تكرارها عن الصفر ، ويحمل كل من الصف والعمود الذى تقع فيه هذه الخلية ، ويوجد عدد التكرارات التى تقع أسفل وإلى يسار هذه الخلية ، ثم يجمع التكرارات التى يحصل عليها . فمثلا بالنسبة للخلية (١ ، ٢) توجد ٣ تكرارات تقع أسفل وإلى يسار هذه الخلية ، وهكذا فى بقية خلايا الجدول . ويمكن تلخيص ذلك كالآتى :

الخلية	عدد التكرارات
(٣، ١)	٢
(١، ٢)	٣
(٤، ٣)	١
(٢، ٤)	١
(٥، ٥)	صفر
ج	٧

والخطوة الثالثة : يطبق الصورة الآتية لحساب قيمة ج :

$$ج = ج٢ - \frac{ن(ن-١)}{٢} \quad (١١)$$

$$\frac{٤ \times ٥}{٢} - ٧ \times ٢ =$$

$$٤ = ١٠ - ١٤ =$$

والخطوة الرابعة : يطبق الصورة الجبرية رقم (٩) لحساب قيمة (T) وهي :

$$٠,٤٠ = \frac{٤ \times ٢}{(١-٥)٥} = \frac{ج٢}{ن(ن-١)} = T$$

ونلاحظ أنها نفس القيمة التي حصلنا عليها باستخدام الطريقتين الآخرين .

ويمكن أن يوجد الباحث قيمة ج — بدلا من ج٢ وذلك بأن يأخذ مجموع التكرارات الواقعة إلى يمين وأسفل كل خلية من خلايا الجدول بمختلف تكرارها عن الصفر .

$$\text{وعندئذ تكون ج} = \frac{ن(ن-١)}{٢} - ٢ \text{ ج} \dots\dots\dots (١٢)$$

وذلك لأنه في حالة عدم وجود رتب مكررة .

$$(٣) \quad \frac{ن(ن-١)}{٢} = \text{ج} + \text{ج} \dots\dots\dots$$

طريقة حساب معامل ارتباط الرتب لـ كندال إذا كانت بعض الرتب مكررة :

يمكن حساب معامل ارتباط الرتب لـ كندال إذا كانت بعض الرتب مكررة باستخدام طريقة مماثلة للطريقة البيانية الثانية التي عرضنا لها فيما سبق . أي أن الباحث يمكنه استخدام جدول تكرارى ثنائى البعد كما سبق ولـكن بعض خلايا الجدول في هذه الحالة سوف تشمل على تكرارات أكبر من الواحد الصحيح .

ولتوضيح الخطوات التي يمكن أن يتبعها الباحث لـ إيجاد قيمة كل من ج ، T
يعرض هــنـا المثال الآتى :

نفترض أنـا قـنـا بـمـلـا حـظـة ١٢ فردا بفرض ترتيبهم بالنسبة لكل من متغيرين ،
وحصلنا على البيانات الآتية الموضحة بـجدول رقم (٤٣) الآتى .

الفرد	رتب المتغير (س)	رتب المتغير (ص)
١	٥	٨,٥
٢	٧	١١
٣	٥	١٢
٤	١	٨,٥
٥	٢	٨,٥
٦	٣	٦
٧	٥	٥
٨	١١,٥	٨,٥
٩	١١,٥	٢
١٠	٩,٥	٢
١١	٩,٥	٢
١٢	٨	٤

جدول رقم (٤٣).

ترتيب ١٢ فردا بالنسبة الى كل من متغيرين

فالخطوة الاولى . يرتب الدرجات في كل من المتغيرين س ، ص كما في الجدول رقم (٤٣) . وفي الحقيقة يمكن استخدام الدرجات الفعلية بدلا من الرتب وتدوينها في العمودين الثاني والثالث من الجدول نظراً لان الباحث ان يستخدم هذه الدرجات في حد ذاتها في العمليات الحسابية التي تلي ذلك .

والخطوة الثانية : يكون جدولاً ثنائى البعد ، يضع رتب المتغير س على بعده الافقى ، ورتب المتغير ص على بعده الرأس كالاتى :

رتب المتغير س								
المجموع	١١,٥	٩,٥	٨	٧	٥	٣	٢	١
٣	١	٢						
١			١					
١					١			
١						١		
٤	١				١		١	١
١				١				
١					١			
المجموع	١٢	٢	٢	١	١	٣	١	١

رتب المتغير ص

جدول رقم (٤٤)

جدول تكرار ثنائى البعد لرتب متغيرين

(بعض الرتب مكررة)

والخطوة الثالثة : بحسب قيمة جـ كما سبق في حالة الرتب غير المكررة .
غير أنه في هذه الحالة يجب أن يعطى أوزاناً للتكرارات التى تقع إلى يسار وأسفل
كل خلية غير صفرية تساوى تكرار الخلية .

فمثلاً بالنسبة للخلية الناتجة من تقاطع الصف الاول والعمود السابع يوجد
تكرار واحد أسفل وإلى يسار هذه الخلية . ولكن نظراً لوجود حالتين أو
تكرارين في الخلية فإنه عند حساب جـ يجب أن يجمع التكرارات الموزونة
للخلايا .

أى أن :

$$+ = (1) 2 + (1) 1 + (2) 1 + (4) 1 + (2) 1$$

$$+ = (1) 1 + (2) 1 + 14$$

والخطوة الرابعة : يحسب ج وذلك بأن يأخذ المجموع الموزون للتكرارات الواقعة إلى يمين وأسفل كل خلية غير صفرية من خلايا الجدول كالآتي :

$$ج = (٨)٢ + (٨)١ + (٧)١ + (٣)١ + (٢)١$$

$$+ (٢)١ + (١)١ = ٣٩$$

$$وبذلك تكون ج = ج + ج - ج$$

$$= ١٤ - ٣٩ = - ٢٥$$

وبقترح كندال لإيجاد قيمة T أن نقسم قيمة ج الناتجة على المقدار الآتي :

$$\sqrt{\left[\frac{n(n-1)}{2} - \frac{n(n-1)}{2} \right] \left[\frac{n(n-1)}{2} - \frac{n(n-1)}{2} \right]}$$

(١٤) . . .

$$\text{حيث } T_1 = \frac{\text{مجموع } n(n-1)}{2} \quad (١٥) . . .$$

، n = المجموع الكلي للتكرار الهامشي للعمود ع، حيث ع ترمز إلى عدد الأعمدة المناظرة لرتب س .

$$T_2 = \frac{\text{مجموع } n(n-1)}{2} \quad (١٦) . . .$$

، n = المجموع الكلي للتكرار الهامشي للصف ف، حيث ف ترمز إلى عدد الصفوف المناظرة لرتب ص .

في هذا المثال :

$$T_1 = \frac{1}{2} [(1)2 + (1)2 + (2)3] = 0.5$$

$$T_2 = \frac{1}{2} [(2)4 + (2)3] = 0.9$$

$$T = \frac{25 - \left(\frac{11 \times 12}{2} \right) \left(\frac{11 \times 12}{2} \right)}{\sqrt{57 \times 617}} = 0.42$$

$$0.42 = \frac{25 - \left(\frac{11 \times 12}{2} \right) \left(\frac{11 \times 12}{2} \right)}{\sqrt{57 \times 617}}$$

أي أن درجة الاقتران بين الرتب تكون سالبة وتساوي ٠,٤٢.

معامل الاتفاق لكندال

Kendall's Coefficient of Concordance

أحيانا يود الباحث تحديد العلاقة بين ثلاث مجموعات أو أكثر من الرتب ، أي يود معرفة مدى اتفاق مجموعة من المحكمين عندما يطلب منهم ترتيب مجموعة من الأشياء بالنسبة إلى خاصية معينة . ويمكن أن يحصل الباحث على هذه البيانات بطرق مختلفة . فثلا يمكنه أن يعرض الأشياء أو المثيرات التي عددها (ن) على (م) من المحكمين ، ويطلب من كل محكم أن يقدر رتبة معينة لكل مثير أو شيء

تبعاً لمحك معين سبق تحديده . أو يمكنه أن يحصل على درجات أو قياسات عددها (م) لمجموعة تتكون من (ن) من الأشخاص أو الأشياء . مثل درجات اختبارات في الرياضيات واللغة العربية والتاريخ وهكذا . ثم يقوم بترتيب درجات كل اختبار ، ويضع هذه البيانات في جدول مكون من (م) من الصفوف ، (ن) من الأعمدة ، وبذلك تتكون خلايا الجدول من الأعداد التي تباظر رتب الأفراد أو الأشياء التي قدرها المحكمون .

ويمكن أن يوجد الباحث درجة الاتفاق بين المحكمين بأن يحسب معامل ارتباط الرتب لسيرمان بين كل مجموعتين من الرتب ، ثم يوجد متوسط معاملات الارتباط الناتجة ، وبذلك يحصل على مقياس للعلاقة بين جميع الرتب .

ولكن هذه الطريقة تحتاج بلاشك إلى جهد ووقت كبيرين من جانب الباحث . ولذلك اقترح كندال Kendall استخدام مقياس إحصائي جديد تبسيط هذه العمليات أطلق عليه اسم معامل الاتفاق

Coefficient of Concordance.

ويرمز له بالخط W ولكننا سترمز له في هذا الكتاب بالرمز (ق) .

طريقة حساب معامل الاتفاق لكندال إذا كانت الرتب غير مكررة :

لتوضيح الخطوات التي يمكن أن يتبعها الباحث في حساب معامل الاتفاق إذا كانت الرتب غير مكررة يعرض غير محسوس المثال الآتي :

نفترض أنه طلب من خمسة من المحكمين (م) تقدير رتبة معينة للبشروعات التي قدمها عشرة طلاب في إحدى المكليات (ن) . وأراد تحديد مدى اتفاق الرتب التي قدرها هؤلاء المحكمون . والجدول الآتي رقم (٤٥) يوضح هذه البيانات :

(٥) ف	(٤) ف	(٣) بمجموع الرتب	(٢) الرتب التي قدرها المحكمون					(١) الطالب
			٥	٤	٣	٢	١	
٢٤٠,٢٥	١٥,٥	١٢	٤	٣	٢	١	٢	١
٢٤٢,٢٥	١٨,٥	٩	٢	٢	١	٣	١	٢
١٥٦,٢٥	١٢,٥	١٥	٣	١	٤	٤	٣	٣
٤٢,٢٥	٦,٥	٢١	١	٥	٥	٥	٥	٤
٦,٢٥	٢,٥	٢٥	٦	٧	٦	٢	٤	٥
٢,٢٥	١,٥	٢٩	٧	٤	٣	٨	٧	٦
١٢,٢٥	٣,٥	٣١	٥	٦	٨	٦	٦	٧
١٣٢,٢٥	١١,٥	٣٩	٩	٨	٧	٧	٨	٨
٢٤٢,٢٥	١٨,٥	٤٦	٨	٩	١٠	١٠	٩	٩
٤٢٠,٢٥	٢٠,٥	٤٨	١٠	١٠	٩	٩	١٠	١٠
مجموع = ١٦٩٦,٥		٢٧٥						

جدول رقم (٤٥)
تقديرات خمسة من المحكمين لعشرة طلاب
وخطوات ايجاد معامل الاتفاق لتتدال
في حالة الرتب غير المكررة

والاحظ من هذا الجدول أن مجموع قيم العمود الثالث هو المجموع السكلي للرتب . ويمكن التحقق من صحة هذا المجموع كالآتي :

$$\frac{م(ن)(ن+١)}{٢} = \text{المجموع السكلي للرتب}$$

$$\frac{٥(١٠)(١١)}{٢} =$$

$$= ٢٧٥$$

حيث م ترمز لعدد المحكمين .
ن ترمز لعدد الطلاب .

فإذا لم تكن هناك علاقة بين الرتب فإننا نتوقع أن يتساوى مجموع الرتب في كل صف .

ففي هذا المثال يكون هذا المجموع مساوياً لمتوسط المجموع الكلي للرتب،

$$أى = \frac{٢٧٥}{١٠} = ٢٧,٥$$

ولذلك نوجد الفرق بين مجموع الرتب في كل صف وهذا المتوسط، ثم نوجد مربع هذه الفروق، ونجمع المربعات الناتجة. ونتائج هذه الخطوات مبينة في العمودين الرابع والخامس من الجدول رقم (٤٥) .

ويلاحظ أن هذه المربعات تشير إلى درجة اتفاق مجموعة المحكمين . فكلما زادت قيمة هذه المربعات دل ذلك على اتفاق المحكمين . وكلما نقصت هذه القيمة دل ذلك على عدم اتفاقهم .

وللحصول على مقياس نسبي لدرجة الاتفاق، يجب أن نقسم هذا المجموع على أكبر قيمة له، وهي القيمة التي يمكن أن نحصل عليها في حالة الاتفاق التام بين

$$\frac{م^٢ (ن) (١ - ن^٢)}{١٢} = \text{القيمة}$$

ولذلك فإن معامل الاتفاق ق

$$= \frac{١٢ \times ف^٢}{م^٢ (ن) (١ - ن^٢)} \dots \dots \dots (١٧)$$

وبالتعويض من الجدول السابق في هذه الصورة نجد أن :

$$ق = \frac{١٦٩٦,٥ \times ١٢}{(١ - ١٠٠) (١٠) (٢٥)} = ٠,٨٢$$

وهي قيمة مرتفعة عما يدل على أن هناك اتفاقا كبيرا بين المحكمين الخمسة في تقدير رتب مجموعة الطلاب .

ويجب أن يلاحظ الباحث أنه إذا كان معامل الاتفاق $= 1$ فإن هذا يعني وجود اتفاق تام بين المحكمين، وإذا كان هذا المعامل $= 0$ صفرا فإن هذا يعني عدم وجود أى اتفاق بين المحكمين. كما يجب أن يلاحظ أن هذا المعامل لا تكون قيمته سالبة، وإذا كان لدينا أكثر من اثنين من المحكمين فإنه لا يمكن أن تصل قيمته إلى الواحد الصحيح، إذ لا يمكن أن يحدث اتفاق تام بينهم . فمثلا إذا لم يوجد بين المحكمين أ، ب أى اتفاق، وكذلك بين المحكمين أ، ج، فإنه يجب أن يكون بين المحكمين ب، ج اتفاق تام .

كما أنه لا معنى لعدم وجود أى اتفاق إذا كان لدى الباحث أكثر من مجموعتين من الرتب .

العلاقة بين معامل ارتباط الرتب لسبيرمان ومعامل الاتفاق لسكندال :

سبق أن ذكرنا أنه يمكن إيجاد درجة الاتفاق بين المحكمين بحساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان بين كل مجموعتين من الرتب وإيجاد متوسط هذه المعاملات،

والنرمز لهذا المتوسط بالرمز \bar{r}_s .

وفي الحقيقة توجد علاقة بين هذا المتوسط وقيمة معامل الاتفاق Q وهي :

$$\bar{r}_s = \frac{m-1}{m} Q \quad (18)$$

حيث m ترمز لعدد المحكمين .

وفي حالة $m = 2$ تصبح العلاقة :

$$\bar{r}_{س} = ٢ - ١$$

$$\text{وعندما ق} = \text{صفر} \quad \text{تكون } \bar{r}_{س} = ١ - ٠$$

$$\text{وعندما ق} = ٠,٥ \quad \text{تكون } \bar{r}_{س} = \text{صفر} \cdot$$

$$\text{وعندما ق} = ١ \quad \text{تكون } \bar{r}_{س} = ١ + ٠$$

وليس من السهل تفسير قيمة معامل الاتفاق ق تفسيراً مباشراً من حيث درجة اتفاق الرتب ، ولـسـكن يمكن تفسير هذه القيمة عن طريق إيجاد متوسط قيمة معاملات ارتباط الرتب لسـيـرمان بين كل مجموعتين من الرتب باستخدام الصورة السابقة رقم (١٨) .

فمثلاً بالنسبة للمثال السابق وجدنا أن ق = ٠,٨٢ ، وبذلك تكون :

$$\bar{r}_{س} = \frac{١ - ٠,٨٢ \times ٥}{١ - ٥} = ٠,٧٧٥$$

$$\text{فإذا أخذنا جميع أزواج الرتب الممكنة وعددها} \quad ١٠ = \frac{٤ \times ٥}{٢}$$

أزواج ، وحصلنا على معامل ارتباط الرتب لسـيـرمان لكل زوج منها فإن متوسط معاملات الارتباط ستبلغ حوالى ٠,٧٧٥ ، وهذا يدل على أن هناك اتفاقاً كبيراً بين المحكمين الخمسة فى متوسط تقديرهم لرتب مجموعة الطلاب .

ولكن يفضل تقرير درجة الاتفاق باستخدام ق بدلا من

\bar{r}_s في البحوث ، لأن \bar{r}_s تنحصر قيمتها بين $\frac{1}{1-m}$ ، ١ أو تساوى
أيا منهما مهما كانت قيم n أو m . وهذا يسمح للباحث بمقارنة معاملات
الاتفاق لمجموعات مختلفة من البيانات ، إلا أن استخدام \bar{r}_s يساعد على
تفسير معامل الاتفاق في تفسيراً أكثر وضوحاً .

طريقة حساب معامل الاتفاق لسكندال إذا كانت بعض الرتب مكررة :

إذا وجد الباحث أن هناك عددا قليلا من الرتب المكررة فإنه يمكنه استخدام
نفس الطريقة السابقة التي استخدمناها في حالة الرتب غير المكررة . ولكنه في
هذه الحالة يجب أن يعين للدرجات المكررة متوسط رتب هذه الدرجات ، ثم
يحسب معامل الاتفاق في مباشرة من البيانات دون أى تعديل . أما إذا وجد أن
عدد الرتب المكررة كبير فإنه يجب عليه تصحيح كل مجموعة من الرتب باستخدام
معامل التصحيح الآتي والذي سنرمز له بالرمز L :

$$L = \frac{m(m^2 - 1)}{12} \dots (19)$$

حيث m ترمز إلى عدد الملاحظات المكررة بالنسبة لأي رتبة في مجموعة
البيانات . مثلاً إذا كانت رتب المتغير s هي ١ ، ٢ ، ٢ ، ٢ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٨ ،
٨ ، ٨ ، فإنه يكون لدينا مجموعتان من الرتب المكررة إحداهما تكررت
مزتين والأخرى تكررت ثلاث مرات .

وبتطبيق صيغة معامل التصحيح المذكورة على هذه المجموعة من الرتب
نجد أن :

$$٢,٥ = \frac{٣٠}{١٢} = \frac{٢٤ + ٦}{١٢} = \frac{(٣ - ٣) + (٢ - ٢)}{١٢} = ل$$

أى أننا نحسب قيمة معامل التصحيح ل لكل مجموعة من مجموعات الرتب التى عددها م ، ونجمع هذه القيم لنحصل على (م ل) . ثم نحسب معامل الاتفاق ق باستخدام الصورة (رقم ١٧) التى استخدمناها فى حالة الرتب غير المكررة ، ولكن بعد تعديلها بحيث تتضمن معامل التصحيح الذى أشرنا إليه . وتصبح الصورة كالآلى :

$$ق = \frac{١}{١٢} م^٢ (ن - ن) - م م ل \dots (٢٠)$$

حيث م ترمز إلى عدد مجموعات الرتب ، وهذا التصحيح يؤدي إلى زيادة قيمة معامل الاتفاق ق ولكن يكون له تأثير طفيف على هذا المعامل إذا كان عدد الرتب المكررة قليلا . ولذلك لا ننصح الباحث باستخدام هذه الصورة إلا إذا كان عدد الرتب المكررة كبيرا .

معامل الاتساق لكندال

Kendall's Coefficient of Consistence

لسكى يحصل الباحث على رتب مجموعة من الاشياء بالنسبة إلى خاصية أو صفة معينة يمكنه أن يعرض هذه الاشياء مشى مشى بجميع الطرق الممكنة على أحد المحكمين ، ويطلب منه أن يرتب كل زوج من الاشياء تبعا لمحك معين . وتسمى هذه الطريقة طريقة الموازنات الثنائية Paired Comparisons .

وتستخدم هذه الطريقة بكثرة في البحوث النفسية والتربوية . ويفترض أن الرتب التي نحصل عليها باستخدام هذه الطريقة تكون أكثر ثباتا من تلك التي نحصل عليها إذا طلب من المحكم ترتيب مجموعة الاشياء مرة واحدة .

إلا أن طريقة الموازنات الثنائية تتطلب جهدا ووقتا كبيرا . فإذا كان لدى الباحث ن من الاشياء ، فإن عدد الموازنات الثنائية الممكنة يكون مساويا $\frac{n(n-1)}{2}$. وكلما زادت قيمة ن زاد تبعا لذلك عدد الموازنات زيادة كبيرة مما يجعل هذه الطريقة غير عملية .

وأحيانا نود أن نتأكد من اتساق الموازنات عند استخدام هذه الطريقة . فإذا افترضنا أن لدينا ثلاثة أشياء أ ، ب ، ج وكان أحد المحكمين يفضل أ على ب ، ب على ج . فليسكى تكون أحكامه متسقة يجب أن يفضل أ على ج . أما إذا كان يفضل ج على أ فإنه بذلك يكون غير متسق مع نفسه . وربما يرجع عدم الاتساق هذا إلى عدم قدرة المحكم على التمييز الدقيق بين الاشياء التي يوازن بينها أو بسبب عدم وضوح المحك أو البعد الذى يحكم على أساسه . فكلما زاد عدم الاتساق قلت الثقة في معنى الرتب التي يقدرها المحكم للأشياء المطلوب ترتيبها .

فإذا رمزنا لتفضيل a على b بالرمز $a \leftarrow b$ ، وتفضيل b على a بالرمز $b \leftarrow a$ ، وكان تسلسل تفضيل ثلاثة أشياء هو :

$$a \leftarrow b \leftarrow c \leftarrow a$$

فإن هذا يدل على ثلاثية غير متسقة من التفضيلات Inconsistent Triad فإذا كان لدينا مجموعة من الموازنات الثنائية بين n من الأشياء فإنه يمكن إيجاد عدد الثلاثيات غير المتسقة من الأحكام أو التفضيلات واستخدامها لتعريف معامل اتساق هذه الأحكام أو الاستجابات .

ويوضح فيرجسون الاستجابات التي نحصل عليها بطريقة الموازنات الثنائية لتسعة أشياء رمزنا لها بالحروف $a, b, c, d, e, f, g, h, i$ ، ن في جدول رقم (٤٦) الآتي :

ونظر الآن ١ قد فضلت على ب ، فإننا وضعنا الرقم ١ في الخلية الناتجة من تقاطع الصف ١ مع العمود ب فوق القطر الرئيسي للجدول ، ووضعنا صفرا في الخلية الناتجة من تقاطع العمود ١ مع الصف ب تحت القطر الرئيسي للجدول . ويجب أن نلاحظ أنه إذا كانت الاستجابات متسقة اتساقا تاماً فإن جميع القيم الواقعة على أحد جانبي القطر الرئيسي تكون مساوية للواحد الصحيح ، وجميع القيم الواقعة على الجانب الآخر تكون صفرا .

ولكن بالنظر إلى القيم الموجودة في الجدول السابق نجد أن هناك بعض القيم الصفريّة فرق القطر الرئيسي والواحد الصحيح تحت هذا القطر مما يدل على عدم وجود اتساق تام بين الاستجابات .

ولإيجاد معامل الاتساق لكندال لهذه المجموعة من البيانات يمكن أن يتبع الباحث الخطوات الآتية :

الخطوة الأولى : يجمع كل صف في الجدول السابق ، فإذا كان هناك اتساق تام بين الاستجابات فإن مجموع الصفوف سوف يكون : ٨ ، ٧ ، ٦ ، ٥ ، ٤ ، ٣ ، ٢ ، ١ ، صفر . ولـكننا نجد أن مجموع الصفوف في الجدول السابق هو ٧ ، ٦ ، ٥ ، ٥ ، ٤ ، ٣ ، ٣ ، ٢ ، ١ مع مراعاة أننا رتبنا هذه المجاميع ترتيبا تنازليا . ويلاحظ أن الاستجابات غير متسقة ، وهذا يقلل من تباين الأعداد التي يحصل عليها الباحث عندما يجمع صفوف الجدول .

والخطوة الثانية : يوجد متوسط مجموع جميع الصفوف . فإذا رمزنا لمجموع كل صف بالرمز ف ، ومتوسط مجموع جميع الصفوف بالرمز \bar{F} فإن :

$$\bar{f} = \frac{\sum f}{n}$$

وهذا المتوسط في الحقيقة $\frac{n-1}{2}$ حيث n برمز لعدد الأشياء المطلوب

الموازنة بينها .

$$\text{ومن الجدول يتضح أن : } \bar{f} = \frac{26}{9} = 2.89$$

والخطوة الثالثة : يوجد مجموع مربعات انحرافات كل مجموع عن المتوسط .

أي : $\sum (f - \bar{f})^2$ وهذه تساوي

$$\sum f - \frac{n(n-1)}{2}$$

ومن الجدول يتضح أن قيمة هذا المقدار = ٣٠ .

والخطوة الرابعة : يحصل على أكبر وأقل قيمة للمقدار $\sum (f - \bar{f})^2$.

ويحصل على أكبر قيمة عندما يكون هناك اتساق تام في أنماط الاستجابات ،

وهذه القيمة $\frac{n(n-1)}{12}$. وأقل قيمة للمقدار $\sum (f - \bar{f})^2$ تعتمد على

ما إذا كانت n فردية أم زوجية . فإذا كانت n فردية فإن أقل قيمة لهذا المقدار = صفر .

أما إذا كانت n زوجية فإنه يمكن إثبات أن أقل قيمة لهذا المقدار

$$= \frac{n}{4}$$

أي أن أكبر قيمة ممكنة للمقدار $\sum (f - \bar{f})^2$ من الجدول السابق

$$٦٠ = \frac{(١ - ٨١)٩}{١٢} =$$

وأقل قيمة ممكنة لهذا المقدار = صفر (لأن n فردية)

الخطوة الخامسة : يطبق الصورة الرياضية الآتية لحساب قيمة معامل الانساق لكندال والذي يرمز له بالحرف الانجليزي K ، ولكننا سنرمز له في هذا الكتاب بالرمز (ك) .

$$K = \frac{\text{مجموع مربعات الانحرافات عن المتوسط} - \text{أقل قيمة لهذا المجموع}}{\text{أكبر قيمة لهذا المجموع} - \text{أقل قيمة لهذا المجموع}}$$

فإذا كانت n فردية فإن :

$$(٢١) \quad K = \frac{١٢ - (٢ - \overline{f})^2 - ٣n}{n(١ - \overline{f})} \dots$$

وإذا كانت n زوجية فإن :

$$(٢٢) \quad K = \frac{١٢ - (٢ - \overline{f})^2 - ٣n}{n(٤ - \overline{f})} \dots$$

ونظراً لأن (ر) في الجدول السابق فردية . فإننا نستخدم الصورة رقم (٢١) لإيجاد قيمة (ك) .

$$\therefore K = \frac{٣٠ \times ١٢}{٨٠ \times ٩} = \frac{٣٠ \times ١٢}{(١ - ٨١)٩}$$

تفسير معامل الانساق لكندال (ك) :

والآن ما هو تفسير القيمة الناتجة لمعامل الانساق ؟

في الحقيقة يمكن تفسير معامل الانساق في ضوء المناقشة التي قدمناها في مهتل

الحديث عن هذا المعامل ، وهو فكرة ، الثلاثيات غير المتسقة ، التي على الصورة :

$$1 \leftarrow 2 \leftarrow 3 \leftarrow 4$$

فإذا رمزنا لعدد الثلاثيات غير المتسقة التي من هذا النوع بالرمز W ، فإن W تكون لها علاقة بمعامل الانساق K ، فمتى ما تكون W فردية فإنه يمكن إثبات أن :

$$(23) \quad W = \frac{N(N-1)(K-1)}{24} \dots$$

وعندما تكون N زوجية ، فإنه يمكن إثبات أن

$$(24) \quad W = \frac{N(N-1)(K-1)}{24} \dots$$

وبالنسبة للبيانات الموضحة في الجدول رقم (٤٦) تكون عدد الثلاثيات غير

$$\text{المتسقة } W = \frac{9(81-1)(1-0,5)}{24} = 15 \text{ ، لأن } N \text{ فردية.}$$

وأكبر قيمة ممكنة لعدد هذه الثلاثيات $= 30$ وبذلك تكون $K = 0,50$.

أى أن هناك اتساقا بين نصف عدد العلاقات الثنائية التي تشتمل عليها هذه البيانات ، ولا يوجد اتساق بين النصف الآخر .

وإذا كانت $K = 0,20$ فإن معنى ذلك أن هناك اتساقا بين أربعة أخماس عدد هذه العلاقات ، ولا يوجد اتساق بين الخمس الباقي .

ويجب أن نلاحظ أن معامل الانساق (K) يكون مساويا للصفر إذا كانت أنماط الاستجابات عشوائية ، وهذه تعتبر أقصى حالة لعدم الاتساق . بينما تصل

قيمة هذا المعامل إلى الواحد الصحيح إذا كان هناك اتساق تام بين هذه الأنماط .

كيف يختار الباحث مقياس الاقتران المناسب إذا كان كل من المتغيرين من المستوى الرتبى .

عرضنا في هذا الفصل عددا من المقاييس الإحصائية التي يمكن أن يستخدمها الباحث في إيجاد درجة الاقتران بين متغيرين كل منهما من المستوى الرتبى . ولكنى أقرر الباحث أى هذه المقاييس يمكنه استخدامها عليه أن يكون واعيا للطريقة التي جمع بها بيانات بحثه والهدف من جمعها والأسئلة المطلوب الإجابة عليها باستخدام هذه البيانات .

ونظراً لأن معرفة الأساس المنطقي الذي بنى عليه كل مقياس من هذه المقاييس ومزاياه وعيوبه وحدود استخداماته يعد من الأمور الهامة التي يجب على كل باحث أن يكون على دراية بها ، فإننا سوف نحاول هنا أن نقارن بإيجاز بين مختلف هذه المقاييس الإحصائية وطريقة تفسيرها حتى يكون لدى الباحث صورة متكاملة عن هذه المقاييس ، وبالتالي يستطيع اختيار المقياس الذي يناسب بيانات بحثه .

فمقاييس العلاقة الثلاثة الأولى التي عرضنا لها في هذا الفصل ، وهي معامل الاقتران الرتبى لجودمان و كروسكال ، ومعامل ارتباط الرتب لسبيرمان ، ومعامل ارتباط الرتب لسكندال تعتبر جميعها مقاييس متماثلة ، بمعنى أن الاقتران بين المتغيرين يكون في كلا الاتجاهين ، أى متبادل . ويمكن أن يستخدم معامل الاقتران الرتبى لجودمان إذا أراد الباحث أن يحصل على معامل تصل قيمته إلى ١ - أو + ١ في حالة الاقتران التام . ولكن يفضل استخدام معامل ارتباط الرتب لسكندال نظراً لسهولة حسابه بالطرق البينائية ومهولة تفسيره تفسيراً

احتمالاً . وفي الحقيقة أن قيمة أى من المعاملين لا تختلف اختلافاً يذكر في حالة عدم وجود رتب مكررة لقيم أى من المتغيرين لنفس مجموعة البيانات . وكذلك يمكن في هذه الحالة استخدام معامل ارتباط الرتب لسبيرمان . إلا أن هذا المعامل يضع وزناً أكبر للفروق الكبيرة بين مجموعتي الرتب عن معامل الرتب لكوندال . فإذا كان الباحث مهتماً بإبراز هذه الفروق فإنه يفضل استخدام معامل ارتباط الرتب لسبيرمان . أما إذا كانت بعض الرتب مكررة في أى من المتغيرين فإنه لا يفضل استخدام هذا المعامل لصعوبة تفسيره في هذه الحالة تفسيراً احتمالياً . وإذا حسبنا كلا من معامل ارتباط الرتب لسبيرمان ومعامل ارتباط الرتب لكوندال نجد أن القيمة المطلقة للمعامل الأول أكبر من القيمة المطلقة للمعامل الثاني (وللتأكد من ذلك انظر إلى المثال الذي عرضناه عند مناقشة معامل ارتباط كندال في هذا الفصل) . ولكن يتساوى كل من المعاملين في حالة الاقتران التام بين مجموعتي الرتب بشرط أن تكون الرتب غير مكررة .

وفي الحقيقة يوجد ارتباط مرتفع بين كل من المعاملين في حالة العينات المستمدة من مجتمع أصل توزيعه اعتدالي Bivariate Normal Distribution . فعندما يكون الارتباط في المجتمع الأصل = صفراً ، فإن معامل ارتباط حاصل ضرب العزوم بين كل من المعاملين = ٠,٩٨ . عندما تكون $n = ٥$. ويقرب معامل الارتباط من الواحد الصحيح عندما تقترب n (أى عدد الملاحظات) من اللانهاية .

ويتميز معامل ارتباط الرتب لكوندال بأنه يعتمد في حسابه على مقياس لإحصائ آخر رمزنا له — كما سبق أن رأينا — بالرمز (ج) . وهذا المقياس يتصف بدرجة ما من العمومية لا تتميز بها (مجموع ٢) المستخدمة في حساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان ، إذ أن لهذا المقياس عدد من التطبيقات غير تلك المستخدمة في حساب معاملات الارتباط . كما أن معامل ارتباط الرتب لكوندال يمكن أن يمتد استخدامه إلى معاملات الارتباط الجزئية ، أى الارتباط بين متغيرين بعد عزل تأثير متغير ثالث .

ولسكن يصعب استخدام أى من هذه المعاملات إذا كان عدد أفراد العينة كبيراً وبخاصة إذا كانت بعض الرتب مكررة . وهنا ربما يلجأ الباحث إلى استخدام معامل ارتباط حاصل ضرب العزوم لبيرسون إذا وجد أن البيانات تحقق فروض هذا المعامل إلى حد ما .

والاعتبار الآخر الذى يجب أن يراعيه الباحث عند اختيار مقياس العلاقة المناسب هو مدى اهتمامه بطبيعة المتغيرين موضع الدراسة . ولتوضيح هذه النقطة فى الحالة التى يكون فيها كل من المتغيرين من المستوى الرتبى نعرض المثال الآتى :-

يفترض جيمس هورر أننا حاولنا التنبؤ بطول فترة المرض النفسى لمجموعة تتكون من ١٠ أفراد من المرضى على أساس درجاتهم المرتفعة أو المتوسطة أو المنخفضة فى استبيان معين . فهنا يمكن اعتبار أن كلا من المتغيرين (درجات الاستبيان ، وطول فترة المرض) من المستوى الرتبى .

وهذه البيانات موضحة بالجدول رقم (٤٧) الآتى :

درجات الاستبيان

مرتفعة متوسطة منخفضة

—	٤	—
٤	—	—
—	—	٢

أكثر من عامين
من عام إلى عامين
أقل من عامين

جدول رقم (٤٧)

فإذا حسبنا قيمة المقياس الإحصائى (ج) لهذه البيانات نجد أنه = صفر . وبذلك يكون كل من معامل الاقتران الرتبى لجودمان وكروسكال ، ومعامل ارتباط الرتب لسكندال = صفراً . وهذا يدل على عدم وجود اقتران بين درجات الاستبيان وطول فترة المرض لهذه المجموعة من الأفراد .

ولكن بالتأمل في جدول رقم (٤٧) يتضح أنه يوجد اقتران نظراً لأن الدرجات المرتفعة في الاستبيان تقترن بالفترة القصيرة للمرض (أقل من عامين) . والدرجات المتوسطة تقترن بالفترة الطويلة (أكثر من عامين) ، والدرجات المنخفضة تقترن بالفترة المتوسطة (من عام إلى عامين) . ولا توجد أى استثناءات لهذه القاعدة في المجموعة بوجه عام . والسبب في عدم تأثير هذه المقاييس بهذه العلاقة هو أنها أكثر تأثراً بالاقتران المطرد monotonic الذي يمكن أن يوجد في حالة ما إذا كان كل من المتغيرين من النوع الرتي . وبالرغم من أنه في هذا المثال توجد درجة معينة من الاقتران بين المتغيرين ، إلا أن هذا الاقتران ليس مطرداً ، لأن ارتفاع الدرجات في الاستبيان لا يقترن باطراد (زياده أو نقصان) طول فترة المرض .

ولذلك إذا لجأنا إلى إيجاد قيمة أحد المقاييس المستخدمة في حالة المتغيرات التي من النوع الاسمي مثل معامل الترتيب لجتمان (الذي عرضناه في الفصل الثامن) والذي يفضل الخصائص الترتيبية للمتغيرين ، سوف نجد أن قيمته في هذا المثال تساوى الواحد الصحيح مما يدل على اقتران تام ، بمعنى أنه بمجرد معرفتنا درجة الفرد في أحد المتغيرين يمكننا التنبؤ بدقة تامة بدرجةه في المتغير الآخر .

تمارين على الفصل التاسع

١ — طلب باحث من مجموعة من المحكمين ترتيب بعض المجالات التي تسهم في التكيف الأسري . واختار الباحث المجالات التي حازت أعلى التقديرات . ثم اختار ١٠٧ من الزوجات والأزواج وطلب منهم ترتيب هذه المجالات بحسب إسهامها الفعلي في تكيفهم الأسري . وبذلك حصل الباحث على ترتيب آخر مستقل عن الترتيب الذي قدره المحكمون . وفيما يلي كل من مجموعتي الترتيب :

الرتب التي قدرها الزوجين (ص)	الرتب التي قدرها المحكمون (س)	مجال الاهتمام .
٩	١٠	إظهار العطف المتبادل
٦	٩	وضع خطة للمستقبل
١٠	٨	وضع خطة للتوفير
١	٧	تعليم الأطفال
٨	٦	وضع خطة لميزانية الأسرة
٧	٥	وضع خطة لتنشئة الأطفال
٤	٤	وضع خطة لتنسيق المنزل
٥	٣	تنظيم وإعداد الوجبات
٣	٢	شراء لوازم الأسرة
٢	١	تنظيف المنزل

احسب باستخدام معامل الاقتران الرتبى لجودمان وكروسكال درجة اتفاق مجموعتي الترتيب الخاصة بالتكيف الأسري .

٢ — فيما يلي مجموعتين من الترتيب لمجموعة تتكون من ١٢ فردا في متغيرين

س ، ص :

الفرد	رتب س	رتب ص
١	١,٥	٨,٥
٢	٢,٥	٦,٥
٣	٢,٥	٤,٥
٤	٤,٥	٢,٥
٥	٤,٥	١,٥
٦	٦,٥	٣,٥
٧	٩,٥	٤,٥
٨	٧,٥	٦,٥
٩	١٠,٥	٩,٥
١٠	٧,٥	١٠,٥

(١) احسب معامل ارتباط الرتب لكندال ، وفسر القيمة الناتجة .

(ب) احسب قيمة معامل ارتباط الرتب لسيرمان، وقارن بينها وبين القيمة التي حصلت عليها في (١) .

٣ — حول الدرجات الآتية إلى رتب ، ثم احسب معامل ارتباط الرتب لسيرمان بطريقتين ، وقارن بين الناتجين .

س	٤	٤	٧	٧	٧	٩	١٦	١٧	٢١	٢٥
ص	٨	١٦	٨	٨	١٦	٢٠	١٢	١٥	٢٥	٢٠

٤ — قام ثلاثة من المحكمين بترتيب درجات سبعة من الطلاب في اختبار ما كالآتي :

المحكم	الطالب						
	ا	ب	ج	د	هـ	و	ل
س	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
ص	٢	٣	٤	٥	١	٧	٦
ع	٥	٤	١	٢	٣	٦	٧

(ا) احسب معامل الارتباط الرتب لسيرمان بين كل محكمين ، وقارن بين القيم الناتجة .

(ب) احسب متوسط معاملات الارتباط التي حصلت عليها في ا .

(ج) احسب معامل الاتفاق الكندال وفسر القيمة الناتجة .

(د) تحقق من العلاقة بين متوسط معاملات ارتباط الرتب لسيرمان ، ومعامل الاتفاق الكندال .

هـ — احسب معامل الاتساق الكندال للبيانات الآتية :

	ا	ب	ج	د	هـ
ا		١	صفر	صفر	١
ب	صفر		١	١	١
ج	١	صفر		صفر	صفر
د	١	صفر	١		١
هـ	صفر	صفر	١	صفر	

٦ — قام أحد المشرفين بترتيب ستة من العمال ا، ب، ج، د، هـ، و من حيث دقة أدائهم في العمل باستخدام طريقة الموازنات الثنائية . كما يأتي :

ا ← ب، ا ← ج، ا ← د، هـ ← ا، و ← ا، ب ← ج، د ← ب،
ب ← هـ، ب ← و، ج ← د، ج ← هـ، و ← ج، د ← هـ، د ← و،
هـ ← و .

احسب معامل الاتساق لهذه البيانات ، وفسر القيمة الناتجة .

الفصل العاشر

مقاييس العلاقة

إذا كان أحد المتغيرين من المستوى
الاسمي والآخر من المستوى الرتي

نموذج ويلسكو كسون للاقتران الاسمي – الرتي

طريقة حساب معامل ويلسكو كسون
إذا اشتمل المتغير الاسمي على قسمين

طريقة حساب معامل ويلسكو كسون
إذا اشتمل المتغير الاسمي على أكثر من قسمين

مقدمة :

عرضنا في الفصول الثلاثة السابقة مقاييس الاقتران بين متغيرين كل منهما إما من المستوى الفترى أو المستوى الاسمى أو المستوى الرتبى . ويمكن الباحث لا يضمن في جميع الأحوال أن يكون المتغيران موضع البحث لهما نفس ميزان أو مستوى القياس . فأحياناً يود الباحث أن يوجد درجة الاقتران بين متغيرين أحدهما من المستوى الاسمى والآخر من المستوى الرتبى ، أو أحدهما من المستوى الاسمى والآخر من المستوى الفترى أو النسبى ، أو أحدهما من المستوى الرتبى والآخر من المستوى الفترى .

وسوف نقتصر في هذا الفصل على عرض مقاييس الاقتران في الحالة الأولى، أى عندما يكون أحد المتغيرين من المستوى الاسمى والآخر من المستوى الرتبى . أما مقاييس الاقتران في الحالتين الأخرين فسوف تعرض لهما بالتفصيل في الفصلين التاليين .

نموذج ويلسكو كسون للاقتران الاسمى – الرتبى :

The Wilcoxon Model for Nominal – Ordinal Association

عندما يود الباحث أن يوجد درجة الاقتران بين متغيرين أحدهما من المستوى الاسمى والآخر من المستوى الرتبى فإن الطريقة المعتادة هى أن يستخدم مقياساً إحصائياً يعتمد على متغيرين من المستوى الاسمى . وهنا يتخاضى الباحث عن الميزان أو المستوى الرتبى للمتغير الآخر ويعتبره من المستوى الاسمى . ومن ثم يوجد معامل التنبؤ لجتمان (λ) الذى سبق أن عرضنا له في الفصل الثامن . وهنا ربما يبرر الباحث ذلك بأنه لا يستطيع إيجاد علاقة بين متغيرين أحدهما لاتوافر فيه خاصية الترتيب .

هري صريان انه ، إذا فحصنا هذا التبرير نجد أنه غير منطقي ويتضح ذلك إذا نظرنا

إلى جدول الاقتران رقم (٤٨) الآتي ، وهو يشتمل على متغيرين أحدهما من المستوى الاسمي والآخر من المستوى الرتبي .

المجموع	المتغير الرتبي (رتب المتغير ص)					المتغير الاسمي (أقسام المتغير ص)
	١	٢	٣	٤	٥	
٣٠	١٠	صفر	١٠	صفر	١٠	أ
٢٠	صفر	١٠	صفر	١٠	صفر	ب
٥٠	١٠	١٠	١٠	١٠	١٠	المجموع

جدول رقم (٤٨)

جدول اقتران بين متغيرين أحدهما من المستوى الاسمي والآخر من المستوى الرتبي

فاذا تخاضنا عن ترتيب المتغير (ص) في هذا الجدول واعتبرناه متغيرا من المستوى الاسمي ثم حسبنا قيمة معامل التنبؤ لجثمان (λ) باستخدام للصورة التي عرضنا لها في الفصل الثامن وهي :

$$\lambda = \frac{\sum T_i + \sum E_i - (\sum T_i + \sum E_i)}{(\sum T_i + \sum E_i) - n^2}$$

$$\lambda = \frac{(10 + 30) - 50 + 20}{(20 + 30) - 100}$$

$$0,50 = \frac{30}{60} =$$

وإذا نظرنا إلى جدول آخر رقم (٤٩) الآتي :

المجموع	المتغير الرتبي (رتب المتغير ص)					المتغير الاسمي (أقسام المتغير س)
	١	٢	٣	٤	٥	
٣	صفر	صفر	١٠	١٠	١٠	أ
٢٠	١٠	١٠	صفر	صفر	صفر	ب
٥٠	١٠	١٠	١٠	١٠	١٠	المجموع

بجدول رقم (٤٩)

وتفاضلنا أيضا عن ترتيب المتغير ص في هذا الجدول واعتبرناه متغيرا من المستوى الاسمي ، وحسبنا قيمة λ نجد أن :

$$\frac{(١٠ + ٣٠) - ٥٠ + ٢٠}{(١٠ + ٣٠) - ١٠٠} = \lambda$$

$$٠,٥٠ = \frac{٢٠}{٤٠} =$$

ففي كلتا الحالتين استطعنا أن نقابل خطأ تخمين أي من المتغيرين باستخدام الآخر بقدر ٥٠٪ . ولسكن إذا قارنا جدول رقم (٤٨) بجدول رقم (٤٩) يمكن أن نلاحظ أنهما يوضحان نمطين مختلفين من العلاقات . ففي كل من الحالتين يمكن تخمين عضوية أو انتماء الفرد لمجموعة معينة على الميزان الاسمي باستخدام رتبته على الميزان الرتبي . وسوف يكون هناك أخطاء في تخمين الرتب الفعلية للأفراد بمعلومية انتمائهم إلى الأقسام المختلفة . ولسكن عند تخمين الرتب النسبية - أي الأعلى أو الأدنى - بدلا من الرتب الفعلية يمكن أن نلاحظ الفرق بين الجدولين .

فإذا نظرنا إلى الجدول رقم (٤٨) نجد أن رتب جميع أفراد القسم الأعلى من رتب أفراد القسم ب ، بينما لا نجد مثل هذه العلاقة الترتيبية في الجدول رقم (٤٩) .

ووجود مثل هذه العلاقة يدل على أن هناك درجة أكبر من الاقتران في الجدول رقم (٤٨) .

والفكرة الرئيسية هنا هي أن الميزان الاسمي والميزان الرتبي يقترنان أو يرتبطان إذا كان الأفراد الذين ينتمون إلى كل قسم من أقسام المتغير الاسمي يميل ترتيبهم إلى أن يكون مرتفعاً أو منخفضاً بدرجة متسقة عن الأفراد الذين ينتمون إلى الأقسام الأخرى .

وهذا هو نموذج ويلسكو كسون Wilcoxon الذي يمكن استخدامه في وصف درجة الاقتران بين متغيرين أحدهما من المستوى الاسمي والآخر من المستوى الرتبي . وهو تعديل لمقياس إشارات الرتب لويلسكو كسون Wilcoxon Signed - Ranks Test ، وقد بنيت فكرة هذا النموذج على نفس الفكرة التي بنيت عليها مقاييس الاقتران التي عرضنا لها في الفصلين السابقين . وهي فكرة التخمين أو التنبؤ ونظراً لأن أحد المتغيرين في هذه الحالة يكون من المستوى الرتبي ، فإن معامل ويلسكو كسون يشبه معامل الاقتران الرتبي لجودمان وكروسكال من حيث إنه يتطلب تخمين رتب الأفراد موضع الدراسة . ولكن يختلف معامل ويلسكو كسون عن معامل جودمان وكروسكال في أننا لانستطيع تخمين رتبة فرد معين بالنسبة إلى أحد المتغيرين من رتبته بالنسبة إلى المتغير الآخر (لأن أحد المتغيرين أصبح من المستوى الاسمي) ، وإنما يجب أن نخمن رتبة الفرد في المتغير الرتبي من انتمائه إلى أحد أقسام المتغير الاسمي .

ولنوضح الخطوات التي يمكن أن يقدمها الباحث في حساب معامل ويلسكو كسون الذي يرمز له بالحرف اليوناني θ (وقرأ ثيتا) /بمصرّ ضريمان : :

لنقررص أننا استطعنا ترتيب عشرة من الطلبة والطالبات من حيث الدرجة النسبية للعدوانية في مجموعة من المواقف الاجتماعية . وهذه البيانات موضحة في الجدول الآتي رقم (٥٠) :

الرتب بالنسبة للعدوانية										الجنس
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	
صفر	صفر	١	صفر	١	صفر	١	١	١	١	ذكور
١	١	صفر	١	صفر	١	صفر	صفر	صفر	صفر	إناث

جدول رقم (٥٠)

جدول اقتران بين رتب العدوانية و الجنس

والسؤال الآن : ما هي درجة اقتران الجنس برتب العدوانية ، أى ما هي درجة تنبؤنا بالرتب النسبية للعدوانية بمعلومية جنس الطالب ؟

ويمكن الإجابة على ذلك بموازنة رتب كل فرد في إحدى مجموعتي الذكور أو الإناث برتب جميع الأفراد في المجموعات الأخرى التي تكون الميزان الاسمي .

وانظر الآن لدينا في هذا المثال مجموعتين فقط (مجموعة الذكور ومجموعة الإناث) فإنه يكون لدينا مجموعتان فقط من الموازنات . إذ يجب موازنة رتبة كل طالب برتب جميع الطالبات .

فإذا بدأنا بالطالب الأول الذي رتبته ١ . فإننا نجد أن هناك ٤ طالبات رتبهن أقل منه (الرتب ٦ ، ٤ ، ٢ ، ١) ، ولا توجد طالبات تفوق رتبهن رتبة هذا الطالب ، فتسكون درجتا هذا الطالب هما ٤ (أقل منه) ، صفر (أعلى منه) .

ويجب أن نكرر نفس الطريقة لكل طالب .

فالطالب الثاني الذى رتبته ٩ درجتاه هما ٤ (أقل منه) ، صفر (أعلى منه) .

والطالب الثالث للذى رتبته ٨ درجتاه هما ٤ (أقل منه) ، صفر (أعلى منه) .

والطالب الرابع الذى رتبته ٧ درجتاه هما ٤ (أقل منه) ، صفر (أعلى منه) .

ولكن الطالب الخامس الذى رتبته ٦ درجتاه هما ٣ (أقل منه) ، ١ (أعلى منه) .

والطالب الثامن الذى رتبته ٣ درجتاه هما ٢ (أقل منه) ، ٢ (أعلى منه) ، وهكذا .

فإذا جمعنا تكرار الطالبات الأقل من كل طالب ، وكذلك تكرار الطالبات الأعلى من كل طالب ، ثم أوجدنا الفرق بين التكرارين فإننا نحصل على معامل الرتب النسبية بين الجنسين :

أى أن :

$$\text{مجموع تكرارات (الأقل)} = ٤ + ٤ + ٤ + ٢ = ٢١$$

$$\text{مجموع تكرارات (الأعلى)} = ١ + ٢ = ٣$$

الفرق بين المجموعين = مجموع تكرار (الأقل)

— مجموع تكرار (الأعلى)

$$١٨ = ٢١ - ٣ =$$

وإذا قسمنا هذا الفرق على العدد الكلى للوازنات فإننا نحصل على معامل الاقتران المطلوب .

أى أن معامل الاقتران

$$= \frac{\text{مجموع تكرارات (الأقل) - مجموع تكرارات (الأعلى)}}{\text{المجموع السكلى للموازنات}}$$

$$= \frac{21 - 3}{21 + 3} = \frac{18}{24} = 0,75$$

وإذا بدأنا الموازنات بالطالبات بدلا من الطلبة ، فإننا سوف نحصل على نفس النتائج فيما عدا أن الإشارة سوف تكون مختلفة .

فمثلا الطالبة الخامسة التى رتبها ٦ درجتها هما ٤ (أعلى منها) ، ٢ (أقل منها) .

والطالبة السابعة التى رتبها ٤ درجتها هما ٥ (أعلى منها) ، ١ (أقل منها) . وهكذا .

$$\text{وبذلك يكون معامل الاقتران} = \frac{21 - 3}{21 + 3}$$

$$= \frac{18}{24} = 0,75$$

ومعنى هذا أنه عند موازنة رتب الطلبة والطالبات تكون رتب الطلاب أعلى فى العدوانية فى حالات أكثر بنسبة ٧٥ ٪ من الرتب الأقل .

ولا يختلف بالطبع مقدار الاقتران سواء بدأنا الموازنات بالطلاب أم بالطالبات ، وإنما يختلف هذا المقدار فقط فى الإشارة .

ولكن نظرا لأن أحد المتغيرين فقط من المستوى الرتبى فإن الإشارة تصبح لا معنى لها ، فهى لا تدل إلا على المجموعة التى بدأنا منها الموازنات . فإذا أهملنا الإشارة ، يمكننا أن نتوصل إلى صورة معامل ويلسكو كسون وهى :

$$\Theta = \frac{|\text{مجموع تكرارات (الأقل)} - \text{مجموع تكرارات (الأعلى)}|}{\text{المجموع الكلي للموازنات}} \dots (١)$$

ويبدل الخطان الرأسى على أننا نأخذ القيمة المطلقة للفرق ، أى قيمة الفرق بغض النظر عن الإشارة .

فإذا كانت رتب جميع الطلاب أعلى من أى من الطالبات كما هو مبين بالجدول الآتى رقم (٥١) :

الرتب بالمسبة للعدوانية										الجنس
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	
صفر	صفر	صفر	صفر	١	١	١	١	١	١	ذكور
١	١	١	١	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	إناث

جدول رقم (٥١)

فإن درجات الطلاب تكون كالتالى :

مجموع تكرارات (الأقل) = ٢٤

مجموع تكرارات (الأعلى) = صفر

$$\Theta = \frac{24 - 0}{24 + 0} = 1$$

وحيث أن تكون

وهذا يدل على اقتران تام بين المتغيرين .

أما إذا كان توزيع الطلبة والطالبات فى العدوانية كما هو مبين فى الجدول الآتى

رقم (٥٢) :

(٢٧ - التحليل)

الرتب بالنسبة للمدوانية										الجنس
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	
١	صفر	١	صفر	١	١	صفر	١	صفر	١	ذكور
صفر	١	صفر	١	صفر	صفر	١	صفر	١	صفر	إناث

جدول رقم (٥٢)

فإن درجات الطلاب تكون كالآتي :

مجموع تكرارات (الأقل) = ١٢

مجموع تكرارات (الأعلى) = ١٢

$$\text{وحينئذ يكون } \Theta = \frac{|12 - 12|}{12 + 12} = \frac{\text{صفر}}{24} = \text{صفر}$$

وهذا يدل على عدم وجود أى اقتران بين المتغيرين . وتعتبر Θ مقياسا للاقتران بين متغيرين أحدهما من المستوى الاسمي والآخر من المستوى الرتبي . ويمكن أن تتراوح قيمتها بين الصفر والواحد الصحيح . ويمكن تفسير قيمة Θ في ضوء الموازنات بين رتب الافراد الذين ينتمون إلى الأقسام المختلفة للمتغير الاسمي . ونحصل عليها بإيجاد الفرق بين نسبة الموازنات التي يتفوق فيها أفراد إحدى المجموعات أو أحد الأقسام ونسبة الموازنات التي يتفوق فيها أفراد مجموعة أخرى أو قسم آخر .

طريقة أخرى لحساب Θ :

إ يمكن إجراء تعديل لطيف على الطريقة السابقة لكي نحصل على مقياس إحصائي يمكن تسميته في حالة الرتب غير المكررة أو التي يكون بعضها مكررا . والصورة الرياضية المستخدمة في هذه الحالة هي :

$$(٢) \quad \dots \frac{\text{مجموع فن}}{ت_٢} = 0$$

$$\text{حيث فن} = |ت_٢ - ت_٣|$$

أى القيمة المطلقة للفرق بين تكرارات (الأقل) وتكرارات (الأعلى) لكل قسمين من أقسام المتغير الاسمى .

ويمكن حساب قيمة $ت_٢$ بأن نضرب التكرار الكلى لكل قسم من أقسام المتغير الاسمى فى تكرار كل قسم من الأقسام الأخرى مثنى مثنى ، ثم نجمع حواصل الضرب الناتجة . وهذا المجموع يساوى المجموع الكلى للوازونات التى حصلنا عليها فيما سبق .

ويفترض عند استخدام هذه الصورة أن يكون المتغير الرتبى متصلاً ، وأن يكون تكرار بعض الرتب هو نتيجة لعدم الدقة الكاملة فى التصنيف ، أى نتيجة لعدم إمكانية تحديد أى الملاحظات تكون رتبها أعلى وأياها تكون رتبها أقل .

ولذلك فإن نصف عدد الرتب المكررة يطرح من تكرارات (الأقل) ، والنصف الآخر يطرح من تكرارات (الأعلى) ، أى :

$$|تكرارات (الأقل)| - \frac{1}{2} \text{ عدد الرتب المكررة} = |تكرارات (الأعلى)| - \frac{1}{2} \text{ عدد الرتب المكررة} .$$

وبذلك فإن عدد الرتب المكررة لا يكون له تأثير على قيمة ϕ لأنها تحذف نتيجة العملية المطروح .

أى أنه يمكننا حساب قيمة ϕ دون اعتبار للرتب المكررة .

ولتوضيح الخطوات التي يمكن أن يتبعها الباحث عند حساب قيمة Θ بهذه الطريقة نرجع إلى البيانات الموضحة بجدول رقم (٥٠) .

الخطوة الأولى : يحسب ت في وذلك بأن يضرب كل تكرار في الجدول رقم
٥٠ (جميع القيم في هذه الحالة = الواحد للصحيح) في مجموع التكرارات التي
تقع أسفل وإلى يسار هذا التكرار ، ثم يجمع حواصل الضرب الناتجة .

فمثلا بالنسبة للرتبة ١٠ :

$$(1) \left[\text{صفر} + \text{صفر} + \text{صفر} + \text{صفر} + 1 + \text{صفر} + 1 + \text{صفر} + 1 + \text{صفر} + 1 \right]$$

وبالنسبة للترتبة ٩ : $(1) (4) = 4$

وبالنسبة للرتبة ٨ : $\epsilon = (1) (4)$

وبالنسبة للرتبة γ : $\varepsilon = (1) (1)$

وبالنسبة المرتبة ٥ : $3 = (3) (1)$

وبالنسبة المرتبة ٣ : $(1) (2) = 2$

المجموع

٢١

(وينبغي أن نلاحظ أننا أهملنا الرتب التي تكرر أرقامها صفر وهي الرتب
١، ٢، ٤، ٦) .

الخطوة الثانية : بحسب نتائج ذلك بأن يضرب كل تكرار في الجذر و لقم (٥٠) في مجموع التكرارات التي تقع أسفل وإلى يمين هذا التكرار ، ثم يجمع حواصل الضرب للنتيجة .

$$(٢) \quad \dots \frac{\text{مجموع } f_n}{t_p} = \Theta$$

$$\text{حيث } f_n = |t_q - t_c|$$

أى القيمة المطلقة للفرق بين تكرارات (الأقل) وتكرارات (الأعلى) لكل قسمين من أقسام المتغير الاسمى .

ويمكن حساب قيمة t_p بأن نضرب التكرار الكلى لكل قسم من أقسام المتغير الاسمى فى تكرار كل قسم من الأقسام الأخرى مثنى مثنى ، ثم نجمع حواصل الضرب الناتجة . وهذا المجموع يساوى المجموع الكلى للدوازينات التى حصلنا عليها فيما سبق .

ويفترض عند استخدام هذه الصورة أن يكون المتغير الرتبى متصلاً ، وأن يكون تكرار بعض الرتب هو نتيجة لعدم الدقة الكاملة فى التصنيف ، أى نتيجة لعدم إمكانية تحديد أى الملاحظات تكون رتبها أعلى وأياها تكون رتبها أقل .

ولذلك فإن نصف عدد الرتب المكررة يطرح من تكرارات (الأقل) ، والنصف الآخر يطرح من تكرارات (الأعلى) ، أى :

$$| \text{تكرارات (الأقل)} | - \frac{1}{2} \text{ عدد الرتب المكررة} | - | \text{تكرارات (الأعلى)} | - \frac{1}{2} \text{ عدد الرتب المكررة} |$$

وبذلك فإن عدد الرتب المكررة لا يكون له تأثير على قيمة Θ لأنها تحذف نتيجة لعملية الطرح .

أى أنه يمكننا حساب قيمة Θ دون اعتبار للرتب المكررة .

والتوضيح الخطوات التي يمكن أن يتبعها الباحث عند حساب قيمة Θ بهذه الطريقة نرجع إلى البيانات الموضحة بجدول رقم (٥٠) .

الخطوة الأولى : بحسب ت في وذلك بأن يضرب كل تكرار في الجدول رقم ٥٠ (جميع القيم في هذه الحالة = الواحد للصحيح) في مجموع التكرارات التي تقع أسفل وإلى يسار هذا التكرار ، ثم يجمع حواصل الضرب الناتجة .

فمثلا بالنسبة للرتبة ١٠ :

$$(١) [\text{صفر} + \text{صفر} + \text{صفر} + ١ + \text{صفر} + ١ + \text{صفر} + ١]$$

$$[١ +$$

$$\text{أى } (١) (٤) = ٤$$

وبالنسبة للرتبة ٩ : $(١) (٤) = ٤$

وبالنسبة للرتبة ٨ : $(١) (٤) = ٤$

وبالنسبة للرتبة ٧ : $(١) (٤) = ٤$

وبالنسبة للرتبة ٥ : $(١) (٣) = ٣$

وبالنسبة للرتبة ٣ : $(١) (٢) = ٢$

المجموع
٢١

(وينبغي أن نلاحظ أننا أهملنا الرتب التي تكرارها صفر وهي الرتب ١٠ ، ٩ ، ٨ ، ٧ ، ٦ ، ٥ ، ٤ ، ٣ ، ٢ ، ١) .

الخطوة الثانية : بحسب ت ع وذلك بأن يضرب كل تكرار في الجدول رقم (٥٠) في مجموع التكرارات التي تقع أسفل وإلى يمين هذا التكرار ، ثم يجمع حواصل الضرب الناتجة .

$$\begin{aligned}
 & \text{فبالنسبة للرتبة ١٠ : } (١) (\text{صفر}) = \text{صفر} \\
 & \text{وبالنسبة للرتبة ٩ : } (١) (\text{صفر}) = \text{صفر} \\
 & \text{وبالنسبة للرتبة ٨ : } (١) (\text{صفر}) = \text{صفر} \\
 & \text{وبالنسبة للرتبة ٧ : } (١) (\text{صفر}) = \text{صفر} \\
 & \text{وبالنسبة للرتبة ٥ : } (١) (\text{صفر}) = ١ \\
 & \text{وبالنسبة للرتبة ٣ : } (١) (٢) = ٢ \\
 & \text{المجموع} \\
 & \quad \quad \quad ٣
 \end{aligned}$$

الخطوة الثالثة : يوجد الفرق فن = |ت ق ت ع|

$$|٣ - ٢١| =$$

$$١٨ = |١٨| =$$

ونظرا لأن المتغير الاسمي في هذا المثال يتكون من قسمين فقط فإنه لا توجد موازنات أخرى . ولذلك فإنه يوجد فقط فرق واحد (فن) .

$$\text{وتكون } فن = فن = ١٨$$

الخطوة الرابعة : بحسب قيمة ت_٢ كالآتي :

يضرب تكرار الذكور في تكرار الإناث .

$$\text{أى أن } ت_٢ = (٦) (٤) = ٢٤$$

الخطوة الخامسة : بحسب قيمة Θ باستخدام الصورة رقم (٢) السابقة

وهي :

$$\frac{\text{محف فن}}{ت_٢} = \Theta$$

$$٠,٧٥ = \frac{١٨}{٢٤} =$$

وهى نفس القيمة التى حصلنا عليها باستخدام الطريقة السابقة .

حساب قيمة ⊖ إذا اشتمل المتغير الاسم على أكثر من قسمين :

يمكن أن تتضح بدرجة أفضل كيفية استخدام وتطبيق الصورة السابقة لحساب قيمة ⊖ إذا اشتمل المتغير الاسم على أكثر من قسمين، ولذلك سنعرض المثال الآتى لمتغيرين أحدهما من المستوى الرتبى ، والآخر من المستوى الاسمى الذى يشتمل على أربعة أقسام .

يفترض ضربان أننا قمنا بتصنيف مجموعة تتكون من ٤٠ فردا بحسب حالتهم الاجتماعية . واستطعنا أن نقدر لكل منهم رتبة فى التوافق الاجتماعى . وهذه البيانات موضحة فى الجدول الآتى رقم (٥٣) :

الحالة الاجتماعية	الرتبة فى التوافق الاجتماعى					المجموع الكلى
	١	٢	٣	٤	٥	
أعزب	١	٢	٥	٢	صفر	١٠
متزوج	١٠	٥	٥	صفر	صفر	٢٠
أرمل	صفر	صفر	٢	٢	٠١	٥
مطلق	صفر	صفر	صفر	٢	٣	٥

جدول رقم (٥٣)

جدول اقتران بين الحالة الاجتماعية والتوافق الاجتماعى

فإذا أردنا تحديد درجة الاقتران بين الحالة الاجتماعية والتوافق الاجتماعي لهذه العينة من الأفراد ، فإننا نحسب قيمة ϕ بنفس الطريقة السابقة كالآتي :

الخطوة الأولى : نحسب قيمة كل من T ، T_c ، T_{cc} لكل موازنة ثنائية ممكنة ، وعدد هذه الموازنات ٦ (أى توافيق ٤ أقسام مثني مثني) .

الموازنة الأولى : موازنة الفرد الأعزب بالفرد المتزوج :
نحسب قيمة T كالآتي :

$$\begin{array}{lcl} \text{بالنسبة للرتبة ٥ :} & (1) & (5 + 5) = 10 \\ \text{بالنسبة للرتبة ٤ :} & (2) & (5) = 5 \\ \text{بالنسبة للرتبة ٣ :} & (3) & (5) = 5 \\ \text{بالنسبة للرتبة ٢ :} & (4) & (5) = 5 \\ \text{بالنسبة للرتبة ١ :} & (5) & (5) = 5 \\ \hline & & \text{المجموع} \\ & & 20 \end{array}$$

ونحسب قيمة T_c لهذه الموازنة كالآتي :

$$\begin{array}{lcl} \text{بالنسبة للرتبة ٥ :} & (1) & (5) = 5 \\ \text{بالنسبة للرتبة ٤ :} & (2) & (10) = 10 \\ \text{بالنسبة للرتبة ٣ :} & (3) & (5 + 10) = 15 \\ \text{بالنسبة للرتبة ٢ :} & (4) & (5 + 5 + 10) = 20 \\ \text{بالنسبة للرتبة ١ :} & (5) & (5 + 5 + 5 + 10) = 30 \\ \hline & & \text{المجموع} \\ & & 120 \end{array}$$

ثم نحسب قيمة ϕ من هذه الموازنة كالآتي :

$$فن = |تق - ت ع|$$

$$٠ ١١٥ = |١١٥ - | = |١٣٥ - ٢٠| =$$

الموازنة الثانية : موازنة الفرد الأعزب بالفرد الأرملة .

نحسب قيمة تق بنفس الطريقة :

بالنسبة للرتبة ٥ :	(١) (١ + ٢ + ٢) = ٥
بالنسبة للرتبة ٤ :	(٢) (١ + ٢ + ٢) = ١٠
بالنسبة للرتبة ٣ :	(٥) (١ + ٢) = ١٥
بالنسبة للرتبة ٢ :	(٢) (١) = ٢
بالنسبة للرتبة ١ :	(صفر) (صفر) = صفر
المجموع	٣٢

وكذلك نحسب قيمة ت ع كآتي :

بالنسبة للرتبة ٥ :	(١) (صفر) = صفر
بالنسبة للرتبة ٤ :	(٢) (صفر) = صفر
بالنسبة للرتبة ٣ :	(٥) (صفر) = صفر
بالنسبة للرتبة ٢ :	(٢) (٢) = ٤
بالنسبة للرتبة ١ :	(صفر) (٢ + ٢) = صفر
المجموع	٤

ثم نحسب قيمة فن باستخدام الصورة :

$$فن = |تق - ت ع|$$

$$٠ ٢٨ = |٢٨ - ٤| =$$

الموازنة الثالثة : موازنة الفرد الأعزب بالفرد المطلق .

نحسب قيمة ت ق كالتالي :

بالنسبة للرتبة ٥ :	$(1) (2 + 3) = 5$
بالنسبة للرتبة ٤ :	$(2) (2 + 3) = 10$
بالنسبة للرتبة ٣ :	$(5) (2 + 3) = 25$
بالنسبة للرتبة ٢ :	$(2) (2) = 6$
بالنسبة للرتبة ١ :	$(\text{صفر}) (\text{صفر}) = \text{صفر}$
المجموع	٤٦

وكذلك نحسب قيمة ت ع كالتالي :

بالنسبة للرتبة ٥ :	$(1) (\text{صفر}) = \text{صفر}$
بالنسبة للرتبة ٤ :	$(2) (\text{صفر}) = \text{صفر}$
بالنسبة للرتبة ٣ :	$(5) (\text{صفر}) = \text{صفر}$
بالنسبة للرتبة ٢ :	$(2) (\text{صفر}) = \text{صفر}$
بالنسبة للرتبة ١ :	$(\text{صفر}) (2) = \text{صفر}$
المجموع	صفر

ثم نحسب قيمة فن :

$$\text{فن} = |ت ق - ت ع|$$

$$= |٤٦ - \text{صفر}| = ٤٦$$

الموازنة الرابعة : موازنة الفرد المتزوج بالفرد الأرملة .

وباستخدام نفس الطريقة نحصل على :

$$\text{تق} = ٩٠$$

$$\text{ت ع} = \text{صفر}$$

$$\text{فن} = ٩٠$$

الموازنة الخامسة : موازنة الفرد المتزوج بالفرد المطلق .

$$\text{تق} = ١٠٠$$

$$\text{ت ع} = \text{صفر}$$

$$\text{فن} = ١٠٠$$

الموازنة السادسة : موازنة الفرد الأرملة بالفرد المطلق .

$$\text{تق} = ١٦$$

$$\text{ت ع} = ٢$$

$$\text{فن} = ١٤$$

والخطوة الثانية : نوجد المجموع الكلى الموازنات وذلك بأن نضرب التكرار الكلى لكل قسم من أقسام متغير الحالة الاجتماعية مثنى مثنى لنحصل على T_2 كالآتي :

$$T_2 = (١٠)(٢٠) + (١٠)(٥) + (١٠)(٥) + (٢٠)(٥) \\ + (٢٠)(٥) = ٥٢٥$$

والخطوة الثالثة : نحسب قيمة \ominus باستخدام الصورة رقم (٠) السابقة وهى :

$$\frac{\text{مجم. فن}}{\text{ت}} = \Theta$$

$$\frac{١٤ + ١٠٠ + ٩٠ + ٤٦ + ٢٨ + ١١٥}{٥٢٥} =$$

$$= \frac{٣٩٣}{٥٢٥} = ٠,٧٥ \text{ تقريباً .}$$

أى أنه يمكننا التنبؤ بالتوافق الاجتماعى لمجموعة الأفراد فى هذا المثال بمعلومية حالتهم الاجتماعية بدرجة جيدة . وتدل قيمة Θ على أنه توجد فروق منتظمة فى التوافق الاجتماعى فى ٧٥٪ من الموازنات بين الأفراد الذين يختلفون فى حالتهم الاجتماعية .

ولذلك يمكن للباحث استخدام هذا المعامل أو المقياس الإحصائى إذا أراد معرفة مقدار العلاقة بين متغيرين أحدهما من المستوى الرتبى والآخر من المستوى الاسمى .

وفى ما يلى ملخص للخطوات التى يمكن أن يتبناها الباحث فى حساب قيمة Θ :

١ - ينظم التكرارات فى جدول اقتران .

٢ - يوازن أقسام المتغير الاسمى فيما بينها مثنى مثنى ، ويسجل تكرارات القسم الآخر التى تكون رتبها أقل من رتب القسم المطلوب (ت ق) ، وكذلك تكرارات القسم الآخر التى تكون رتبها أعلى من رتب القسم المطلوب فى كل حالة (ت ع) .

٣ - يحسب الفرق بين ت ق ، ت ع بغض النظر عن إشارة الناتج لكل قسمين من أقسام المتغير الاسمى ، ثم يجمع الفروق الناتجة .

٤ - بحسب العدد الكلى للوزانات الممكنة T_p

٥ - بحسب قيمة Θ باستخدام الصورة :

$$\frac{\text{مجم فن}}{T_p} = \Theta$$

مقاييس إحصائية أخرى :

في الحقيقة لا توجد مقاييس إحصائية أخرى يمكن استخدامها في إيجاد درجة الاقتران بين متغيرين أحدهما من المستوى الاسمي والآخر من المستوى الرتبي . ولكن يمكن للباحث - كما ذكرنا في مستهل هذا الفصل - أن ينظر إلى المتغير الرتبي على أنه متغير اسمي وبحسب معامل التنبؤ لجتمان (λ) ، غير أن قيمة هذا المعامل سوف تكون أقل حساسية في الكشف عن درجة الاقتران الفعلي بين المتغيرين الأصليين .

تمارين على الفصل العاشر

١ — حاول أحد الباحثين دراسة العلاقة بين رتب دخول أسر مجموعة من الطلاب ، والصفات التي يرى كل طالب في المجموعة أنها يجب أن تتوافر في صديقه الذي يود اختياره . لذلك صمم الباحث استبياناً طلب فيه من عينة من طلاب إحدى السكليات أن يحدد هذه الصفات ، وفيما يلي النتائج التي حصل عليها :

الصفة المفضلة	رتبة دخل الأسرة				التكرار الكلي
	١	٢	٣	٤	
(أ) الرغبة في الصداقة	٥٢	٢٨	٤٠	٣٤	١٥٤
(ب) المظهر الخارجي	٧	٩	١٦	١٠	٤٢
(ج) احترام الصداقة	٨	٤	١٠	٩	٣١
(د) المستوى التعليمي	١٢	٦	٧	٥	٣٠

إوجد درجة العلاقة بين هذين المتغيرين ، وفسر القيمة الناتجة .

٢ — احسب معامل ويلسكو كسون للعلاقة بين الجنس وترتيب الأفراد في صفة التحرر لعينة من طلاب وطالبات إحدى السكليات كالآتي :

الجنس	الرتب									
	١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
ذكر	١	١	١	١	١	صفر	صفر	صفر	صفر	١
أنثى	صفر	صفر	١	صفر	صفر	١	١	١	صفر	صفر

وفسر القيمة التي حصلت عليها .

تمارين على الفصل العاشر

١ — حاول أحد الباحثين دراسة العلاقة بين رتب دخول أسر مجموعة من الطلاب ، والصفات التي يرى كل طالب في المجموعة أنها يجب أن تتوافر في صديقه الذي يود اختياره . لذلك صمم الباحث استبياناً طلب فيه من عينة من طلاب إحدى الكليات أن يحدد هذه الصفات . وفيما يلي النتائج التي حصل عليها :

الصفة المفضلة	رتبة دخل الأسرة				التكرار الكلي
	١	٢	٣	٤	
(أ) الرغبة في الصداقة	٥٢	٢٨	٤٠	٣٤	١٥٤
(ب) المظهر الخارجي	٧	٩	١٦	١٠	٤٢
(ج) احترام الصداقة	٨	٤	١٠	٩	٣١
(د) المستوى التعليمي	١٢	٦	٧	٥	٣٠

إوجد درجة العلاقة بين هذين المتغيرين ، وفسر القيمة الناتجة .

٢ — احسب معامل ويلسكو كسون للعلاقة بين الجنس وترتيب الأفراد في صفة التحرر لعينة من طلاب وطالبات إحدى الكليات كالآتي :

الجنس	الرتب									
	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
ذكر	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١
أنثى	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١

وفسر القيمة التي حصلت عليها .

الفصل الثماني عشر

مقاييس العلاقة

إذا كان أحد المتغيرين من المستوى
الاسمي والآخر من المستوى الفئوي

نسبة الارتباط

طريقة حساب نسبة الارتباط إذا كان أحد المتغيرين
من المستوى الاسمي والآخر من المستوى الفئوي

طريقة حساب نسبة الارتباط إذا كان كل من المتغيرين
من المستوى الفئوي ولكن العلاقة بينهما منحنية

العلاقة بين نسبة الارتباط وما مل ارتباط بيرسون

مقدمة :

رأينا فيما سبق أن الاقتران بين متغيرين يمكن اعتباره مشكلة تخمين أو تنبؤ . كما رأينا أن طبيعة التخمين تختلف من حالة إلى أخرى على حسب ميزان قياس كل من المتغيرين . إلا أنه يمكننا القول بوجه عام أنه كلما زادت دقة تخمين قيم أحد المتغيرين باستخدام قيم المتغير الآخر كلما زادت درجة الاقتران بين المتغيرين .

ففي حالة معامل التنبؤ لجتمان ومعامل حاصل ضرب العزوم لبيرسون يمكن تقدير دقة التخمين عن طريق مدى قدرتنا على تخمين قيم أحد المتغيرين تخميناً صحيحاً دون علمنا بقيم المتغير الآخر . وفي مثل هذه الحالات يكون معامل الاقتران هو معامل يدل على مقدار التحسن في قدرتنا على التخمين إذا استخدمنا معلومات عن المتغير الآخر . وكلما زاد مقدار هذا التحسن كلما زادت قيمة معامل الاقتران .

وسوف نعرض في هذا الفصل أحد المقاييس الإحصائية الهامة التي يمكن أن يستخدمها الباحث في إيجاد درجة الاقتران بين متغيرين أحدهما من المستوى الاسمي والآخر من المستوى الفترى ويسمى « نسبة الارتباط Correlation Ratio » ويرمز لهذه النسبة بالحرف اليوناني (r) ونقرأ (إيتا) .

وبالنسبة يمكن أن يعتبر الباحث المتغير الفترى متغيراً ترتيبياً ، وبحسب قيمة معامل ويلسكو كسون Θ ، أو يعتبره متغيراً اسمياً وبحسب قيمة معامل التنبؤ لجتمان δ . ولسكن استخدام أي من هذين المعاملين يؤدي بالطبع إلى فقد بعض المعلومات التي كان من الممكن أن يحصل عليها من بيانات بحثه إذا استخدم المتغير الفترى بدلاً من اعتباره من النوع الرتبى أو الاسمي . ولذلك فإن نسبة الارتباط أكثر هذه المقاييس حساسية لدرجة الاقتران في هذه الحالة .

وقد ذكرنا في الفصل السابع أن معامل ارتباط بيرسون يفترض وجود علاقة خطية بين متغيرين كل منهما من النوع الفترى أو النسبي . فإذا لم يرتبط

المتغيران يمثل هذه العلاقة فإن الصورة المستخدمة لإيجاد قيمة معامل ارتباط بيرسون تكون أقل من القيمة الفعلية للارتباط بين المتغيرين . وأحياناً تكون هذه القيمة الفعلية مرتفعة جداً ومع هذا تقترب قيمة معامل ارتباط بيرسون من الصفر . وللتأكد من خطية العلاقة بين متغيرين يجب أن ترسم شكلاً انشائياً لأزواج القيم . فإذا وجدنا أن النقط لا تميل إلى التراكم حول خط مستقيم بل تميل إلى الانحناء ، بمعنى أنه كلما زادت قيمة أحد المتغيرين تزيد قيمة المتغير الآخر حتى تصل إلى نقطة معينة تبدأ بعدها قيم المتغير الآخر في النقصان مع استمرار قيم المتغير الأول في الزيادة ، فإنه لا يجب في هذه الحالة استخدام معامل ارتباط بيرسون لأنه لا يكون في هذه الحالة هو المقياس المناسب لإيجاد درجة هذه العلاقة المنحنية . وهنا يمكن للباحث أن يستخدم نسبة الارتباط r .

ويجب أن يميز الباحث بين هذين الاستخدامين لنسبة الارتباط . فإذا استخدمت هذه النسبة لإيجاد درجة الاقتران بين متغير اسمي ومتغير فئوي فإن شرط الخطية أو عدم الخطية لا يكون له معنى في هذه الحالة ، وإنما تعبر نسبة الارتباط عن درجة العلاقة بين المتغيرين .

أما إذا كان كل من المتغيرين من المستوى الفئوي فإنه يجب التأكد من خطية أو انحناء العلاقة . وسوف نعرض في هذا الفصل لكل من الحالتين .

ونسبة الارتباط شأنها شأن معامل ارتباط بيرسون أو معامل التنبؤ لجتمان تدل على مقدار التحسن في التخمين . فكما هو الحال في المعاملين المذكورين تبدأ هنا أيضاً بتخمين قيم نموذجية Typical في التوزيع ، ونعيد التخمين مرة أخرى ولكننا نستعين في هذه المرة بتوزيع متغير آخر ، ثم نوجد نسبة ما طرأ على التخمين من تحسن .

طريقة حساب نسبة الارتباط η إذا كان أحد المتغيرين من المستوى الاسمي والآخر من المستوى الفترى :

لتوضيح طريقة حساب نسبة الارتباط في هذه الحالة نعرض المثال البسيط الآتي :

نفترض أننا حصلنا على معلومات عن عدد علب السجائر التي يستهلكها كل فرد من أفراد مجموعة عددها ٤٠ كل أسبوع . ووضعنا هذه البيانات في جدول التوزيع التكراري رقم (٥٤) الآتي :

عدد علب السجائر المستهلكة (ص)	التكرار (ت)	ص \times ت
صفر	٣	صفر
١	١	١
٢	٢	٤
٣	٣	٩
٤	٤	١٦
٥	٤	٢٠
٦	٤	٢٤
٧	٤	٢٨
٨	٤	٣٢
٩	٦	٥٤
١٠	٣	٣٠
١١	٢	٢٢
المجموع	٤٠	٢٤٠

جدول رقم (٥٤)

فإذا طلب منا أن نضمن العدد النموذجي Typical لعلب السجائر التي يستهلكها كل فرد من أفراد هذه المجموعة ، فإن أفضل تخمين يكون هو المتوسط .

وسوف نرى في الفصل الثالث عشر أن المتوسط يعد أفضل تخمين للدرجة
النوذجية في توزيع المتغير الذي من المستوى الفترى .

وقد سبق أن رأينا في الفصل الثالث أنه يمكن إيجاد قيمة المتوسط الحسابي
لمثل هذا التوزيع باستخدام الصورة :

$$\bar{v} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i \times v_i}{n} \quad \dots (1)$$

$$\text{أى أن } \bar{v} = \frac{240}{40} = 6$$

وبهذا يكون أفضل تخمين هو أن أى فرد من أفراد هذه المجموعة يستهلك
٦ علب من السجائر كل أسبوع .

ولكى نقدر دقة هذا التخمين يجب أن نحصل على معامل يقيس التباين حول
المتوسط . فلإيجاد تباين التوزيع السابق يجب أن نستخدم أيضا الصورة التى
ذكرناها في الفصل الرابع وهى :

$$\text{التباين } s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n t_i (v_i - \bar{v})^2}{n}$$

$$\dots (2) \quad \bar{v} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i v_i}{n}$$

وهذا يتطلب تكوين الجدول الآتي رقم (٥٥) :

ص	ص' = ص - ص'	ص'	ت	ت ص'
صفر	٦ —	٣٦	٣	١٠٨
١	٥ —	٢٥	١	٢٥
٢	٤ —	١٦	٢	٣٢
٣	٣ —	٩	٣	٢٧
٤	٢ —	٤	٤	١٦
٥	١ —	١	٤	٤
٦	صفر	صفر	٤	صفر
٧	١ +	١	٤	٤
٨	٢ +	٤	٤	١٦
٩	٣ +	٩	٦	٥٤
١٠	٤ +	١٦	٣	٤٨
١١	٥ +	٢٥	٢	٥٠
المجموع		٤٠	٤٠	٣٨٤

جدول رقم (٥٥)

ومن هذا الجدول يتضح أن :

$$ص' = \frac{٣٨٤}{٤٠} = ٩,٦$$

أى أن تباين توزيع المتغير ص = ٩,٦ . وهذا التباين يعتبر مقياساً للخطأ في تخمين متوسط عدد علب السجائر التى يستهلكها كل فرد في المجموعة .

والآن إذا افترضنا مثلاً أن استهلاك السجائر يقترن بجنس الفرد (ذكر أو أنثى) إذ ربما نستطيع التخمين بأن الرجال يدخنون أكثر من النساء .

والمشكلة الآن هى تحديد درجة الاقتران بين متغير الجنس ومتغير استهلاك السجائر لهذه المجموعة من الأفراد . أى أننا نريد أن نحدد مقدار النقص

في أخطاء تخمين متغير استهلاك السجائر إذا علمنا متغير الجنس . لذلك فإننا نكون جدول توزيع تكرارى لـكل من الذكور والإناث كما هو مبين بالجدول رقم (٥٦) الآتى :

المجموع	الجنس		عدد علب السجائر المستهلكة كل أسبوع (ص)
	إناث	ذكور	
٣	٣	صفر	صفر
١	١	صفر	١
٢	٢	صفر	٢
٣	٣	صفر	٣
٤	٤	صفر	٤
٤	٤	صفر	٥
٤	٤	صفر	٦
٤	٣	١	٧
٤	٢	٢	٨
٦	٢	٤	٩
٣	١	٢	١٠
٢	١	١	١١
٤٠	٣٠	١٠	المجموع

جدول رقم (٥٦)

والى نستطيع تخمين عدد علب السجائر المستهلكة ، ونقدر خطأ التخمين لـكل من الجنسين (أى التباين) ، فإن هذا يتطلب تكوين جدولين أحدهما للذكور رقم (٥٧) والآخر للإناث رقم (٥٨) كالآتى :

(أولا) جدول المذكور

ص	ت	ت ص	ص = ص - ص	ص	ت ص
٧	١	٧	٢ -	٤	٤
٨	٢	١٦	١ -	١	٢
٩	٤	٣٦	صفر	صفر	صفر
١٠	٢	٢٠	١ +	١	٢
١١	١	١١	٢ +	٤	٤
المجموع	١٠	٩٠		١٠	١٢

يُتَوَلَّى رَقْم (٥٧)

طريقة حساب تبين توزيع المتغير المتصل المذكور

$$\frac{\sum_{i=1}^n \frac{f_i}{n}}{1} = \frac{1}{n}$$

أى أن : $\bar{v} = \frac{1}{n}$

$$1 = \frac{90}{10} =$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n \frac{f_i}{n}}{1} = \frac{1}{n}$$

ع^٢ ص

$$1,2 = \frac{12}{10} =$$

(ثانياً) جدول الإناث

ص	ت	ت ص	ص = ص - ص	ص	ت ص
صفر	٣	صفر	٥ -	٢٥	٧٥
١	١	١	٤ -	١٦	١٦
٢	٢	٤	٣ -	٩	١٨
٣	٣	٩	٢ -	٤	١٢
٤	٤	١٦	١ -	١	٤
٥	٤	٢٠	صفر	صفر	صفر
٦	٤	٢٤	١ +	١	٤
٧	٣	٢١	٢ +	٤	١٢
٨	٢	١٦	٣ +	٩	١٨
٩	٢	١٨	٤ +	١٦	٣٢
١٠	١	١٠	٥ +	٢٥	٢٥
١١	١	١١	٦ +	٣٦	٣٦
المجموع	٣٠	١٥٠			٢٥٢

يُحْتَوَى رَقْم (٥٨)
طريقة حساب تباين توزيع المتغير المتصل للإناث

$$\frac{\sum_{i=1}^n t_i \cdot \frac{1}{n}}{n} = \bar{t} \cdot \bar{v}$$

$$0 = \frac{150}{30} =$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n t_i \cdot \frac{1}{n}}{n} = \bar{t} \cdot \bar{v}$$

$$8,4 = \frac{252}{30} =$$

ومن هذا يتضح أن تباين توزيع الذكور $= ١,٢$ ، وتباين توزيع الإناث $= ٨,٤$. وهذا يعنى أنه عند تخمين متوسط الذكور (وهو $= ٩$) يكون معامل الخطأ مساوياً $١,٢$. وعند تخمين متوسط الإناث (وهو $= ٥$) يكون معامل الخطأ مساوياً $٨,٤$. وهذه القيم تمثل خطأ تخمين عدد علب السجائر المستهلكة بمعلومية الذكور والإناث كل على حدة . ويمكننا الحصول على معامل الخطأ الناتج عن تخمين عدد علب السجائر المستهلكة عندما نأخذ متغير الجنس في الاعتبار بأن نضم معاملى الخطأ معا .

وفي الحقيقة فإن هذا المعامل هو متوسط موزون أو مرجح . أى أن :

$$ع^٢م = \frac{\sum_{ج=١}^ك \frac{ت ج^٢ ع ج}{ن}}{ن} \quad (٣)$$

حيث $ت ج$ ترمز إلى عدد الملاحظات (أى التكرار) فى كل مجموعة فرعية يشتمل عليها الميزان الاسمى .

- ، $ع ج^٢$ ترمز إلى تباين توزيع قيم المتغير ص لكل مجموعة فرعية .
- ، $ك$ ترمز إلى عدد المجموعات الفرعية .
- ، $ن$ ترمز إلى العدد السكى للملاحظات (التكرار السكى) .
- ، $ع^٢م$ ترمز إلى متوسط التباين داخل المجموعات الفرعية .

ولطراً لأن لدينا فى هذا المثال مجموعتين فرعيتين (ذكور وإناث) فإن :

$$ك = ٢$$

$$، \quad ت_١ = ١٠ ، \quad ت_٢ = ٣٠ ،$$

$$، \quad ع_١^٢ = ١,٢ ، \quad ع_٢^٢ = ٨,٤ ،$$

وهذا تكون :

$$\frac{(٨,٤)(٣٠) + (١,٢)(١٠)}{٤٠} = \epsilon^2_m$$

$$٦,٦ = \frac{٢٦٤}{٤٠} = \frac{٢٥٢ + ١٢}{٤٠} =$$

أى أن متوسط التباين داخل مجموعتي الذكور والإناث $= ٦,٦$. وهذا يعتبر معامل الخطأ الذى نحصل عليه عند تخمين متوسط عدد علب السجائر المستهلكة لكل من الذكور والإناث على حدة . وقد حصلنا على هذا المعامل عن طريق إيجاد التباين حول المتوسط لكل من المجموعتين وضم القيمتين معاً في معامل واحد .

والآن يمكننا أن نوجد نسبة الارتباط (η^2) باستخدام نفس الفكرة التى سبق استخدامها في إيجاد معامل ارتباط بيرسون أو معامل التنبؤ لجتمان وهى :

$$\frac{\text{مقدار النقص فى خطأ التخمين}}{\text{الخطأ الاصلى}}$$

وهنا يمثل التباين خطأ التخمين ، أى أن :

$$\frac{\epsilon^2_{\text{ص}} - \epsilon^2_{\text{م}}}{\epsilon^2_{\text{ص}}} = \text{مربع نسبة الارتباط } (\eta^2) \quad \dots (٤)$$

$$\frac{٦,٦ - ٩,٦}{٩,٦} =$$

$$٠,٣١ = \frac{٣}{٩,٦} =$$

$$\sqrt{\eta} = \eta \text{ ويلاحظ أن}$$

$$0,56 = \sqrt{0,31} =$$

$$0,56 = (\eta) \text{ أى نسبة الارتباط}$$

ونظراً لأن مربع نسبة الارتباط تدل دلالة مباشرة على التباين فإنه من السهل تفسيرها على أنها نسبة تباين المتغير الفترى ص الذى يقتزن بالمجموعات الفرعية للمتغير الاسمى س .

ففى المثال الحالى يقتزن ٣١٪ من تباين متغير عدد علب السجائر المستهلكة (ص) بمتغير الجنس (س) بينما لا يقتزن ٦٩٪ (أى ١ — مربع نسبة الارتباط) من تباين المتغير (ص) بالمتغير (س) .

وتتراوح قيم نسبة الارتباط بين الصفر ، والواحد الصحيح . ونظراً لأننا حصلنا على نسبة الارتباط باستخدام متغيرين أحدهما من المستوى الاسمى والآخر من المستوى الفترى فلا يجوز فى هذه الحالة أن نتحدث عن علاقة ترتيبية ، ولذلك لا يمكن أن تكون هذه النسبة سالبة . والقيمة الناتجة عن تربيع نسبة الارتباط تدل على نسبة التباين المشترك بين المتغيرين س ، ص .

وتكون قيمة مربع نسبة الارتباط مساوية للصفر إذا لم يطرأ أى تحسن فى قدرتنا على تخمين قيم المتغير ص = ٠ بما نأخذ المتغير س فى الاعتبار .

وفى مثل هذه الحالة تكون ص لكل مجموعة فرعية من مجموعات المتغير الاسمى س مساوية للمتوسط العام لجميع قيم ص ، ويكون تباين كل مجموعة من هذه المجموعات مساوياً للتباين للعام للتوزيع .

ويمكن توضيح ذلك بالجدول الآتى رقم (٥٩) :

قيم المتغير ص	ت	ت س _١	ت س _ب	ت س _ج
١	٣	١	١	١
٢	٦	٢	٢	٢
٣	١٢	٤	٤	٤
٤	٦	٢	٢	٢
٥	٣	١	١	١
المجموع	٣٠	١٠	١٠	١٠

جدول رقم (٥٩)

تباين المجموعات الفرعية = تباين التوزيع العام
(نسبة الارتباط = صفر)

وبالنظر إلى هذا الجدول نلاحظ أن المتغير الاسمي س يتكون من ثلاث مجموعات أ ، ب ، ج . والمتوسط العام لتوزيع المتغير ص = ٣ وتباين التوزيع = ٣ أيضا .

أما بالنسبة لكل من المجموعات الفرعية التي يشتمل عليها المتغير س فإننا نلاحظ أن :

$$\bar{ص} = ٣ ، ع^٢ ص = ٣$$

$$\text{أي أن : مربع نسبة الارتباط} = \frac{٣ - ٣}{٣} = \frac{\text{صفر}}{٣} = \text{صفر} .$$

ومعنى هذا أنه لم يحدث أى نقص فى خطأ التخمين بالرغم من أخذ المتغير س فى الاعتبار . أى أنه لا يوجد اقتران بين المتغيرين س ، ص .

ولكن إذا أخذنا الحالة التي تقع فيها كل قيمة من قيم ص في مجموعة واحدة من المجموعات التي يشتمل عليها المتغير س ، فإننا نحصل على نتيجة مختلفة كما هو مبين بالجدول الآتي رقم (٦٠) :

المجموعات الفرعية للمتغير س					ت	قيم المتغير ص
ت س هـ	ت س د	ت س جـ	ت س ب	ت س ا		
صفر	صفر	صفر	صفر	٣	٣	١
صفر	٦	صفر	صفر	صفر	٦	٢
صفر	صفر	صفر	١٢	صفر	١٢	٣
صفر	صفر	٦	صفر	صفر	٦	٤
٣	صفر	صفر	صفر	صفر	٣	٥
٣	٦	٦	١٢	٣	٥٠	المجموع

جدول رقم (٦٠)

قيم ص تقع في مجموعة واحدة من مجموعات المتغير س

وبالنظر إلى هذا الجدول نجد أن المتغير الاسمي يشتمل على ٥ مجموعات هي أ ، ب ، جـ ، د ، هـ . وأن كل مجموعة من هذه المجموعات تشتمل على قيمة واحدة من قيم ص . فهنا نجد أن المتوسط العام للتوزيع = ٣ ، وتباين التوزيع = ٣ . ولكن متوسطات المجموعات الفرعية تختلف عن ذلك ، ع^٢ م = صفر .

$$\text{وبذلك يكون مربع نسبة الارتباط} = \frac{٣ - \text{صفر}}{٣}$$

$$١ = \frac{٣}{٣} =$$

أي أن التباين الكلي للمتغير ص يقترن بالتغير الذي يحدث في أقسام المتغير س . وهنا يمكننا التنبؤ بدرجة تامة بقيم المتغير ص بمعلومية المتغير س .

والذا يمكننا القول بوجه عام أن نسبة الارتباط هي مقياس لدرجة التنبؤ بقيمة متغير فترى بمعلومية أقسام متغير اسمي .

طريقة مختصرة لحساب نسبة الارتباط :

يمكن أن يستخدم الباحث الطريقة السابقة لإيجاد نسبة الارتباط (η) ، ولكن يمكنه اختصار هذه الخطوات إذا استخدم الصورة الآتية :

$$\text{مربع نسبة الارتباط} = \frac{\sum_{j=1}^K \left(\sum_{i=1}^N \text{صج} - \text{ص} \right)^2}{\sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^K \text{صفي} - \text{ص} \right)^2} \dots (٥)$$

حيث صج ترمز إلى عدد الملاحظات (التكرار) في كل مجموعة فرعية يشتمل عليها المتغير الاسمي .

، صج ترمز إلى متوسط درجات كل مجموعة فرعية .

، ص ترمز إلى المتوسط العام لدرجات المتغير ص .

، ك ترمز إلى عدد المجموعات الفرعية .

، صفي ترمز إلى درجات المتغير الفترى ص .

، ن ترمز إلى العدد الكلي للملاحظات (التكرار الكلي) .

فيما يخص ترتيبات الخطوات التي يتبناها الباحث عند استخدام الصورة رقم (٥) في المثال السابق في الجدول الآتي رقم (٦١) :

المجموعة السككية				بمجموعة الذكور		بمجموعة الإناث	
ص	ت	ت ص	ص = ص - ص	ص ^٢	ت ص ^٢	ت	ت ص
صفر	٣	صفر	٦ -	٣٦	١٠٨	٣	صفر
١	١	صفر	٥ -	٢٥	٢٥	١	١
٢	٢	صفر	٤ -	١٦	٣٢	٢	٤
٣	٣	صفر	٣ -	٩	٢٧	٣	٩
٤	٤	صفر	٢ -	٤	١٦	٤	١٦
٥	٤	صفر	١ -	١	٤	٤	٢٠
٦	٤	صفر	صفر	صفر	صفر	٤	٢٤
٧	٤	٧	١ +	١	٤	٣	٢١
٨	٤	١٦	٢ +	٤	١٦	٢	١٦
٩	٦	٣٦	٣ +	٩	٥٤	٢	١٨
١٠	٣	٢٠	٤ +	١٦	٤٨	١	١٠
١١	٢	١١	٥ +	٢٥	٥٠	١	١١
المجموع	٤٠	٢٤٠		٣٨٤	١٥٠	٣٠	١٥٠

جدول رقم (٦١)

خطوات حساب نسبة الارتباط بين متغير من المستوى الاسمي
ومتغير من المستوى الفترى

$$\bar{ص} = \frac{٢٤٠}{٤٠} = (\text{المتوسط العام})$$

$$\bar{ص} = \frac{٩٠}{١٠} = (\text{الذكور})$$

$$\bar{ص} = \frac{١٥٠}{٣٠} = (\text{الإناث})$$

$$٩ = ٢(٦ - ٩) = ٢(ص العام - ص)$$

$$١٠ = \text{ن للذكور}$$

$$١ = ٢(٦ - ٥) = ٢(ص الإناث - ص العام)$$

$$٣٠ = \text{ن للإناث}$$

ثم نحسب قيمة مربع نسبة الارتباط كالآتي :

$$\frac{\text{مربع نسبة الارتباط} = \frac{\text{مجموع } (ص - ص)^2}{\text{مجموع } (ص - ص)^2}}{\text{مجموع } (ص - ص)^2}} = \frac{١٢٠}{٣٨٤}$$

$$\frac{(١)(٣٠) + (٩)(١٠)}{٣٨٤} =$$

$$٠,٣١ = \frac{١٢٠}{٣٨٤} =$$

وهي نفس القيمة التي حصلنا عليها فيما سبق .

والخلاصة أن الباحث يمكنه أن يتبع الخطوات الآتية عند حساب نسبة الارتباط (η) بين متغيرين أحدهما من المستوى الاسمي والآخر من المستوى الفترى :

١ — نفترض أن $ص$ هو المتغير الفترى (أى المتغير الذى يمكن قياسه كليا) ،
يوجد جهته للجسموعات ككل، $ص$ لكل مجموعة فرعية يشتمل عليها المتغير الاسمي $س$.

٢ — بحسب مربع انحرافات متوسطات المجموعات الفرعية عن المتوسط العام، أى (ص_ج - ص_٢)^٢.

٣ — يضرب مربعات انحرافات متوسطات المجموعات الفرعية في عدد أفراد كل مجموعة أى :

ت ج (ص_ج - ص_٢)^٢ ، ويجمع نواتج حاصل الضرب لجميع المجموعات الفرعية .

٤ — بحسب مجموع مربعات انحرافات المجموعات ككل أى :

$$\frac{\sum_{j=1}^n (ص_j - \bar{ص})^2}{n}$$

٥ — بحسب نسبة الارتباط باستخدام الصورة رقم (٥) السابقة .

طريقة حساب نسبة الارتباط إذا كانت العلاقة بين متغيرين كل منهما من

المستوى الفترى منحنية :

ذكرنا فيما سبق أن العلاقة بين متغيرين كل منهما من المستوى الفترى لا تكون دائماً خطية كما هو الحال عندما نبحث العلاقة بين الأداء في أحد اختبارات القدرات العقلية والعمر الزمني .

فعدل الأداء يزداد بسرعة كبيرة في الأعمار الصغيرة (من ٥ — ١٠ أعوام)، ثم يقل هذا المعدل قليلاً بالنسبة للأعمار من ١٠ — ٢٠ عاماً ، حيث يصل الأداء إلى أقصاه في سن العشرين ، ثم يبدأ في التناقص التدريجي في الأعمار من ٢٠ — ٤٠ عاماً ، ويزداد التناقص في الأداء زيادة سريعة بعد سن الأربعين . فإذا كانت الدراسة الارتباطية تعتمد على عينة تشتمل على جميع هذه الأعمار ، وحسبنا

معامل ارتباط حاصل ضرب العزوم لبيرسون بين الأداء في الاختبار والعمر الزمني ، فإن هناك احتمال كبير أن تقترب قيمة هذا المعامل من الصفر . والسبب في ذلك أن معامل ارتباط بيرسون يعتمد على فرض خطية العلاقة بين متغيرين . فإذا لم تكن العلاقة خطية كما في هذه الحالة ، فإن القيمة التي نحصل عليها باستخدام صورة معامل ارتباط بيرسون تكون أقل من القيمة الفعلية للارتباط بين المتغيرين . ولذلك يجب على الباحث التأكد من شكل توزيع البيانات ذات المتغيرين قبل اختيار مقياس العلاقة المناسب للبيانات . وبالطبع لا يتضح شكل العلاقة من مجرد النظر إلى البيانات . وإنما يجب أن يرسم الباحث شكلاً انشازاريا يوضح له ما إذا كانت العلاقة خطية أم منحنية . فإذا كانت العلاقة منحنية لا يجوز استخدام معامل ارتباط بيرسون ، وإنما يجب استخدام نسبة الارتباط (η) .

ولتوضيح الخطوات التي يمكن أن يتبعها الباحث في حساب نسبة الارتباط إذا كانت العلاقة بين متغيرين كل منهما من المستوى الفترى منحنية نعرض المثال الآتي :

نفترض أننا أردنا إيجاد العلاقة بين العمر الزمني (س) ودرجات اختبار يقى المعلومات العامة (ص) طبق على هيئة تتكون من ٢٠٠ فرد من مختلف الأعمار .

فالخطوة الأولى : هي أن نكون جدولاً انشازاريا للمتغيرين كما هو مبين بالجدول رقم (٦٢) بأن يمثل فئات العمر الزمني على المحور الأفقى ، وفئات الدرجات على المحور الرأسى ، ونسجل تكرار كل زوج من أزواج فئات المتغيرين ، وكذلك التكرار الكلى (ت ص) لكل فئة من فئات درجات المتغير ص للأعمار المختلفة في عمود مستقل ، والتكرار الكلى (ت س) لكل فئة عمرية للدرجات المختلفة في الاختبار في صف مستقل .

المحور الأفقي العمر (س)												
المحور الرأسي درجات الاختيار (ص)	ص	١٠ - ١٩	٢٠ - ٢٩	٣٠ - ٣٩	٤٠ - ٤٩	٥٠ - ٥٩	٦٠ - ٦٩	٧٠ - ٧٩	٨٠ - ٨٩	٩٠ - ٩٩	١٠٠ - ١٠٩	١١٠ - ١١٩
٨٩ - ٨٠	١٦	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١
٨٤ - ٨٠	١٥	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١
٧٩ - ٧٠	١٤	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١
٧٤ - ٧٠	١٣	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١
٦٩ - ٦٠	١٢	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١
٦٤ - ٦٠	١١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١
٥٩ - ٥٠	١٠	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١
٥٤ - ٥٠	٩	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١
٤٩ - ٤٠	٨	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١
٤٤ - ٤٠	٧	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١
٣٩ - ٣٠	٦	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١
٣٤ - ٣٠	٥	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١
٢٩ - ٢٠	٤	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١
٢٤ - ٢٠	٣	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١
١٩ - ١٠	٢	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١
١٤ - ١٠	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١
٩ - ٩	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١
٠ - ٠	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	١
١٠٢٩٨ =	١٦٤٨ =	١٠	٧	١١	٢٤	١٥	١٨	٢٠	١٨	٢٢	٢٠	١٥
١٥٢٩٨ =	١٦٤٨ =	١١	١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١

جدول رقم (٦٢)

جدول انتشاري لأعمار عينة تتكون من ٢٠ طالب ودرجاتهم في اختبار المعلومات

والطريقة المباشرة لحساب نسبة الارتباط (η) تعتمد على تعريف مربع نسبة الارتباط بأنها النسبة بين مجموع مربعات انحرافات متوسطات الأعمدة عن المتوسط العام لتوزيع المتغير (ص) والمجموع الكلى لمربعات انحرافات قيم المتغير ص عن هذا المتوسط . أى أن :

$$\eta^2_{صس} = \frac{\text{مجمـ ص}^2_{م}}{\text{مجمـ ص}^2_{ك}} \quad (٦)$$

$$\eta_{صس} = \sqrt{\frac{\text{مجمـ ص}^2_{م}}{\text{مجمـ ص}^2_{ك}}} \quad (٧)$$

ويمكن الحصول على المجموع الكلى لمربعات انحرافات قيم المتغير ص عن متوسط هذه القيم (مجمـ ص^٢_ك) باستخدام البيانات الموضحة في جدول الانتشار رقم (٦٢) كالتالى :

$$\text{مجمـ ص}^2_{ك} = \text{مجمـ ص}^2_{م} - \frac{(\text{مجمـ ص}^2_{م})}{ن}$$

$$= ١٥٢٩٨ - \frac{(١٦٤٨)^2}{٢٠٠}$$

$$= ١٥٢٩٨ - ١٣٥٧٩,٥٢ = ١٧١٨,٤٨$$

ولمكى نحصل على مجموع مربعات انحرافات متوسطات الأعمدة عن المتوسط العام لتوزيع المتغير ص أى مجمـ ص^٢_م نكون جدولاً كالتالى رقم (٦٣) :

(١) العمود	(٢) ت س	(٣) محص	(٤) محص ^٢	(٥) محص ^٢ ت س
صفر	٩	٤٢	١٧٦٤	١٩٦,٠٠
١	١٥	٧٣	٥٣٢٩	٢٥٥,٢٧
٢	٢٠	٢٠٢	٤٠٨٠٤	٢٠٤٠,٢٠
٣	٢٣	٢٤٤	٥٩٥٣٦	٢٥٨٨,٥٢
٤	١٨	١٩٦	٣٨٤١٦	٢١٣٤,٢٢
٥	٣٠	٢٧٨	٧٧٢٨٤	٢٥٧٦,١٣
٦	١٨	١٥٩	٢٥٢٨١	١٤٠٤,٥٠
٧	١٥	١٢٣	١٥١٢٩	١٠٠٨,٦٠
٨	٢٤	١٧٣	٢٩٩٢٩	١٤٢٧,٠٤
٩	١١	٦٥	٤٢٢٥	٣٨٤,٠٩
١٠	٧	٤٣	١٨٤٩	٢٦٤,١٤
١١	١٠	٥٠	٢٥٠٠	٢٤٠,٠٠

$$محت س = ٢٠٠ \times م (محص) = ١٤٦٨ \times \left[\frac{محص}{ت س} \right] = ١٤٤٤٨,٧١$$

جدول رقم (٦٣)
خطوات حساب مـ صـ مـ

فإذا نظرنا إلى جدول رقم (٦٣) نجد أن العمود الأول يبين أرقام الأعمدة في جدول الانتشار رقم (٦٢) . وهذه الأرقام هي قيم س المدونة في الصف الأخير من هذا الجدول . والعمود الثاني يتكون من تكرار الأعمدة المختلفة المدونة أيضاً أمام ت س في نفس الجدول . أما القيم الموضحة في العمود الثالث وهي قيم مـ صـ (حيث صـ المبينة في العمود الثاني من جدول رقم ٦٢ هي انحرافات كل

فئة من فئات المتغير ص عن فئة افتراضية وهي الفئة ٥ - ٩ في هذه الحالة ،
لذلك وضعنا صفراً أمام هذه الفئة ، والرقم ١ أمام الفئة التالية وهي ١٠ - ١٤ ،
وهكذا) فإننا نحصل عليها بإيجاد الانحرافات التي تناظر كل تكرار من تكرارات
العمود المطلوب ، ثم نجمع هذه الانحرافات لكل عمود على حدة .

فتبلاً إذا نظرنا إلى العمود الثالث في جدول رقم (٦٢) نجد أن التكرار الكلي
لهذا العمود = ٩ . ثم نحصل على قيم ص التي تناظر التكرارات التي يتكون منها
هذا التكرار الكلي ٩ . فهذه التكرارات هي ١ ، ٢ ، ١ ، ٢ ، ١ ، ١ ، ١ . وبذلك
تكون قيم ص المناظرة لها هي : ١ ، ٤ مكررة مرة واحدة ، ٣ ، ٥ مكررة مرتين ، ٦
٧ مكررة مرة واحدة ، وبمجموع هذه القيم = ٤٢ . وتكرر هذه العملية لجميع الأعمدة ،
وتدون مجموع قيم ص لكل عمود في العمود الثالث من جدول رقم (٦٣) . ثم نربع
كل قيمة من قيم هذا العمود ونضع النتائج في العمود رقم ٤ . ونقسم كل من هذه
المربعات على تكرار العمود الخاص بها ، ثم نجمع النواتج .

ويمكن أن نحسب قيمة مج ص^٢ باستخدام الصورة الآتية :

$$\text{مج ص}^2 = \left[\frac{\text{مج ص}^2}{\text{ت س}} \right] - \frac{[\text{مج (مج ص)}]^2}{\text{ن}}$$

$$= \frac{2(1048)}{200} - 14448,71 =$$

$$= 10579,02 - 14448,71 =$$

$$= 0,869,19$$

$$\sqrt{\frac{0,869,19}{1718,48}} = (\eta) \text{ وهذا تكون نسبة الارتباط } (\eta)$$

$$\sqrt{0,00784} = 0,711 =$$

ويمكن تفسير نسبة الارتباط تفسيراً مماثلاً لتفسير معامل الارتباط لبيرسون، وذلك بتربيع نسبة الارتباط لنحصل على η^2 ، وهي تدل على التباين المشترك بين المتغيرين . فإذا ربعنا ٠,٧١١، نحصل على مربع نسبة الارتباط وهذا يساوى ٠,٥٠٥٥ . أى أن حوالى ٥١٪ من تباين درجات اختبار المعلومات يمكن تفسيره بمعلومية العمر، بمعنى أن هذا التباين يرجع إلى تباين العمر .

ويمكن استخدام الصورة الآتية لإيجاد مربع نسبة الارتباط مباشرة، لأن البسط يمثل مج-ص^٢م، والمقام يمثل مج-ص^٢ز :

$$\text{مربع نسبة الارتباط} = \frac{\frac{\text{مج-ص}^2(\text{ص}^2)}{ن} - \left[\frac{\text{مج-ص}^2(\text{ص}^2)}{\text{ث س}} \right]}{\frac{\text{مج-ت ص}^2(\text{ص}^2)}{ن} - \text{مج-ت ص}^2}$$

..... (٨)

العلاقة بين نسبة الارتباط ومعامل ارتباط بيرسون :

سبق أن رأينا أن معامل ارتباط حاصل ضرب العزوم لبيرسون بين المتغيرين س، ص يساوى معامل الارتباط بين ص، س لنفس مجموعة البيانات . ولكن هذا لا ينطبق على نسبة الارتباط . فنسبة الارتباط بين س، ص لا تساوى نسبة الارتباط بين ص، س، فهما نسبتان مختلفتان، وبالطبع يمكن إيجاد نسبة الارتباط الثانية في المثال السابق إذا استبدلنا الرمز س بالرمز ص في المعادلة رقم (٨)، وأجرينا ما يتطلبه ذلك من تعديلات في الجدولين رقمي ٦٢، ٦٣ .

كما أن معامل ارتباط بيرسون يمكن أن يأخذ إحدى القيمتين $+1$ أو -1 أو أي قيمة أخرى تنحصر بينهما . أي أن هذا المعامل يحدد مقدار واتجاه العلاقة بين المتغيرين .

ولسكن نسبة الارتباط ليست لها إشارة ، لأننا إذا تأملنا الشكل الانتشاري للمتغيرين ربما نجد العلاقة بينهما موجبة في جزء ما من المدى الكلي للمتغيرين بينما نجد العلاقة سالبة في أجزاء أخرى من هذا المدى . لذلك فإن نسبة الارتباط تقيس فقط درجة أو مقدار هذه العلاقة .

وتتأثر نسبة الارتباط بتذبذب متوسطات الأعمدة أو الصفوف في جدول الانتشار إذ أن نسبة الارتباط تعتمد اعتماداً مباشراً على انحرافات متوسطات الأعمدة أو الصفوف عن المتوسط العام للمتغير ص . وهذا يجعل مقدار الارتباط الذي تدل عليه هذه النسبة أكبر إلى حد ما من قيمته الفعلية . فإذا كانت العلاقة بين المتغيرين منحنية فإن نسبة الارتباط تكون أكبر من قيمة معامل ارتباط بيرسون التي نحصل عليها من نفس مجموعة البيانات ، أما إذا كانت العلاقة بين المتغيرين خطية ، فإن الفرق بين قيمة كل من نسبة الارتباط ومعامل ارتباط بيرسون التي نحصل عليها من نفس مجموعة البيانات يمكن أن يتخذ دليلاً على مدى الزيادة غير الفعلية في مقدار الارتباط الناتج عن استخدام نسبة الارتباط . أما في حالة العلاقة المنحنية فلا يمكن تحديد مقدار هذه الزيادة . ولذلك نوصي الباحث بعدم استخدام نسبة الارتباط إلا إذا تأكد من أن العلاقة بين المتغيرين ليست خطية وأن العينة كبيرة بدرجة تسمح بجعل متوسطات الأعمدة أو الصفوف أكثر ثباتاً أو استقراراً ، لأن نسبة الارتباط - كما لاحظنا - تتأثر تأثراً ملحوظاً بعدد الأعمدة أو الصفوف وكذلك بالتكرارات التي تكون التكرار الكلي لكل عمود أو صف . إذ لا يمكن أن يتضح انحناء العلاقة إذا كان عدد الأعمدة أو الصفوف قليلاً ، ويقترح جليفورد Cuilford أن يكون حجم العينة أكثر من ١٠٠ ، وعدد الأعمدة أو الصفوف يتراوح بين ٦ ، ١٢ إذا أراد الباحث

استخدام نسبة الارتباط كقياس للعلاقة المنحنية بين متغيرين . أما إذا قل العدد من ذلك فعليه ، إما أن يستخدم مقياس إحصائي آخر يسمى E (ويقرأ إيبسلون) حيث يمكن باستخدامه أن يحصل على نسبة ارتباط غير متحيزة . ويمكن للباحث الرجوع إلى Peters and Van Voorhis لمزيد من التوضيح لهذا المقياس . أو يمكنه تحديد شكل التغير المتغيرين على صورة دالة رياضية ثم يحاول اختبار مدى مطابقة البيانات لهذه الدالة . وسوف تعرض لهذه الفكرة بالتفصيل في الفصل الخامس عشر عند مناقشتنا للانحدار غير الخطي .

ولا يفوتنا أن ننوه إلى أهمية نسبة الارتباط في تحليل التباين ، وهو ما سنعرض له في الجزء الثاني من الكتاب .

تمارين على الفصل الحادى عشر

١ - احسب نسبة الارتباط لمجموعة البيانات الآتية ، وفسر القيمة الناتجة :

أقسام المتغير الاسمى (س)				متوسط قيم المتغير (ص)
د	ج	ب	ا	
٣٣,٠٥	٣١,٠٩	٣٣,٠٩	٣٦,٩٥	عدد الحالات
٢٠	٢٢	٢٢	٢٢	في كل قسم

٢ - احسب نسبة الارتباط للبيانات الآتية:

الطالب	درجة الاختبار الاول	درجة الاختبار الثانى	الطالب	درجة الاختبار الاول	درجة الاختبار الثانى
١	٦٠	٨٠	١٠	٤٥	٤١
٢	٥٤	٨٨	١١	٤٣	٥٠
٣	٥٣	٤٠	١٢	٤١	٤٨
٤	٤٩	٥٢	١٣	٣٩	٣٦
٥	٤٩	٥١	١٤	٣٨	٤٨
٦	٤٧	٤٨	١٥	٣٢	٤٠
٧	٤٦	٥١	١٦	٣٢	٤٦
٨	٤٥	٣٢	١٧	٣٠	٣٧
٩	٤٥	٣٩			

٣ - احسب نسبة الارتباط بين المتغير الاسمى (س) الذى يشتمل على أربعة أقسام ، والمتغير الفترى (ص) ، وفسر القيمة الناتجة .

أقسام المتغير الاسمي (س)

س٠	س١	س٢	س٣
٥	١٠	١٢	١٤
٤	٨	١١	١٢
٤	٨	١١	١٢
٣	٧	١٠	١٠
٢	٦	٩	
	٥	٨	
	٥		
	٣		

المتغير الفترى (ص)

٤ — احسب نسبة الارتباط بين المتغير الاسمي (س) الذي يشتمل على خمسة أقسام والمتغير الفترى (ص) ، وفسر القيمة الناتجة .

أقسام المتغير (س)

س٠	س١	س٢	س٣	س٤
٢	٢	٢	٥	٧
٤	٤	٤	٥	٦
٤	٤	٤	٤	٤
٢	٢	٦	٥	٨
٣	٣	٣	٣	
٣	٧			
٥				

المتغير (ص)

الفصل الثاني عشر

مقاييس العلاقة

إذا كان أحد المتغيرين من المستوى
الرتبي والآخر من المستوى الفترى

معامل الارتباط المتسلسل المتعدد لجاسين
طريقة حساب معامل الارتباط المتسلسل المتعدد
مقاييس إحصائية أخرى

مقدمة :

سنعرض في هذا الفصل والفصل التالي بعض مقاييس العلاقة عند ما يكون أحد المتغيرين من المستوى الرتبى ، والآخر من المستوى الفترى .

وفي الحقيقة لا يوجد مقياس وحيد يمكن استخدامه لوصف درجة الاقتران بين هذين النوعين من المتغيرات ، ويمكن أن يتناضى الباحث عن الميزان أو المستوى الفترى لأحد المتغيرين ويعتبره من المستوى الرتبى ، ويوجد مقدار العلاقة بين متغيرين من المستوى الرتبى باستخدام المقياس الإحصائى المناسب ، وبالطبع سوف يكون مثل هذا المقياس أقل حساسية للعلاقة القائمة بين المتغيرين الأصليين . ولكن يوجد مقياسان إحصائيان يناسبان بوجه خاص الموقف البحثى الذى يتطلب إيجاد العلاقة بين متغيرين أحدهما من المستوى الرتبى والآخر من المستوى الفترى هما معامل الارتباط المتسلسل المتعدد Multiserial Correlation ، ومعامل الارتباط المتسلسل المتعدد الحقيقى Point Multiserial Correlation .

ولسكننا سوف نقتصر في هذا الفصل على مناقشة المقياس الاول ، ونلقى الضوء فقط على المقياس الثانى .

وقبل أن يلجأ الباحث إلى استخدام أحد هذين المقياسين فى تحليل بيانات بحثه يجب أن يتأكد من أن البيانات تحقق بعض الفروض التى يتطلبها كل منهما ، وأحد هذه الفروض يتعلق بالسعة النسبية لفترات المتغير الرتبى .

يجد خريمان أنه الضرورى فى حالة استخدام معامل الارتباط المتسلسل المتعدد افتراض أن الفترات التى تفصل بين الرتب تتبع التوزيع الاعتنالى . وهذا يعنى أنه لى تحول الرتب إلى درجات على ميزان فترى يجب أن يفرض التوزيع الاعتنالى على البيانات الخاصة بالمتغير الرتبى . أما فى حالة استخدام معامل الارتباط المتسلسل المتعدد الحقيقى فإنه يفترض أن الرتب فى حد ذاتها يفصل بينها فترات متساوية ، وبهذا يمكن معالجتها كما لو كانت الدرجات الناتجة عنها من المستوى الفترى .

ولكن يصعب في معظم الحالات تحقق مثل هذا الفرض . فالباحث ربما يضطر إلى استخدام متغيرات من المستوى الرتبى لعدم تمكنه من التوصل إلى طريقة تجعل الفترات التي تفصل بين رتب أى من هذه المتغيرات متساوية ، وافترض تساوى هذه الفترات بدلا من التأكد فعلا من تحققها يجعل تفسير المقياس الإحصائى المستخدم في هذه الحالة غير واضح . ولذلك فإنه ربما يفضل استخدام معامل الارتباط المتسلسل المتعدد بدلا من معامل الارتباط المتسلسل المتعدد الحقيقى في مثل هذه الحالة .

وفي الحقيقة لا يوجد رمز متفق عليه لسكل من هذين المعاملين . ولكننا سنرمز لهما بالرمزين R_{mm} ، R_{mch} على الترتيب .

معامل الارتباط المتسلسل المتعدد لجاسبن (R_{mm})

Jaspen's Coefficient of Multiserial Correlation

يمكن أن يستخدم الباحث معامل الارتباط المتسلسل المتعدد لجاسبن في إيجاد درجة الاقتران بين متغيرين أحدهما من المستوى الرتبى ، والآخر من المستوى الفترى ، ولكنه يجب أن يتحقق من أن :

١ - هناك علاقة خطية بين المتغيرين .

٢ - المتغير الرتبى يمكن أن يتبع التوزيع الاعتدالى بقدر الإمكان لو كان في استطاعته قياس هذا المتغير بقدر أكبر من الدقة . فإذا استطاع الباحث قياس أحد المتغيرات على ميزان فترى فإنه سوف يجد في معظم الأحيان أن عددا كبيرا من الملاحظات الخاصة بهذا المتغير تتوزع توزيعا اعتداليا . ولكن ربما لا يكون هذا صحيحا في بعض الحالات . فبعض الظواهر السلوكية يكون توزيعها على شكل حرف (J) ، ودخول الأفراد بالجنيه المصرى مثلا تتوزع توزيعا ملقويا . إلا أن كثيرا من الأشياء أو الصفات التي تتحرى الدقة في قياسها نجدها تتبع التوزيع الاعتدالى .

وهنا ربما يتساءل الباحث عن كيفية معالجة بيانات بحثه إذا لم يستطع قياس

أحد المتغيرات التي يهتم بدراسة قياسها كميًا ، بل استطاع فقط أن يقوم بإجراء عملية ترتيب للملاحظات الخاصة بهذا المتغير ، وبالطبع لا ترقى عملية الترتيب إلى مستوى عملية القياس من حيث الدقة .

فإذا استطاع الباحث افتراض أن المتغير المطلوب يتخذ شكل المنحنى الاعتدالي إذا أمكن قياسه على ميزان فترى ، عندئذ يمكن إجراء بعض التعديلات التي تشرى من فاعلية عملية القياس Scaling ، إذ يستطيع في هذه الحالة تحويل الميزان الرتبى للمتغير إلى ميزان فترى .

لتوضيح ذلك يفترض طريقتان ، أننا طبقنا استبياننا لقياس الاتجاه نحو اتفاق المال على عشرة من الطلاب ، وأمکننا ترتيب هؤلاء الطلاب في أربع مجموعات بالنسبة لشدة هذا الاتجاه ، ويُفترض أن النتائج كانت كالآتي (جدول رقم ٦٤) :

الترتبة	شدة الاتجاه	التكرار
٤	موافق بشدة	١
٣	موافق إلى حد ما	٥
٢	غير موافق إلى حد ما	٣
١	غير موافق على الإطلاق	١
المجموع		١٠

جدول رقم (٦٤)

ونلاحظ في هذا الجدول أننا استطعنا أن نرتب الطلاب بالنسبة لشدة الاتجاه نحو اتفاق المال إلا أن الفترات التي تفصل بين الرتب ليست متساوية ، فنحن نعلم أن الطلاب الذين يوافقون بشدة ربما ينفقون المال (أو على الأقل يكون اتجاههم اللفظي نحو اتفاق المال) أكثر من الطلاب الذين يوافقون إلى حد ما ، ولسكننا لا نعلم مقدار الفرق بين المجموعتين .

وهنا ربما نفترض أننا إذا استطعنا قياس الاتجاه نحو إنفاق المال على ميزان فترى فإن التوزيع يكون اعتدالياً، إذ أننا نتوقع أن معظم الطلاب يكون اتجاههم نحو إنفاق المال معتدلاً، وعدد قليل منهم يكون اتجاههم متطرفاً أى إما مسرفين أو مقترين .

وقبولنا هذا الافتراض، يعنى أن كل طالب ينتمى إلى أحد أقسام شده الاتجاه ، وأن هذه الأقسام التى يوضحها الجدول رقم (٦٤) غير موزعة توزيعاً منتظماً . ولـكننا نستطيع التعبير عن التوزيع باستخدام نسب الطلاب الذين ينتمون إلى كل قسم من هذه الأقسام كما هو مبين بالجدول رقم (٦٥) الآتى :

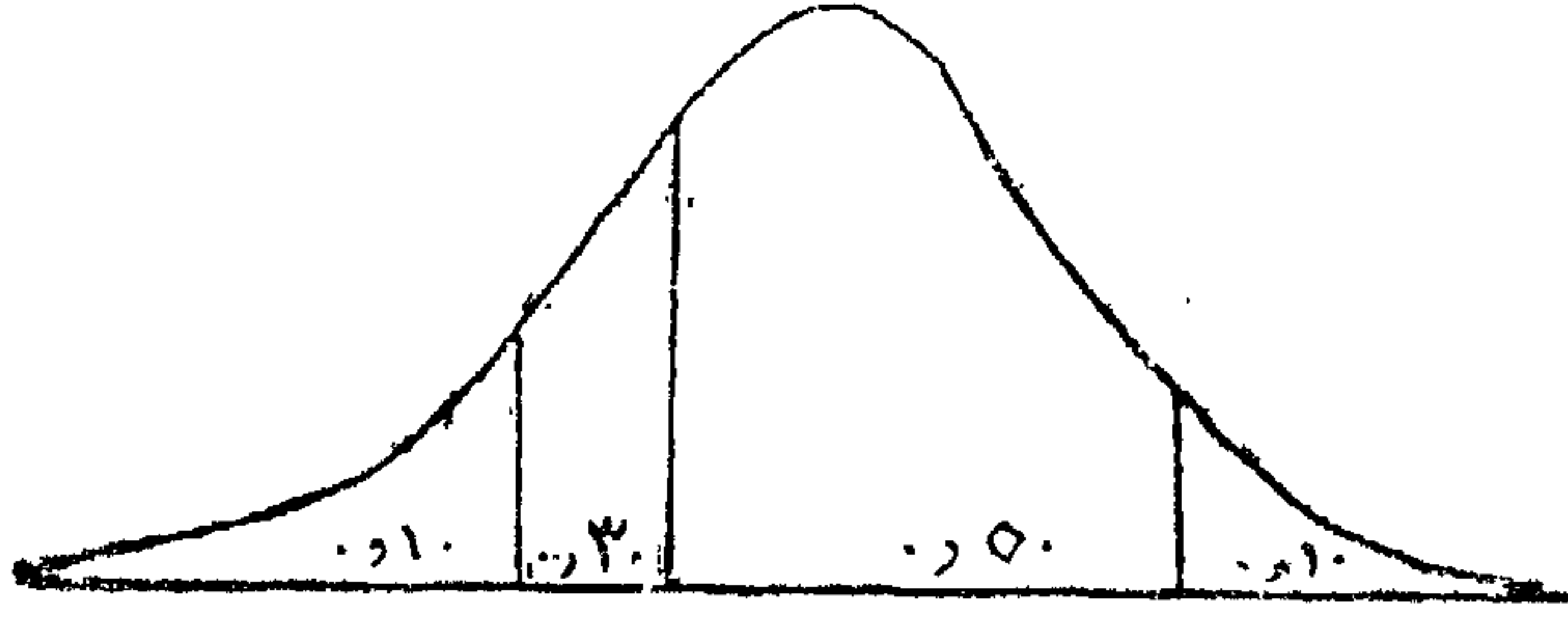
الرتبة	شدة الاتجاه	التكرار	النسبة
٤	موافق بشدة	١	٠,١٠
٣	موافق إلى حد ما	٥	٠,٥٠
٢	غير موافق إلى حد ما	٣	٠,٣٠
١	غير موافق على الإطلاق	١	٠,١٠
المجموع		١٠	١,٠٠

جدول رقم (٦٥)

وهنا يمكن تقسيم المساحة تحت المنحنى الاعتدالى المعيارى الذى عرضناه فى الفصل السادس بالنسب المبينة فى هذا الجدول .

فباستخدام نسب المساحات تحت المنحنى الاعتدالى يمكن أن نعين لكل طالب درجة على الميزان الفترى الذى افترضناه ، وبذلك يمكننا معرفة نسبة الدرجات التى تزيد أو تقل عن درجة معينة إذا علمنا انحراف هذه الدرجة عن المتوسط . وإذا علمنا

نسب الدرجات التي تزيد أو تقل عن درجة معينة فإننا بالطبع نستطيع معرفة الحراف هذه الدرجة عن المتوسط. لذلك قسمنا المنحنى الاعتدالي في الشكل رقم (٥٠) إلى أربعة أجزاء بالنسب ١٠، ٣٠، ٥٠، ١٠، كالآتي :

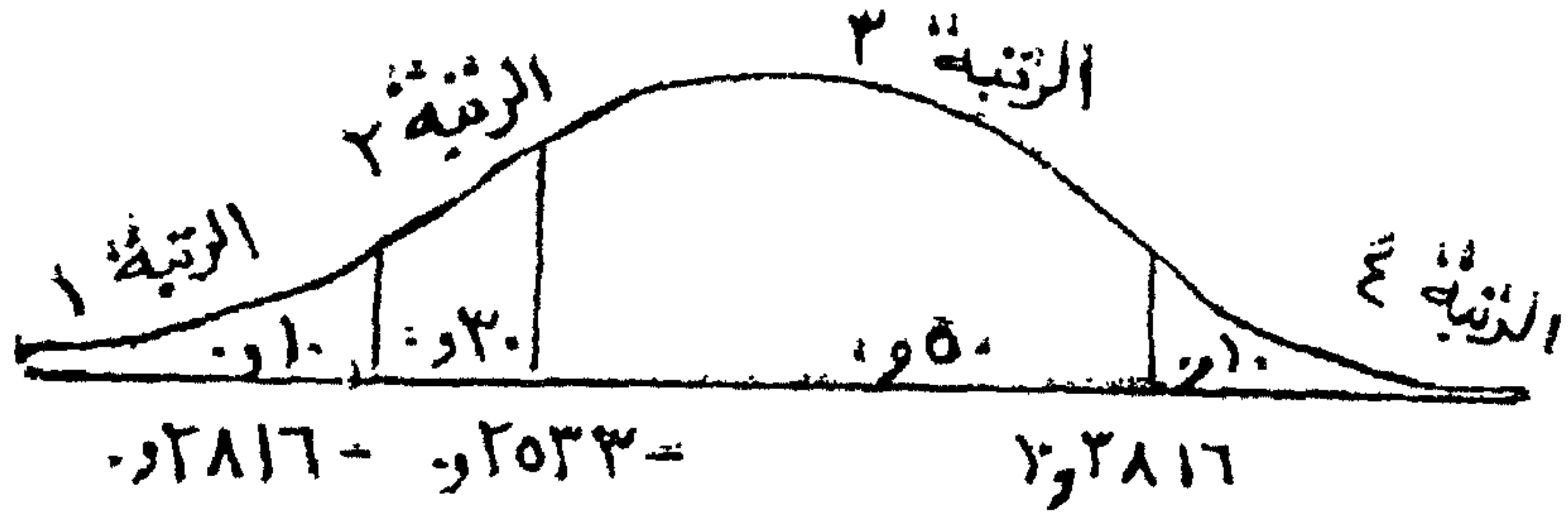


شكل رقم (٥٠)

فإذا رجعنا إلى جدول المساحات تحت المنحنى الاعتدالي (جدول هـ المبين بملحق الكتاب) نستطيع تحديد الدرجات المعيارية التي تناظر نقط تقسيم المنحنى أي النقط التي تفصل بين أجزاء المنحنى .

فمثلا يتضح من جدول المساحات أن الدرجة المعيارية (د) التي تقع دونها ١٠، من الحالات تساوى — ١,٢٨١٦ ، فهذه إذن الدرجة المعيارية التي تفصل بين الرتبتين ١ ، ٢ . فكل طالب رتبته ١ تقل درجته المعيارية عن — ١,٢٨١٦ . وكل طالب رتبته ٢ أو ٣ أو ٤ تزيد درجته المعيارية عن هذه الدرجة .

ونستطيع أن نكرر هذه العملية بالنسبة لنقطتي التقسيم الآخرين ، وهذه النتائج مبينة بالشكل رقم (٥١) .



شكل رقم (٥١)

ومن هذا الشكل يتضح أننا استطعنا باستخدام خصائص المنحنى الاعتدالى أن نحدد الدرجات المعيارية التى تفصل بين الرتب المختلفة لشدة الاتجاه . فمثلا يتضح أن كل طالب رتبته ٤ يجب أن تزيد درجته المعيارية عن ١,٢٨١٦ .

ولسكن نظرا لعدم دقة هذه الرتب للأسباب التى سبق أن ذكرناها فإننا لانستطيع أن نعرف مدى انحراف درجة كل طالب عن هذه الدرجة المعيارية . فكل ما نستطيع أن نفعله هو أن نعين لكل رتبة من الرتب الأربع متوسط الدرجتين المعياريتين اللتين تحدان كلا من هذه الرتب على خط قاعدة المنحنى الاعتدالى . ويمكننا الاستفادة فى ذلك بخاصية أخرى من خصائص المنحنى الاعتدالى ، وهى أن هناك علاقة بين ارتفاع هذا المنحنى والدرجات المعيارية .

إذ يمكننا تحديد متوسط الدرجتين المعياريتين على خط القاعدة لأى جزء من أجزاء المنحنى الاعتدالى إذا علمنا الارتفاعين اللذين يحدان هذا الجزء .

والصورة العامة التى يمكن استخدامها لتحديد هذا المتوسط هى :

(٣٠ - التحليل)

$$\bar{d} = \frac{عق - عع}{س} \dots (١)$$

حيث عق ترمز إلى ارتفاع المنحنى الذى يحد الجزء المطلوب من أسفل
(ويمكن الحصول عليه من جدول ب المبين بالملاحق) .

، عع ترمز إلى ارتفاع المنحنى الذى يحد الجزء المطلوب من أعلى .

، س ترمز إلى نسبة الحالات التى تقسم فى هذا الجزء .

، \bar{d} ترمز إلى متوسط الدرجتين المعياريتين للجزء المطلوب من المنحنى .

فإذا أردنا إيجاد الارتفاعين اللذين يحددان الرتبة ؛ نرجع إلى جدول ارتفاعات المنحنى الاعتدالى (جدول ب) وتبحث عن الارتفاع الذى يقع بعده ١٠ ، من الحالات فنجد أنه يساوى ١٧٥٥ ، والارتفاع الذى لا تقع دونه أى حالة من الحالات ، وهو بالطبع = صفر . أى أن ١٧٥٥ ، ، صفر هما حدا هذا الجزء من المنحنى .

فإذا عوضنا فى الصورة رقم (١) السابقة نحصل على :

$$\bar{d} = \frac{عق - عع}{س}$$

$$\frac{١٧٥٥ - صفر}{١٠} =$$

$$= ١,٧٥٥$$

أى أن متوسط الدرجات، المعيارية للطلاب الذين رتبة كل منهم ؛ يساوى

١,٧٥٥

وعند استخدام جدول الارتفاعات لتعيين حدى الرتبة ٣ يجب أن نتوخى الحذر . فنحن هنا نتم بالارتفاع الذى تقع بعده ٠,٥٠ + ٠,١٠ أى ٠,٦٠ من الحالات . وبالرجوع إلى جدول الارتفاعات (ب) نجد أن القيم المدونة فيه لا تصل إلى هذه القيمة وإنما تصل إلى ٠,٥٠ فقط . لذلك يجب أن نبحث عن الارتفاع الذى تقع دونه ٠,٤٠ من الحالات ، فنجد أنه يساوى ٠,٣٨٦٣ . أى أن هذه القيمة هى ع ع . وقد سبق أن حصلنا على ع ق وهى تساوى ٠,١٧٥٥

$$\text{وبذلك تكون } \bar{d}_3 = \frac{٠,١٧٥٥ - ٠,٣٨٦٣}{٠,٥٠}$$

$$= \frac{٠,٢١٠٨}{٠,٥٠}$$

$$= ٠,٤٢١٦$$

وهكذا بالنسبة للرتبتين ٢ ، ١ -

$$\bar{d}_2 = \frac{٠,٣٨٦٣ - ٠,١٧٥٥}{٠,٣٠}$$

$$= \frac{٠,٢١٠٨}{٠,٣٠} - = ٠,٧٠٢٠ -$$

$$, \bar{d}_1 = \frac{\text{صفر} - ٠,١٧٥٥}{٠,١٠}$$

$$= \frac{٠,١٧٥٥}{٠,١٠} -$$

$$= ١,٧٥٥ -$$

وبذلك نكون قد حولنا جميع الرتب إلى الدرجات المعيارية المناظرة لها .
أى أنه يكون قد تمين لكل طالب درجة معيارية تكافئ رتبته . وهذه الدرجات
المعيارية تعتبر درجات تقريبية للدرجات المعيارية التى نتوقع الحصول عليها لو
أننا استطعنا قياس الاتجاه نحو إنفاق المال على ميزان فترة . وعلى الرغم من أنها
قيم تقريبية ، إلا أنه يمكن اعتبارها مجموعة من الدرجات تفصل بينها
فترات متساوية .

يفترض ضريمان أن اهتمامنا ينصب على إيجاد درجة الاقتران بين اتجاه
المجموعة التى تتكون من عشرة طلاب نحو إنفاق المال وعدد مرات ذهاب
الطالب إلى دور السينما كل أسبوع .

فهنا نستطيع إيجاد معامل ارتباط حاصل ضرب العزوم لبيرسون لأن رتب
شدة الاتجاه قد تحولت إلى درجات معيارية متساوية الفترات ، وبذلك يكون
استخدام هذا المعامل مناسباً لهذه البيانات .

فإذا افترضنا أننا استطعنا الحصول على بيانات عن عدد مرات ذهاب كل
طالب إلى دور السينما كل أسبوع ، فإننا يمكن أن نكون جدولاً كالآتى
رقم (٦٦) .

ص عدد مرات الذهاب إلى دور السينما كل أسبوع	د المناظرة للرتب	رتب الاتجاه نحو إنفاق المال
٤	١,٧٥٥	٤
٥	٠,٤٢١٦	٣
٤	٠,٤٢١٦	٣
٣	٠,٤٢١٦	٣
٣	٠,٤٢١٦	٣
٣	٠,٤٢١٦	٣
٢	٠,٧٠٢٧—	٢
٣	٠,٧٠٢٧—	٢
٢	٠,٧٠٢٧—	٢
١	١,٧٥٥—	١

جدول رقم (٦٦)

ويمكن حساب قيمة معامل ارتباط بيرسون بين قيم د المينة بهذا الجدول
وبين قيم ص أى عدد مرات الذهاب إلى دور السينما كل أسبوع من الجدول
الآتى رقم (٦٧) .

ص	ص ^٢	د	د ^٢	ص د
٤	١٦	١,٧٥٥٠	٣,٠٨٠	٧,٠٢٠
٥	٢٥	٠,٤٢١٦	٠,١٧٨	٢,١٠٨
٤	١٦	٠,٤٢١٦	٠,١٧٨	١,٦٨٦
٣	٩	٠,٤٢١٦	٠,١٧٨	١,٢٦٥
٣	٩	٠,٤٢١٦	٠,١٧٨	١,٢٦٥
٣	٩	٠,٤٢١٦	٠,١٧٨	١,٢٦٥
٢	٤	٠,٧٠٢٧—	٠,٤٩٤	١,٤٠٥—
٣	٩	٠,٧٠٢٧—	٠,٤٩٤	٢,١٠٨—
٢	٤	٠,٧٠٢٧—	٠,٤٩٤	١,١٠٥—
١	١	١,٧٥٥٠—	٣,٠٨٠	١,٧٥٥
المجموع ٣٠	١٠٢	صفر	٨,٥٣٢	٧,٩٣٦

جدول رقم (٦٧)

$$= \sqrt{\left[\frac{\sum (\text{مجموع ص})^2}{\text{ن}} - \frac{(\sum \text{مجموع ص})^2}{\text{ن}^2} \right] \left[\frac{\sum (\text{مجموع د})^2}{\text{ن}} - \frac{(\sum \text{مجموع د})^2}{\text{ن}^2} \right]}$$

(٢)

$$= \sqrt{\left[\frac{(٣٠)(\text{صفر})}{١٠} - ٧,٩٣٦ \right] \left[\frac{(٣٠)}{١٠} - ١٠٢ \right]}$$

$$0,783 = \frac{7,936}{10,130} = \frac{7,936}{(8,352)(12)} =$$

أى أن معامل الارتباط $0,783 =$

ولكن هذه القيمة تحتاج إلى تصحيح نظراً لأن الدرجات المعيارية التي حصلنا عليها نتيجة لتحويل الرتب تعبر عن أقسام متسعة نسبياً بدلاً من أن تعبر عن درجات غير مبوبة . فتبويب قيم المتغير في أقسام متسعة يقلل من تباين توزيع المتغير .

ولذلك يجب أن نقسم معامل الارتباط السابق على الانحراف المعياري للمتغير لتعويض النقص الذي حدث في قيمة معامل الارتباط نتيجة لاتساع الأقسام . وفي هذه الحالة يصبح معامل الارتباط بعد تصحيحه مساوياً لمعامل الارتباط المتعدد المتسلسل الذي اقترحه جاسبن Jaspen . أى أن :

$$r_{\text{م}} = \frac{r}{C} \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (3)$$

و بتطبيق هذه الصورة على البيانات السابقة نجد أن :

$$0,85 = \frac{0,783}{0,924} = r_{\text{م}}$$

ويجب أن يلاحظ الباحث أن تحويل الرتب إلى درجات معيارية يؤدي إلى تغيير تفسير معامل ارتباط بيرسون . فمعامل الارتباط الناتج لا يتضمن الفرض الخاص بخطية العلاقة فقط ، ولكنه يتضمن أيضاً فرض أن المتغير الرتبي يتوزع توزيعاً اعتدالياً لو أننا استطعنا قياسه على ميزان فترى . ويمكن تفسير معامل الارتباط المتسلسل المتعدد في ضوء نسبة التباين المشترك التي يجب أن نتوقعها لو أننا تمكنا بالفعل من قياس المتغير الرتبي قياساً كياً .

ففي هذا المثال $r_{mm} = 0.85$ ، $r_{mm}^2 = 0.72$.

أى أننا نتوقع أن 0.72 من التباين في عدد مرات ذهاب طلاب هذه العينة إلى دور السينما كل أسبوع كان من الممكن أن تفسر بمعلومية اتجاههم نحو إنفاق المال لو أننا تمكنا بالفعل من قياس الاتجاه على ميزان فترى .

ملخص طريقة حساب معامل الارتباط المتسلسل المتعدد :

يتضح مما سبق أن معامل الارتباط المتسلسل المتعدد يجمع في طريقة واحدة بين تحويل رتب المتغير الرتبى إلى درجات معيارية ، واستخدام معامل ارتباط بيرسون . ولذلك فهو يعتبر تعديلا لمعامل ارتباط بيرسون .

والصورة الرياضية العامة التى يمكن أن يستخدمها الباحث لإيجاد معامل الارتباط المتسلسل المتعدد r_{mm} هى :

$$r_{mm} = \frac{\sum (E_i - \bar{E})(C_i - \bar{C})}{\sqrt{\sum (E_i - \bar{E})^2 \sum (C_i - \bar{C})^2}} \quad (٤)$$

حيث \bar{E} ترمز إلى متوسط قيم المتغير E لمجموعة فرعية معينة من مجموعات المتغير الرتبى .

، $E - \bar{E}$ ترمز إلى الفرق بين ارتفاعى المنحنى الاعتدالى

الذين يحددان المجموعة الفرعية من أسفل ومن أعلى .

، S ترمز إلى نسبة الحالات في مجموعة فرعية معينة .

، \bar{C} ترمز إلى الانحراف المياري لجميع قيم المتغير C .

والجدول الآتي رقم (٦٨) يوضح كيفية تطبيق الصورة السابقة رقم (٤) على المثال السابق :

الرتب	قيم ص	ص ف	ص	ع ق	ع ع - ع ق	(ع ع - ع ع) ^٢	ص ق (ع ق - ع ع)
٤	٤	٤	٠,١٠٤	٠,١٧٥٥	٠,١٧٥٥	٠,٢٠٨	٠,٢٠٨٠
٣	٣٠,٢٠٤,٤٤٥	٣,٦	٠,٥٠١	٠,١٧٥٥	٠,٢١٠٨	٠,٤٤٤	٠,٠٨٨٨
٢	٢٠,٢٠٢	٢,٣٣٣	٠,٣٠٢	٠,٢٨٦٣	٠,٢١٠٨ -	٠,٤٤٤	٠,١٤٨٠
١	١	١	٠,١٠١	٠,١٧٥٥	٠,١٧٥٥ -	٠,٢٠٨	٠,٣٠٨٠
المجموع			١,٠٠	صفر	صفر		٠,٨٥٢٨

جدول رقم (٦٨)
طريقة مختصرة لحساب معامل الارتباط المتسلسل المتعدد

$$1,090 = \overline{1,27} = \frac{12}{10} \sqrt{\frac{(ص - \bar{ص})^2}{ن}} = \bar{ص}$$

$$r_{صق} = \frac{\bar{ص} - ص (ع - ق - ع ف)}{\frac{(ع ق - ع ف)^2}{س}} =$$

$$0,85 = \frac{0,7936}{0,9338} = \frac{0,7936}{(0,8528)(1,090)} =$$

وهي نفس القيمة التي حصلنا عليها باستخدام معامل ارتباط بيرسون بعد تصحيحه .

ولذلك يمكن استخدام هذه الصورة عندما يريد الباحث إيجاد معامل الارتباط المتسلسل المتعدد بافتراض أن هناك علاقة خطية بين المتغيرين ، وأن قيم المتغير الرقي تتوزع توزيعاً اعتدالياً لو أنه استطاع قياس هذا المتغير على ميزان فترى .

والخلاصة أنه يمكن أن يحسب الباحث قيمة معامل الارتباط المتسلسل المتعدد إذا اتبع الخطوات التالية :

- ١ - يوجد ص في أي متوسط قيم المتغير الفترى (ص) لكل مجموعة فرعية من الرتب التي يشتمل عليها المتغير الرقي .
- ٢ - يرجع إلى جدول ارتفاعات المنحنى الاعتدالي لإيجاد الارتفاعات التي تحد كل مجموعة من المجموعات الفرعية .
- ٣ - يطرح الارتفاع الذي يحد المجموعة من أعلى من الارتفاع الذي يحد المجموعة من أسفل .

- ٤ — يحسب نسبة الحالات في كل مجموعة .
- ٥ — يحسب الانحراف المعياري للمتغير الفترى (ص) .
- ٦ — يوجد رمم باستخدام الصورة الرياضية السابقة رقم (٣) .

مقاييس إحصائية أخرى :

يوجد عدد من المقاييس الإحصائية التي يمكن أن يستخدمها الباحث لإيجاد درجة الاقتران بين متغيرين أحدهما من المستوى الرتبى ، والآخر من المستوى الفترى وهي :

١ — معامل الارتباط الثنائى المتسلسل : وهو يعتبر حالة خاصة من معامل الارتباط المتسلسل المتعدد حيث يشتمل المتغير الرتبى على مجموعتين فقط من الرتب . ويختلف هذا المعامل عن معامل الارتباط المتسلسل المتعدد في أنه يمكن حساب قيمته باستخدام صورة خاصة به تناسب الميزان الرتبى الذى يشتمل على رتبتين . ونظراً لأهمية هذا المقياس الإحصائى فى البحوث النفسية والتربوية وبخاصة فى مجال بناء الاختبارات والمقاييس المختلفة ، فإننا سنعرض له بالتفصيل فى الفصل القادم .

٢ — معامل الارتباط المتسلسل المتعدد الحقيقى : ناقشنا هذا المعامل فى مسهل هذا الفصل ، وقلنا أن استخدام هذا المعامل يتطلب تحقق فرض أن الفترات التى تفصل بين رتب المتغير الرتبى تكون متساوية ونظراً لصعوبة تحقق هذا الفرض فى كثير من البحوث النفسية والتربوية ، فإنه لا يستخدم إلا نادراً . وربما كان هذا هو سبب عدم مناقشتنا لطريقة حسابه فى هذا الفصل .

٣ — معامل الارتباط الثنائي المتسلسل الحقيقي : ويعتبر هذا المعامل حالة خاصة من معامل الارتباط المتسلسل المتعدد الحقيقي حيث يشتمل المتغير الرتبي على رتبتين فقط ، وينطبق على هذا المعامل ما ينطبق على معامل الارتباط المتسلسل المتعدد الحقيقي من مزايا وعيوب . ولكي نجعل الباحث على دراية بطبيعة هذا النوع من المعاملات فإننا سنعرض لهذا المعامل أيضا بالتفصيل في الفصل القادم .

تمارين على الفصل الثاني عشر

١ — أراد باحث إيجاد العلاقة بين الذكاء وقابلية التأثر بالتنويم الإيحائي ، فاختار عينة تتكون من ٣٢ فرداً من مستويات اجتماعية واقتصادية مختلفة تتراوح أعمارهم بين ١٦ ، ٣٢ عاماً وطبق على كل منهم اختبار ستانفورد بينيه للذكاء . ثم خصص لكل منهم جلسات في التنويم الإيحائي ، وسجل استجاباتهم لمثيرات معينة . ثم عين لكل منهم درجة على مقياس قابلية التأثر بالتنويم الإيحائي .

واعتبر الباحث أن هذه الدرجات من المستوى الفترى بالرغم من معالجته لها على أنها من المستوى الرتبى . وفيما يلي درجات اختبار الذكاء لكل من الرتب الأربع للأفراد على مقياس التنويم الإيحائي .

الرتب في مقياس قابلية التأثر

بالتنويم الإيحائي

١	٢	٣	٤
١٢٨	١٣٩	٩٤٤	١٣٦
١١١	١٣٤	١٣٧	١٣١
١٠٤	١٣٣	١٣٤	١٢٦
١٠٣	١٣٢	١٣١	١١٦
١٠٣	١٣٠	١٢٩	
١٠١	١٢٩	١٢٦	
١٠١	١٢٣	١٢٢	
	١١٧	١١٧	
	١١٦	١١١	
	١١٢	١٠٩	
	١٠٦		

احسب معامل الارتباط المتسلسل المتعدد بين المتغيرين في هذا البحث ،
وفسر القيمة الناتجة في ضوء مفهوم التباين المشترك .

٢ — قام معلم بتصحيح أوراق اختبار ١٥ طالباً في مادة الجغرافيا . وقدر
لكل منهم درجة رقمية . بينما أعطى تقديراً كيفياً مثل ممتاز (ا) ، جيد جداً (ب) ،
جيد (ج) ، مقبول (د) ، راسب (هـ) للمشروع الذي قدمه كل طالب منهم .
فإذا أراد المعلم إيجاد درجة العلاقة بين درجات الاختبار ، وتقديرات المشروع
الآتية بالجدول الآتي :

درجة الاختبار	تقدير المشروع
١٩	ا
١٨	ا
٢٢	ا
١٩	ب
٢٠	ب
١٨	ب
١٨	ب
١٦	ج
١٥	ج
١٢	ج
١٣	ج
١٦	ج
٦	د
٨	د
٥	هـ

احسب معامل الارتباط المتسلسل المتعدد بين نوعي الدرجات ، وفسر القيمة
الناتجة ، مع ذكر الفروض التي يجب أن تتوفر في هذه البيانات حتى يكون
التفسير صحيحاً .

الفصل الثالث عشر

مقاييس العلاقة

إذا كان أحد المتغيرين أو كلاهما من النوع الثنائي

معامل الارتباط الثنائي المتسلسل الحقيقي

معامل فاي

معامل الارتباط الثنائي المتسلسل

معامل الارتباط الرباعي

مقدمة :

عرضنا في الفصول السابقة المقاييس والطرق المختلفة التي يمكن أن يستخدمها الباحث في إيجاد العلاقة بين متغيرين . وقد لاحظنا كيف أن اختلاف موازين أو مستويات قياس كل من المتغيرين يؤدي إلى اختلاف المقاييس الإحصائية التي تصف درجة الافتزان بينهما .

ولكن أحيانا يواجه الباحث مواقف بحشية مختلفة وبخاصة في مجال بناء الاختبارات والمقاييس النفسية والتربوية يمكن تلخيصها فيما يلي :

١ - ربما يود الباحث إيجاد العلاقة بين متغيرين أحدهما من النوع الثنائي Dichotomous ، أى أن المتغير يشتمل على قسمين منفصلين ، والآخر من النوع المتصل . فالمتغير الثنائي ربما يكون درجات الطلاب في مفردة اختيار من متعددة وهي عادة الواحد الصحيح أو الصفر ، أو ربما يكون المتغير الثنائي هو درجات عبارة من عبارات استبيان يجيب عليها الفرد إما بنعم أو لا أو أوافق أو لا أوافق وهكذا . وفي كلتا الحالتين يكون المتغير المتصل هو الدرجة الكلية التي يحصل عليها الطالب أو الفرد في الاختبار أو الاستبيان .

وأحيانا يكون المتغير الثنائي هو جنس الطالب أى ذكر أو أنثى أو المرحلة التعليمية التي يدرس بها مثل التعليم الثانوى أو التعليم الجامعى ، ويكون المتغير المتصل هو درجات الطالب في اختبار ما .

٢ - أو ربما يود الباحث في أحيان أخرى إيجاد العلاقة بين متغيرين كل منهما من النوع الثنائي ، مثل العلاقة بين استجابة مجموعة من الطلاب بنعم أو لا على عبارتين من عبارات أحمد الاستبيانات . فهنا يكون المتغير الثنائي الأول هو الاستجابة للعبارة الأولى بنعم أو لا ، والمتغير الثنائي الثانى هو الاستجابة للعبارة الثانية بنعم أو لا أيضا . أو ربما يكون المتغير الثنائي الأول مثلا هو عدد الساعات

التي قضاهما كل لاعب في التدريب والتي تزيد أو تقل عن عدد معين من الساعات ، والمتغير الثنائي الثاني هو ما إذا كان اللاعب قد أصيب أثناء مباراة معينة أم لا .
فهنا يكون المطلوب إيجاد العلاقة بين متغيرين من النوع الثنائي هما فترة التدريب والإصابة أثناء المباراة . ففي جميع هذه الحالات يحتاج الباحث إلى مقاييس إحصائية تناسب طبيعة هذا النوع من المتغيرات . وقد عرضنا في الفصول السابقة بعض المقاييس التي تصلح في مثل هذه الحالات ، ولسكننا أردنا أن نجتمع المقاييس الثلاثة الاستخدام التي تعالج العلاقة بين المتغيرات الثنائية معاً في هذا الفصل حتى يستطيع الباحث أن ينظر إلى هذه المقاييس نظرة أكثر شمولية ، وبذلك يتسنى له فحصها فحصاً مستقراً قبل أن يختار من بينها المقياس الذي يناسب متغيرات بحثه .
بالإضافة إلى أن بعض هذه المقاييس يعتبر حالات خاصة من معامل ارتباط حاصل ضرب العزوم ليرسون ، والبعض الآخر يعطى تقديراً Estimate للقيمة المتوسطة لمعامل ارتباط بيرسون إذا افترضنا أن البيانات كان من الممكن أن تحقق شروطاً معينة .

ومن أمثلة النوع الأول :

- ١ - معامل الارتباط الثنائي المتسلسل الحقيقي .
- ٢ - معامل الارتباط الرباعي الحقيقي ويعرف باسم معامل فاي .

ومن أمثلة النوع الثاني :

- ١ - معامل الارتباط الثنائي المتسلسل .
- ٢ - معامل الارتباط الرباعي .

ويعتبر النوع الأول من المقاييس حالة خاصة من معامل ارتباط بيرسون ، ويستخدم عندما يكون أحد المتغيرين أو كلاهما من النوع الثنائي .

أما النوع الثاني من المقاييس فهو لا يعطى نفس قيم معامل ارتباط بيرسون وإنما يعطى أفضل تخمين لقيم هذا المعامل لعينة ما إذا اختلف شكل توزيع

البيانات عما هو عليه . بمعنى أن هذه المقاييس تعتمد على فروض خاصة بطبيعة السمات التي يمثلها المتغير لم تنعكس في الطريقة التي جمعت ودونت بها البيانات الخاصة بهذا المتغير . ولذلك فإن قيم المعاملات الناتجة عن استخدام هذه المقاييس لا تساوى القيم الناتجة عن استخدام معامل ارتباط بيرسون بدلا منها .

وعلى وجه التحديد فإن النوع الثانى من المقاييس هو بمثابة تقدير لقيم معامل ارتباط بيرسون إذا كانت البيانات التي وضعت على الصورة الثنائية من الممكن قياسها على ميزان متصل .

وسوف نهتم في هذا الفصل بإبراز الأساس المنطقى لسكل من هذين النوعين من المقاييس ، والعلاقة بينهما ، والفروض التي يجب أن تتحقق في البيانات حتى يمكن استخدام أى منهما . وكذلك نعرض الطرق المختلفة لحساب كل من هذه المقاييس .

مقاييس النوع الأول :

(أولا) معامل الارتباط الثنائى المتسلسل الحقيقى :

Point Biserial Correlation .

أحيانا يحتاج الباحث إلى إيجاد درجة العلاقة بين متغيرين أحدهما من النوع الثنائى والآخر من المستوى الفترى . وهنا ربما يواجه الباحث إحدى الحالتين الآتيتين :

١ - الحالة التي يكون فيها المتغير الثنائى من نوع المتغير الثنائى الحقيقى . والمثال الشائع لهذا النوع من المتغيرات هو الجنس (أى ما إذا كان الفرد ذكراً أم أنثى) .

٢ - الحالة التي يستبر فيها المتغير الثنائى بمثابة مقياس لسمه توزيعها من النوع المتصل ، ولكن تم جمع البيانات الخاصة بهذا المتغير وتدوينها على هذه

الضرورة الثنائية إما لفرض التبسيط أو لعدم وجود مقياس أكثر دقة لقياس السمة .

ومثال ذلك الإجابة على مفردات اختبار اختيار من متعدد (فالإجابة على كل مفردة إما أن تكون صحيحة أو خطأ) ، وهنا يفترض أن توزيع درجات السمة التي يقيسها الاختبار من النوع المتصل . ولكن ينظر عادة إلى التوزيع الثنائي لمثل هذا النوع من المفردات على أنه متغير ثنائي حقيقي ، والدرجة السككية في الاختبار على أنها متغير متصل للسمة التي يقيسها الاختبار .

ويقتصر عادة في القياس النفسي والتربوي على استخدام مثل هذا النوع من توزيعات مفردات الاختبارات في تقسيم الطلاب إلى مجموعتين أو التنبؤ باستجاباتهم للمفردات بوجه عام .

وتختلف طريقة إيجاد العلاقة بين متغيرين في الحالة الأولى عنها في الحالة الثانية . فطريقة إيجاد معامل الارتباط في الحالة الأولى تعتبر إحدى الحالات الخاصة لمعامل ارتباط بيرسون ، أما طريقة إيجاد معامل الارتباط في الحالة الثانية فهي تعتبر بمثابة تقدير لمعامل ارتباط بيرسون . ونظراً لأننا نعرض هنا مقياس النوع الأول فإننا سوف نبدأ بمناقشة الحالة الأولى ،

ويسمى معامل الارتباط الذي يستخدم في إيجاد درجة العلاقة بين متغيرين أحدهما من النوع الثنائي الحقيقي والآخر من النوع المتصل ، بمعامل الارتباط الثنائي المتسلسل الحقيقي ، ، وهو يعتبر حالة خاصة من معامل الارتباط المتسلسل المتعدد الذي عرضنا له في الفصل السابق . وهنا يفترض أن توزيع المتغير الثنائي يكون منتظماً في كل من قسمي المتغير بمعنى أنه عند تقسيم الطلاب إلى مجموعتين إحداهما بمجموعة الناجحين والآخرى بمجموعة الراسبين مثلاً ، فإننا

نكون قد افترضنا ضمناً أن جميع طلاب المجموعة الأولى متكافئون في النجاح
وجميع طلاب المجموعة الثانية متكافئون في الرسوب .

ويستخدم معامل ارتباط الثنائي المتسلسل الحقيقي في كثير من الأحيان في
تحليل مفردات الاختبارات حيث توجد معامل الارتباط بين درجات كل مفردة
في الاختبار والدرجة السككية في الاختبار بغرض تحديد مدى اتساق درجات
الطلاب في كل مفردة مع درجاتهم في الاختبار ككل . ويمكن إجراء ذلك بأن
ندين لكل طالب أجاب إجابة صحيحة على المفردة الرقم ١ ، ولكل طالب
أجاب إجابة خطأ على المفردة الرقم صفر ، ثم نوجد معامل ارتباط حاصل
ضرب العزوم لبيرسون ، فيكون الناتج هو معامل الارتباط الثنائي المتسلسل
الحقيقي ، وبالطبع يمكن أن نستخدم أوزاناً تختلف عن الواحد الصحيح
والصفر ونحصل على نفس النتيجة لأن معامل الارتباط الناتج لا يعتمد على
هذه الأوزان — ولكن يفضل استخدام الواحد الصحيح والصفر لتبسيط
العمليات الحسابية .

ونستطيع التوصل إلى صورة رياضية أبسط من صورة معامل ارتباط بيرسون
لحساب معامل الارتباط الثنائي المتسلسل الحقيقي .

ويمكننا اشتقاق هذه الصورة من صورة معامل ارتباط بيرسون بطريقة
جبرية مباشرة . ولذلك فإن الصورتين متكافئتان .

وهذه الصورة هي :

$$r_{\text{ش ح}} = \sqrt{\frac{s_1 - s_2}{c_s}} \quad \text{ص. ص.} \quad \dots (١)$$

حيث R ح ترمز إلى معامل الارتباط الثنائي المتسلسل الحقيقي .

، \bar{S} ترمز إلى متوسط توزيع قيم المتغير المتصل (S) للمجموعة التي حصلت على الواحد الصحيح في المتغير الثنائي .

، \bar{S} ترمز إلى متوسط توزيع قيم المتغير المتصل (S) التي حصلت على الصفر في المتغير الثنائي .

، E_S ترمز إلى الانحراف المعياري للمتغير المتصل .

، N ترمز إلى نسبة الأفراد في المجموعة الكلية الذين حصلوا على الواحد الصحيح في المتغير الثنائي .

، N ترمز إلى نسبة الأفراد في المجموعة الكلية الذين حصلوا على الصفر في المتغير الثنائي .

ويجب أن يلاحظ الباحث أن هذه الصورة تكافئ صورة معامل ارتباط بيرسون إذا استخدمنا N في حساب قيمة E_S بدلا من $N - 1$. أى نستخدم الصورة :

$$E_S = \sqrt{\frac{\sum (S - \bar{S})^2}{N}}$$

ولكى نوضح للباحث كيف أن الصورتين متكافئتان نعرض المثال الآتى :

نفترض أننا أردنا إيجاد الارتباط بين الدرجة الكلية في اختبار اختيار من متعدد (S) ودرجة إحدى مفردات الاختبار (s) المجموعة تتكون من ثمانية طلاب ، وهذه الدرجات مبينة بالجدول الآتى (رقم ٦٩) .

المتغير المتصل س	س ^٢	المتغير الثنائي ص	ص ^٢	س ص
١	١	١	١	١
١	١	١	١	١
٢	٤	صفر	صفر	صفر
٦	٣٦	١	١	٦
٦	٣٦	١	١	٦
٧	٤٩	صفر	صفر	صفر
٨	٦٤	صفر	صفر	صفر
٩	٨١	صفر	صفر	صفر
المجموع ٤٠	٢٧٢	٤	٤	١٤

جدول رقم (٦٩)

الارتباط بين بين متغيرين أحدهما من النوع الثنائي
والآخر من النوع المتصل

فإذا حسبنا معامل ارتباط بيرسون باستخدام الدرجات الخام مباشرة نجد أن:

$$r = \frac{\sum s_v - \frac{(\sum s)^2}{n}}{\sqrt{(\sum s^2 - \frac{(\sum s)^2}{n})(\sum v^2 - \frac{(\sum v)^2}{n})}}$$

$$= \frac{48}{\sqrt{(1600 - 272 \times 8)(16 - 4 \times 8)}} = 0,50$$

والآن توجد معامل الارتباط الثنائي المنسلسل الحقيقي لنفس مجموعة البيانات
باستخدام الصورة رقم (١) السابقة .

ولتطبيق هذه الصورة يمكن أن يتبع الباحث الخطوات الآتية :

الخطوة الأولى : يوجد $\bar{س}$ أى متوسط الدرجات الكلية فى الاختبار للمجموعة التى حصلت على الواحد الصحيح فى المفردة كالآتى :

$$\bar{س}_1 = \frac{14}{4} = \frac{1 + 1 + 6 + 6}{4} = 3,5$$

والخطوة الثانية : يوجد $\bar{س}$ أى متوسط الدرجات الكلية فى الاختبار للمجموعة التى حصلت على الصفر فى المفردة كالآتى :

$$\bar{س}_2 = \frac{26}{4} = \frac{2 + 7 + 8 + 9}{4} = 6,5$$

والخطوة الثالثة : يوجد $\bar{ع}$ أى الانحراف المياري للدرجات الكلية فى الاختبار باستخدام الصورة :

$$\bar{ع} = \sqrt{\frac{\sum (س - \bar{س})^2}{ن}}$$

وهذا يتطلب تكوين جدول كالآتى :

س	س - $\bar{س}$	(س - $\bar{س}$) ^٢
١	- ٤	١٦
١	- ٤	١٦
٢	- ٣	٩
٦	+ ١	١
٦	+ ١	١
٧	+ ٢	٤
٨	+ ٣	٩
٩	+ ٤	١٦
المجموع ٤٠	صفر	٧٢
$\bar{س} = ٥,٥$		

$$\text{أى أن عس} = \sqrt{\frac{٧٢}{٨}} = ٣$$

والخطوة الرابعة : يوجد ص_١ وهى نسبة الطلاب الذين حصلوا على الواحد الصحيح فى المفردة .

$$\text{ص}_١ = \frac{٤}{٨} = ٠,٥٠$$

والخطوة الخامسة : يوجد ص_٢ وهى نسبة الطلاب الذين حصلوا على الصفر فى المفردة .

$$\text{ص}_٢ = \frac{٤}{٨} = ٠,٥٠$$

والخطوة السادسة : يطبق الصورة السابقة رقم (١) لإيجاد معامل الارتباط الثنائى المتسلسل الحقيقى كآلى :

$$\text{رتح} = \frac{٦,٥ - ٣,٥}{٣} \sqrt{\frac{٠,٥٠}{٠,٥٠}}$$

$$= ١ \times ٠,٥٠ = ٠,٥٠$$

ويلاحظ أنها تساوى قيمة معامل ارتباط بيرسون كما ذكرنا .

صورة ثانية لحساب رتح :

يمكن أن يستخدم الباحث صورة أخرى لحساب رتح بدلا من الصورة رقم (١) السابقة إذا أراد تبسيط العمليات الحسابية بدرجة أكبر ، وهذه الصورة هى :

$$\text{رتح} = \frac{\text{س} - \text{عس}}{\text{ص}_١} \sqrt{\frac{\text{ص}_١}{\text{ص}_٢}} \dots (٢)$$

- حيث $\overline{س}$ ترمز إلى متوسط درجات المتغير المتصل (س) .
- وبقية الرموز كما هي معرفة في الصورة رقم (١) .

صورة ثالثة لحساب رشح :

يمكن استخدام الصورة الآتية لحساب رشح بدلا من الصورتين (١ ، ٢) السابقتين .

وتتميز هذه الصورة بأنه يمكن التعويض فيها مباشرة بالقيم المدونة في الجدول رقم (٦٩) ، ويمكن اشتقاق هذه الصورة بطريقة مباشرة من الصورة المستخدمة لإيجاد معامل ارتباط بيرسون من الدرجات الخام . وهذه الصورة هي :

$$\text{رشح} = \frac{\overline{س_1} - \overline{س_2}}{\sqrt{\frac{ن}{ن_1} \cdot \frac{ن}{ن_2}} \sqrt{\frac{س_1^2}{ن} - \frac{س_2^2}{ن}}} \quad (٣)$$

حيث ن ترمز إلى عدد أزواج القيم أو الملاحظات .
 ، ن_١ ترمز إلى عدد قيم المتغير الثنائي التي تساوى الواحد الصحيح .
 ، ن_٢ ترمز إلى عدد قيم المتغير الثنائي التي تساوى الصفر .
 ، ن = ن_١ + ن_٢ .
 ، $\overline{س_1}$ ، $\overline{س_2}$ سبق تعريفهما في الصورة رقم (١) السابقة .
 فإذا عوضنا في هذه الصورة بالقيم المبينة بالجدول رقم (٦٩) نجد أن :

$$\begin{aligned} \text{رشح} &= \frac{٦,٥ - ٣,٥}{\sqrt{\frac{١٦٠٠}{٨} - ٢٧٢} \sqrt{\frac{٨}{(٤)(٤)}}} \\ &= \frac{٣}{\sqrt{\frac{٣}{٦}}} = \frac{٣}{\sqrt{٣٦}} = \frac{٣}{٧٢} \sqrt{\frac{٣}{\frac{١}{٢}}} = \\ &= ٠,٥٠ \end{aligned}$$

ونلاحظ أنها نفس القيمة التي حصلنا عليها باستخدام الصورة رقم (١) .

ويمكن إيجاد معامل الارتباط الثنائى المتسلسل الحقيقى إذا كان المتغير الثنائى من النوع الاسمى مثل متغير الجنس، وعندئذ يمكن أن نعين مثلاً الرقم ١ للذكور، والرقم صفر للإناث .

تفسير معامل الارتباط الثنائى المتسلسل الحقيقى :

يجب أن يلاحظ الباحث أن قيمة المعامل r_{xy} تعتمد على قيمة كل من

النسبتين $\frac{V_x}{V_y}$ ، $\frac{V_y}{V_x}$ ، فأكبر وأصغر قيمة للمقدار r_{xy} عندما تكون

$\frac{V_x}{V_y} = 1$ ، $\frac{V_y}{V_x} = 1$. تختلف عن أكبر وأصغر قيمة له إذا كانت $\frac{V_x}{V_y} = 2$ ، $\frac{V_y}{V_x} = 0.5$ ،

$\frac{V_x}{V_y} = 0.8$ ، مثلاً . فإذا تساوى توزيع الأفراد على قسمى المتغير الثنائى (أى إذا كانت $\frac{V_x}{V_y} = 1$) ولم يكن هناك تداخل بين المجموعتين ، فإن r_{xy}

يمكن أن تنحصر بين ± 0.798 . أما فى الحالات المتطرفة التى تشتمل فيها

إحدى المجموعتين على ٩٠٪ من الأفراد مثلاً فإن قيمة r_{xy} يمكن أن تنحصر

بين ± 0.58 . حتى إذا لم يكن هناك تداخل بين المجموعتين .

وبالرغم من أنه يمكن التنبؤ بدرجة تامة بقيم متغير ثنائى بمعلومية قيم متغير

متصل إذا لم يكن هناك تداخل بين توزيعى كل من المتغيرين ، إلا أنه لا يمكن

التنبؤ بدرجة تامة بقيم متغير متصل بمعلومية قيم متغير ثنائى . إذ لابد من حدوث

بعض الأخطاء عند التنبؤ بقيم متغير مداه متسع بمعلومية متغير له قيمتين فقط .

ولذا فإن معامل الارتباط الثنائى المتسلسل الحقيقى يمكن تفسير قيمته على أنها

مقياس لدرجة العلاقة بين المتغيرين .

ولكن لا يجب أن يعمد ذلك إلى التفسيرات الأخرى الممكنة لمعامل ارتباط

بيرسون مثل التنبؤ ، على الرغم من أن المعامل r_{xy} يعتبر حالة خاصة من معامل

ارتباط بيرسون .

طريقة حساب دت ح إذا كانت البيانات بمجموعة في جدول توزيع تكرارى :

إذا كان لدى الباحث مجموعة كبيرة من الدرجات وأراد إيجاد معامل الارتباط الثنائى المتسلسل الحقيقى فإنه ربما يكون من الأفضل تبويب هذه الدرجات في جدول توزيع تكرارى. ويوجد المتوسط الحسابى والانحراف المعيارى لدرجات المتغير المتصل باستخدام طريقة الانحرافات التى عرضناها في الفصلين الثالث والرابع ، ثم يطبق إحدى الصور الثلاث السابقة لإيجاد دت ح .

ولتوضيح ذلك نفترض أن الباحث أراد أن يصمم اختباراً تحصيلياً بحيث يكون لكل مفردة في الاختبار القدرة على تمييز الطلاب الأقوياء والطلاب الضعاف في التحصيل . فهذا يتطلب منه إيجاد معامل التمييز لكل مفردة عن طريق حساب معامل الارتباط بين درجات الطلاب في إحدى مفردات الاختبار (عادة تكون الإجابة على المفردة إما صحيحة أو خطأ ، أى يعتبر توزيع درجات كل مفردة من النوع الثنائى) ، ودرجاتهم في الاختبار ككل (وتوزيع هذه الدرجات من النوع المتصل) ، والجدول الآتى رقم (٧٠) يوضح نتائج تحليل إحدى مفردات مثل هذا الاختبار :

(١) فئات درجات الاختبار	(٢) عدد الإجابات الصحيحة على المفردة (ت١)	(٣) عدد الإجابات الخطأ على المفردة (ت)	(٤) تكرارات فئات درجات الاختبار (ت)	(٥) الانحراف من المتوسط من	(٦) ت	(٧) ت	(٨) ت
٧٤ - ٧٠	٢	صفر	٢	٥+	١٥	٧٥	١٥
٦٩ - ٦٥	٦	١	٧	٤+	٢٨	١١٢	٢٤
٦٤ - ٦٠	٦	٢	٨	٣+	٢٤	٧٢	١٨
٥٩ - ٥٥	٥	٤	٩	٢+	١٨	٢٦	١٠
٥٤ - ٥٠	٦	٢	٨	١+	٨	٨	٦
٤٩ - ٤٥	٧	٦	١٢	صفر	صفر	صفر	صفر
٤٤ - ٤٠	٦	٨	١٤	١ -	١٤ -	١٤	٦ -
٣٩ - ٣٥	٢	٦	٩	٢ -	١٨ -	٣٦	٦ -
٣٤ - ٣٠	٣	٩	١٢	٢ -	٣٦ -	١٠٨	٩ -
٢٩ - ٢٥	١	٤	٥	٤ -	٢٠ -	٨٠	٤ -
٢٤ - ٢٠	صفر	١٢	١٢	٥ -	٦٠ -	٢٠٠	صفر
المجموع	٤٦	٥٤	١٠٠		٥٥ -	٨٤١	٤٨

١ - ٤٥٣ -

جول رقم (٧٠)

خطوات حساب معامل الارتباط الثنائي المتسلسل الحقيقي بين درجات
احدى مفردات الاختبار ودرجات الاختبار ككل لمجموعة من الطلاب

وبالنظر إلى هذا الجدول نجد أن العمود الأول يتكون من فئات الدرجات السككية في الاختبار . والعمود الثانى يتكون من عدد الإجابات الصحيحة على المفردة . فمثلا إذا افترضنا أن الدرجة السككية التى حصل عليها أحد الطلاب في الاختبار هي ٧٢ ، وأن هذا الطالب أجاب على هذه المفردة إجابة صحيحة فإننا نضع علامة في هذا العمود أمام الفئة ٧٠ - ٧٤ ، وهكذا بالنسبة لبقية الطلاب . أما إذا حصل طالب على الدرجة السككية ٣٦ في الاختبار ، وأجاب إجابة خطأ على المفردة فإننا نضع علامة في العمود الثالث أما الفئة ٣٥ - ٣٩ وهكذا .

وفي الحقيقة فإن إجراء هذه العمليات هو بمثابة رسم شكل اتشارى كما هو الحال عند حساب معامل ارتباط بيرسون ، ولكننا نستخدم هنا متغيرين أحدهما من النوع المتصل (على المحور السينى) والآخر من النوع الثنائى (على المحور الصادى) .

أما العمود الرابع فهو يشتمل على تكرار كل فئة من فئات المتغير س ، وبمجموع هذا العمود يساوى المجموع السكى لعدد الطلاب .

وبعد ذلك نبدأ في حساب الانحراف المعياري ومتوسط الدرجات السككية في الاختبار . والأعمدة رقم ٥ ، ٦ ، ٧ توضح خطوات حساب كل منهما . ونظراً لأننا نحتاج إلى متوسط درجات الطلاب الذين أجابوا على المفردة إجابة صحيحة فإننا أضفنا العمود رقم ٨ وهو يتكون من حواصل ضرب القيم المتناظرة في العمودين الثانى والخامس .

ولإيجاد \bar{S} ح نطبق الصورة رقم (٢) السابقة . وقد اخترنا هذه الصورة لنوضح للباحث كيفية تطبيقها نظراً لأننا قد استخدمنا الصورتين رقمى ١ ، ٢ فيما سبق .

ولذلك يجب أولاً إيجاد قيمة كل من \bar{S} ، \bar{S}^2 بطريقة الانحرافات التى عرضناها في الفصل الثالث . ولكننا لن نعيد تفاصيلها هنا ، وعلى الباحث أن يرجع إلى هذا الفصل إذا تطلب الأمر ذلك .

$$\bar{s}_1 = ٤٧ + \frac{٤٨}{٤٦} (٥) = ٥٢,٢$$

$$٥٢,٢ =$$

$$\bar{s}_2 = ٤٧ + \frac{٥٥}{١٠٠} (٥) =$$

$$= ٤٤,٢$$

ويجب ثانياً إيجاد الانحراف المعياري للمتغير s بالطريقة التي عرضنا بها في الفصل الرابع.

$$ع = \sqrt{\frac{\sum \left(\frac{f \cdot s^2}{n} \right) - \frac{(\sum f \cdot s)^2}{n}}{n-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{\left(\frac{٥٥}{١٠٠} \right) - \frac{٨٤١}{١٠٠}}{١٠٠-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{٠,٣٠٢٥ - ٨,٤١}{١٠٠-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{٨,١٠٧٥}{١٠٠-1}}$$

$$= ٢,٨٤ = ١٤,٢$$

ثم نوجد s_1 ، s_2 كالآتي :

$$s_1 = \frac{٤٦}{١٠٠} = ٠,٤٦$$

$$s_2 = \frac{٥٤}{١٠٠} = ٠,٥٤$$

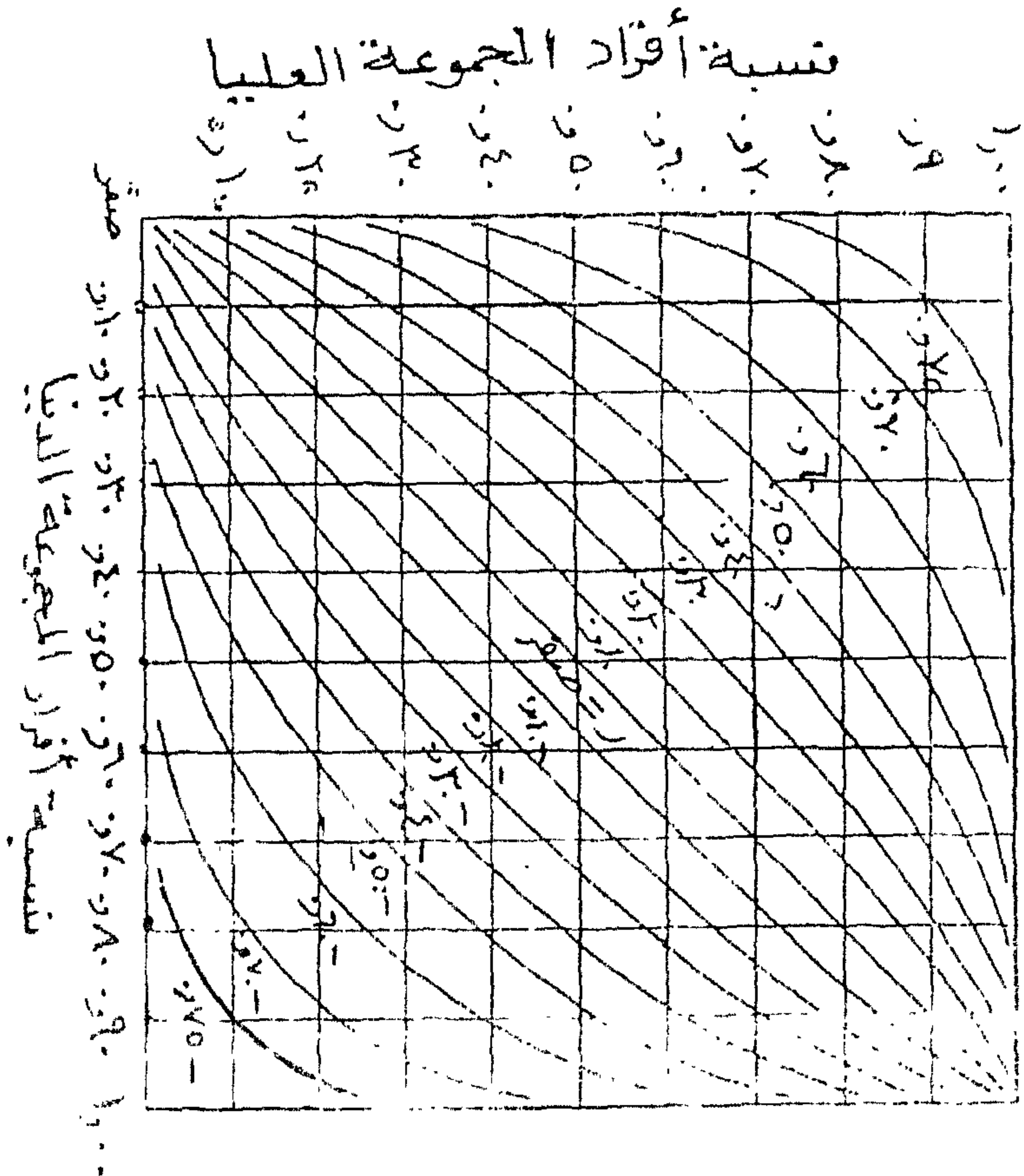
وبذلك تكون :

$$دش ح = \frac{٤٤,٢ - ٥٢,٢}{١٤,٢} \sqrt{\frac{٠,٤٦}{٠,٥٤}}$$

$$\sqrt[0,851851]{\frac{8}{14,2}} =$$

$$0,52 = 0,923 \times 0,563 =$$

وفي الحقيقة إذا كان الاختبار يتكون من عدد كبير من المفردات ، فإن هذه الطريقة تصبح غير عملية ، ولذلك من الأفضل أن يلجأ الباحث في هذه الحالة إلى إحدى الحاسبات الآلية ، أو يمكنه الحصول على قيمة تقديرية لمعامل الارتباط الثنائي المتسلسل الحقيقي باستخدام الشكل البياني الآتي الذي صممه دينجمان Dingman ، وهو مبين بالشكل الآتي (رقم ٥١) :



شكل رقم (٥١)

تقدير قيم المعامل ثنائي إذا انقسم المتغير الثنائي عند نقطة الوسيط
(شكل دينجمان)

ويمكن أن يستخدم الباحث هذا الشكل إذا انقسم المتغير الثنائي عند نقطة الوسيط .

وبالنظر إلى هذا الشكل نجد أن نسبة الطلاب الأقوياء في التحصيل الذين أجابوا إجابة صحيحة على مفردة معينة مبينة على المحور الرأسى ، ونسبة الطلاب الضعاف في التحصيل الذين أجابوا إجابة خطأ على المفردة مبينة على المحور الأفقى .

فإذا أراد الباحث إيجاد القيمة التقديرية لمعامل الارتباط الثنائى المتسلسل الحقيقى رتج عليه أن يحدد كلا من النسبتين أولاً ، ثم يرجع إلى الشكل ويوجد نقطة تقاطع العمودين المرسومين أحدهما من النقطة على المحور الأفقى التى تمثل نسبة الأفراد الضعاف في التحصيل ، والآخر من النقطة على المحور الرأسى التى تمثل نسبة الأفراد الأقوياء في التحصيل ، فتكون نقطة التقاطع هى رتج .

ولتوضيح ذلك نحاول الحصول على قيمة تقديرية للمعامل رتج من البيانات الموضحة بجدول رقم (٧٠) . وهنا لا بد أن نحسب قيمة الوسيط للمتغير س فنجد أنه يساوى ٤٤ تقريباً . وبالنظر إلى العمود رقم ٢ فى الجدول نجد أن هناك ٣٣ طالباً تفوق درجاتهم هذه القيمة ، ولذلك فإن نسبة هؤلاء الطلاب الأقوياء

$$\text{فى التحصيل} = \frac{33}{46} = 0,72$$

وكذلك بالنظر إلى العمود رقم ٣ فى الجدول نجد أن هناك ١٥ طالباً تقل درجاتهم عن قيمة الوسيط ، ولذلك فإن نسبة هؤلاء الطلاب الضعاف في التحصيل

$$= \frac{15}{54} = 0,28$$

وبالرجوع إلى شكل رقم (٥٢) نوجد نقطة تقاطع العمودين المرسومين من

النقطتين ٠,٧٢, ٠,٢٨ على المحورين الرأسى والافقى على الترتيب ، فنجد أن القيمة التقديرية للمعامل رشح تساوى ٠,٥٣ تقريباً ، وهى نفس القيمة التى حصلنا عليها فيما سبق .

(ثانياً) معامل الارتباط الرباعى الحقيقى (معامل فائى)

Fourfold or Phi Coefficient

يعتبر معامل الارتباط الرباعى الحقيقى الذى يعرف باسم معامل فائى ويرمز له بالحرف اليونانى ϕ امتداد لمعامل الارتباط الثنائى المتسلسل الحقيقى إلى الحالة التى يكون فيها كل من المتغيرين من النوع الثنائى الحقيقى .

وفى الحقيقة توجد مواقف بحثية قليلة فى العلوم السلوكية يكون فيها أحد المتغيرين أو كلاهما من النوع الثنائى الحقيقى . ولكن إذا تطلب الأمر من الباحث إيجاد درجة العلاقة بين متغيرين من هذا النوع ، مثل العلاقة بين الجنس والالتحاق إلى أحد حزبين ، أو العلاقة بين استجابة الفرد إما بنعم أو لا على إحدى عبارات استبيان واستجابته على مفردة صواب وخطأ مثلاً ، فإنه يمكن للباحث أن يستخدم فى مثل هذه المواقف معامل فائى ϕ .

ونظراً لأن معامل فائى هو عبارة عن معامل ارتباط حاصل ضرب العزوم لبيرسون شأنه شأن معامل الارتباط الثنائى المتسلسل الحقيقى ، فإنه يمكن حساب معامل فائى باستخدام صورة المبرجات الحام المستخدمة فى حساب معامل ارتباط بيرسون المذكورة فى الفصل السادس ، غير أننا نستخدم هنا القيمتين العدديتين صفر ، ١ لتمثيل كل من المتغيرين الثنائيين . ويمكن اتخاذ هاتين القيمتين أساساً لاشتقاق صورة أخرى لحساب معامل فائى من معامل ارتباط بيرسون حيث يمكن باستخدامها تبسيط العمليات الحسابية .

والموضيح طريقة اشتقاق هذه الصورة نفترض أننا حصلنا على استجابات
بمجموعة تتكون من ٢٠٠ طالب لكل من مفردتين من نوع الصواب والخطأ .
ونفترض أننا اعتبرنا الاستجابات على إحدى المفردتين هي المتغير س ،
والاستجابات على المفردة الأخرى هي المتغير ص ، وأن الاستجابة الصحيحة
تأخذ القيمة ١ ، والاستجابة الخطأ تأخذ القيمة صفر . وبذلك يكون لدينا متغيران
س ، ص كل منهما من النوع الثنائي .

وفي مثل هذه الحالة تكون أزواج القيم الممكنة (س ، ص) هي : (١ ، صفر) ،
(١ ، ١) ، (صفر ، صفر) ، (صفر ، ١) كما هو مبين بالجدول الآتي رقم
(٧١) :

صفر ص ١	
١	(١ ، صفر)
صفر	(صفر ، صفر)
صفر	(١ ، صفر)
١	(صفر ، ١)

جدول رقم (٧١)

أزواج القيم الممكنة (س،ص) . لمتغيرين كل منهما
من النوع الثنائي

ومن الجدول نلاحظ أنه بالنسبة للمفردة الأولى (المتغير س) : $\mu_s = N_1$.
أي أن عدد الطلاب الذين كانت استجاباتهم صحيحة على المفردة $= N_1$
، وأن :

$$\bar{s} = \frac{N_1}{N} = \mu_s$$

أي أن نسبة الطلاب الذين كانت استجاباتهم صحيحة على المفردة $= \mu_s$.

ونلاحظ أيضاً أن $\mu_s = N_1$.

وقد يبين في الفصل السابع أن :

$$x (s - \bar{s})^2 = x s^2 - \frac{x (s^2)}{n}$$

$$= \frac{x_2 n}{n} - x_1 n$$

ويمكن التوصل إلى نتائج مماثلة بالنسبة للاستجابات على المفردة الثانية (المتغير ص)، أي أن:

$$x_1 n = x_1 \bar{v}^2, \quad x_2 \bar{v}^2 = x_2 n, \quad \bar{v}^2 = x_2$$

حيث $x_1 n$ ترمز إلى عدد الطلاب الذين كانت استجاباتهم صحيحة على المفردة الثانية.

و $x_2 \bar{v}^2$ ترمز إلى نسبة الطلاب الذين كانت استجاباتهم صحيحة على هذه المفردة.

ويكون لدينا أيضاً:

$$x (v - \bar{v})^2 = x v^2 - \frac{x (v^2)}{n}$$

$$= \frac{x_2 n}{n} - x_1 n$$

ونحتاج الآن إلى إيجاد مجموع حواصل ضرب أزواج القيم (ص، ص).
 فإذا نظرنا مرة أخرى إلى الجدول رقم (٧١) نجد أن $v = 0$ صفر
 للأزواج المرتبة (١ صفر)، (٢ صفر، صفر)، (٣ صفر، ١).
 أي أن قيمة v تعتمد فقط على قيمة الزوج (١، ١).
 فإذا رمزنا لعدد الطلاب الذين كانت استجاباتهم صحيحة لكل من المفردتين
 أي الزوج (١، ١) بالرمز x_1 ، فإنه كما بينا في الفصل السابع:

$$\frac{(م س) (م ص)}{ن} - م س ص = (م - م) (م - م)$$

$$\frac{ن_1 ن_2}{ن} - م_1 م_2 =$$

ولكن معامل ارتباط بيرسون :

$$r = \frac{\frac{(م س) (م ص)}{ن} - م س ص}{\sqrt{\left[\left(\frac{م س}{ن}\right) - م س\right] \left[\left(\frac{م ص}{ن}\right) - م ص\right]}}$$

وبالتعويض بالمقادير الخاصة بالمتغير الثنائي في هذه الصورة نجد أن :

$$r = \frac{\frac{ن_1 ن_2}{ن} - م_1 م_2}{\sqrt{\left(\frac{ن_1}{ن} - م_1\right) \left(\frac{ن_2}{ن} - م_2\right)}}$$

وبقسمة كل من البسط والمقام على ن نحصل على :

$$r = \frac{ن_1 ن_2 - م_1 م_2}{\sqrt{ن_1 - م_1} \sqrt{ن_2 - م_2}}$$

حيث $م_1$ ترمز إلى نسبة الطلاب الذين كانت استجاباتهم صحيحة على كل من المفردتين .

$$فإذا فرضنا أن $ك_1 = م_1 - 1$ ، $ك_2 = م_2 - 1$$$

$$\text{فإن : } r = \frac{\frac{24}{12} - \frac{21}{12}}{\frac{24}{12} - \frac{21}{12}}$$

وهذا المعامل الذى حصلنا عليه هو معامل فاي ϕ . أى أن :

$$\phi = \frac{\frac{24}{12} - \frac{21}{12}}{\frac{24}{12} - \frac{21}{12}} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (٤)$$

ولتوضيح كيفية تطبيق هذه الصورة افترض أن القيم المبينة في الجدول رقم (٧٢) هى أعداد الطلاب في كل خلية من خلايا الجدول رقم (٧١) .

(ص)

استجابة المفردة الثانية

صفر ١

١٠٠	٦٠	٤٠	١
١٠٠	٢٠	٨٠	صفر
٢٠٠	٨٠	١٢٠	

استجابة المفردة الأولى
(٣)

جدول رقم (٧٢)

$$\text{ومن الجدول يتضح أن : } m = \frac{100}{200} = 0,50$$

$$0,40 = \frac{80}{200} = m$$

$$0,30 = \frac{60}{200} = m$$

وبالتعويض في الصورة رقم (٤) السابقة نجد أن :

$$\frac{(0,40)(0,50) - (0,30)}{(0,60)(0,40)\sqrt{(0,50)(0,50)\sqrt{}} = \phi$$

$$= 0,41$$

وبالطبع يستطيع الباحث ملاحظة ما أدت إليه هذه الصورة من تبسيط للعمليات الحسابية بدرجة كبيرة . ولحسن الحظ فإنه يمكن زيادة تبسيط صورة معامل فاي كالتالي :

نفترض أن الحروف أ ، ب ، ج ، د المبينة في الجدول رقم (٧٣) الآتي يمثل كل منها تكرار أحد أزواج القيم المبينة في الجدول رقم (٧١) :

			ص
			صفر
	١		
ب + ا	ب	ا	١
ج + د	د	ج	صفر
	ا + ج	ب + د	ن

جدول رقم (٧٣)

ونلاحظ من هذا الجدول أن :

$$\begin{aligned} \text{ب} + \text{ا} &= \text{ص} = \text{ب} \\ \text{ج} + \text{د} &= \text{ص} = \text{ب} \\ \text{ب} &= \text{ص} \\ \text{ا} + \text{ب} + \text{ج} + \text{د} &= \text{ن} \end{aligned}$$

فإذا عوضنا عن هذه المقادير في الصورة رقم (٤) نجد أن :

$$\frac{\frac{(د + ب)(ب + ١)}{ن} - ب}{\sqrt{\frac{٢(د + ب)}{ن} - (د + ب)}} \sqrt{\frac{٢(ب + ١)}{ن} - (ب + ١)} = \phi$$

$$\frac{ب - ج - د}{\sqrt{\frac{(د + ج)(ب + ١)(د + ب)(ج + ١)}{ن}}} = \phi : \text{أى أن :}$$

(٥)

ويمكن تطبيق هذه العبارة على المثال السابق كالتالى :

$$\frac{\frac{(٢٠)(٤٠) - (٨٠)(٦٠)}{(١٠٠)(١٠٠)}}{\sqrt{\frac{(٨٠)(١٢٠)}{(١٠٠)(١٠٠)}}} = \phi$$

= ٠,٤١

وهى نفس القيمة التى حصلنا عليها باستخدام الصورة رقم (٤) .

تفسير معامل فاي :

رأينا فيما سبق أن معامل فاي هو عبارة عن ارتباط حاصل ضرب العزوم لبيرسون فى حالة المتغيرات الثنائية . كما ذكرنا فى الفصل السابع أن قيم معامل ارتباط بيرسون تنحصر بين - ١ ، + ١ أو تساوى أيا منهما إذا كان توزيع كل من المتغيرين س ، ص متماثلا وله نفس الشكل . ولكن التوزيع التكرارى للمتغيرات الثنائية يكون متماثلا إذا كانت $p = K$ ، $q = ٥٠$ ، فقط ، أى عندما تكون نسبة الأفراد الذين حصلوا على الواحد الصحيح تساوى نسبة الأفراد الذين

حصلوا على الصفر . ويمكن أن تصل قيمة معامل فائ إلى - ١ أو + ١ إذا كانت $١ = ٢ = ٣ = ٥٠$. لسكل من المتغيرين . وهذا يحدث إذا وقعت التكرارات جميعها إما في الخليتين ١ ، و أو في الخليتين ب ، ح من خلايا الجدول رقم (٧٣) .

ويمكن أن تصل قيمة معامل فائ إلى + ١ ولكن لا تصل قيمته إلى - ١ إذا كانت $١ = ٢ = ٣$ بشرط أن كلا منهما لا تساوى ٥٠ . أما إذا كانت $١ = ٣ = ٥٠$ فإن قيمة معامل فائ تصل إلى - ١ ولكن قيمته لا تصل إلى + ١ .

وإذا كانت قيمة معامل فائ أقل من الواحد الصحيح ، فإن أقصى قيمة يصل إليها تعتمد على مقدار اختلاف التكرارات الهامشية أى ١ + ب ، ١ + ح ، ب + و ، ح + و في الجدول رقم (٧٣) . فكلما زاد مقدار هذا الاختلاف قلت هذه القيمة القصوى ، وهذا يحدث أيضاً في حالة معامل الارتباط الثنائي المتسلسل الحقيقي . إذ تعتمد أقصى قيمة يصل إليها هذا المعامل على قيم كل من ص (أى نسبة الأفراد الذين حصلوا على الواحد الصحيح في المتغير الثنائي) ، ص (أى نسبة الأفراد الذين حصلوا على الصفر في نفس المتغير) .

من هذا يتضح أن قيم معامل فائ لا تصل إلى أى من القيمتين - ١ أو + ١ إلا تحت شروط معينة . وتتأثر قيمه بالطريقة التى يتم بها تقسيم كل من المتغيرين الثنائيين | بصرح جيلغور > ذلك ببعض الحالات الخاصة المبينة بالجدول الآتية رقم (٧٤) حيث تكون $١ = ٥٠$. فى جميع الحالات بينما تتغير قيم $٢ = ٣$.

(أ)			(ب)			(ج)		
صفر ١			صفر ١			صفر ١		
١	صفر	٥٠	٥٠	صفر	٥٠	٥٠	صفر	٥٠
صفر	٥٠	صفر	٥٠	صفر	٥٠	٥٠	٢٥	٢٥
٥٠	٥٠	١٠٠	٥٠	٥٠	١٠٠	٢٥	٧٥	١٠٠
س			س			س		
$\phi = 1,0+$			$\phi = 1,0-$			$\phi = 0,58$		

(د)			(هـ)		
صفر ١			صفر ١		
١	صفر	٥٠	٥٠	٤٥	٥٠
صفر	١٠	٤٠	٥٠	٢٠	٣٠
١٠	٩٠	١٠٠	٢٥	٧٥	١٠٠
س			س		
$\phi = 0,33$			$\phi = 0,35$		

جدول رقم (٧٤)

بعض جداول الاقتران الرباعي توضح مدى اعتماد قيم معامل فاي على التكرارات الهامشية

فعندما تنقسم التكرارات انقساماً متعادلاً في كل من قسمي المتغير ص لا يكون معامل الارتباط تاماً إلا إذا انقسمت أيضاً التكرارات انقساماً متعادلاً في كل من قسمي المتغير س كما هو موضح بالجدولين (أ ، ب) . أما إذا انقسمت التكرارات في قسمي المتغير س بنسبة ٧٥ : ٢٥ ، فإن أقصى قيمة يصل إليها معامل فاي هي ٠,٥٨ . كما هو موضح بالجدول (ج) . وإذا انقسمت التكرارات في قسمي المتغير س بنسبة ٩٠ : ١٠ ، فإن أقصى قيمة يصل إليها معامل فاي هي ٠,٣٣ . كما هو موضح بالجدول (د) . أما إذا نظرنا إلى الجدول (هـ) فإننا نجد

التكرارات قد انقسمت في قسمي المتغيرين بنسبة ٢٥:٧٥ ، ولكن معامل فاي لم تصل قيمته إلى القيمة القصوى ٠,٥٨ . بل أصبحت ٠,٣٥ ، ويمكن تفسير هذه القيمة في ضوء أقصى قيمة تصل إليها ϕ بالنسبة للتكرارات الهامشية التي أدت إليها إذا كان الباحث يود معرفة قوة العلاقة بين المتغيرين س ، ص .

أما إذا كان يود التنبؤ بقسم معين بمعلومية قسم آخر أو أقسام أخرى فإنه يجب أن يعتمد على قيمة ϕ التي حصل عليها فعلا لأن هذه القيمة تكون أكثر واقعية في هذه الحالة .

ويعتمد تفسير معامل فاي على ميزان قياس كل من المتغيرين ، فعند حساب معامل فاي ليس من الضروري أن تكون مجموعة الملاحظات الخاصة بكل من المتغيرين مرتبة . فمعامل فاي يصلح إذا كان كل من المتغيرين من المستوى الاسمي أو المستوى الرتبي .

وقد ذكرنا أن معامل فاي يمكن اعتباره معامل ارتباط بين متغيرين عندما تكون قيمة أحدهما بالواحد الصحيح وقيمة الآخر صفر . فإذا كان هناك ترتيب معين لقسمي كل متغير منهما بمعنى أن الواحد الصحيح يقترن بقسم أعلى من القسم الذي يقترن به الصفر في المتغير أو الخاصية أ ، وكذلك في المتغير أو الخاصية ب ، فإن إشارة معامل فاي عندئذ يصبح لها دلالة . إذ يمكن في مثل هذه الحالة تفسير الإشارة الموجبة على أنها تعني أن القسم الأعلى في المتغير أو الخاصية أ يقترن بالقسم الأعلى في المتغير أو الخاصية ب . أما الإشارة السالبة فتعني أن القسم الأعلى في أحد المتغيرين يقترن بالقسم الأدنى في المتغير الآخر .

أي أن تفسير معامل فاي يشبه إلى حد كبير تفسير معامل ارتباط بيرسون . ولهذا السبب يطلق على معامل فاي اسم معامل الارتباط الرباعي الحقيقي .

Fourfold Point Correlation

أما إذا كان كل من المتغيرين من المستوى الاسمي فإن اتجاه العلاقة (أي العلاقة الموجبة أو السالبة) يصبح لاهمى له .

تحديد أقصى قيمة يصل إليها معامل فاي :

نظراً لأهمية معامل فاي في البحوث النفسية والتربوية وبخاصة في مجال بناء الاختبارات ، فإننا يجب أن نوضح بشيء من التفصيل حدود قيم معامل ϕ التي عرضنا لها منذ قليل . إذ يمكن بوجه عام إيجاد أقصى قيمة لمعامل فاي لأي توفيق من توافق نسب التكرارات الهامشية باستخدام الصورة الآتية :

$$\text{أقصى قيمة لمعامل فاي} = \sqrt{\left(\frac{m}{k}\right) \left(\frac{k}{m}\right)} \dots (٦)$$

حيث $m \leq k$

وترمز m إلى أكبر نسبة تكرار هامشي في جدول الاقتران الرباعي .

، m إلى أكبر نسبة تكرار هامشي للمتغير الآخر التي تناظر m .

فإذا كان لدينا مفردتي اختبار من نوع الصواب والخطأ مثلاً ، فإن m هي نسبة طلاب المجموعة الكلية الذين أجابوا إجابة صحيحة على المفردة الأولى ، m هي نسبة الطلاب الذين أجابوا إجابة صحيحة على المفردة الثانية . أو ربما نعتبر m هي نسبة طلاب المجموعة الكلية الذين أجابوا إجابة خطأ على المفردة الأولى ، m هي نسبة طلاب المجموعة الكلية الذين أجابوا إجابة خطأ على المفردة الثانية .

فإذا كانت $m = m$ فإن أقصى قيمة لمعامل فاي تساوي الواحد الصحيح ، وهذا يعني أنه إذا كانت نسبة التكرارات الهامشية متساوية فإن قيمة معامل فاي يمكن أن تصل إلى الواحد الصحيح .

وإذا طبقنا الصورة رقم (٦) على القيم المبينة بجدول رقم (٧٤ ج ، هـ) نجد أن :

$$\frac{1}{3} \sqrt{\frac{(0,25)(0,00)}{(0,75)(0,00)}} = \text{أقصى قيمة لمعامل فاي} = 0,58$$

وتبسيطاً للعمليات الحسابية التي يتطلبها استخدام الصورة رقم (٦) يمكن أن يرجع الباحث إلى جدول (د) المبين بالملحق في آخر الكتاب للحصول على قيم

$$\sqrt{\frac{r_{12}}{r_{11}r_{22}}}, \sqrt{\frac{r_{13}}{r_{11}r_{33}}}, \sqrt{\frac{r_{23}}{r_{22}r_{33}}}, \sqrt{\frac{r_{14}}{r_{11}r_{44}}}, \sqrt{\frac{r_{24}}{r_{22}r_{44}}}, \sqrt{\frac{r_{34}}{r_{33}r_{44}}}$$

و حاصل ضربهما يعطى أقصى قيمة لمعامل فاي .

مقاييس النوع الثاني :

(أولاً) معامل الارتباط الثنائي المتسلسل Biserial Correlation :

ذكرنا أنه توجد بعض المواقف البحثية في العلوم السلوكية يفترض فيها أن السمات التي يقيسها كل من المتغيرين يكون توزيعها من النوع المتصل الذي يأخذ شكل المنحنى الاعتمادي . غير أن درجات أحد المتغيرين يكون قد تم قياسها وتدوينها على شكل توزيع ثنائي إما بفرض التبسيط أو لعدم وجود مقاييس أكثر دقة لقياس السمة .

ففي مثل هذه الحالة يمكن إيجاد درجة العلاقة بين متغيرين باستخدام معامل الارتباط الثنائي المتسلسل . ولكن يجب أن يراعى الباحث أن تكون نقطة تقسيم المتغير الثنائي بالقرب من وسيط توزيع هذا المتغير والصورة التي

يمكن استخدامها لإيجاد معامل الارتباط الثنائي المتسلسل والذي سنرمز له بالرمز R_{TH} هي :

$$R_{TH} = \frac{\bar{S}_1 - \bar{S}_2}{\bar{C}_S} \left(\frac{V_1}{L} \right) \dots \dots (7)$$

حيث \bar{S}_1 ترمز إلى متوسط توزيع قيم المتغير المتصل S للمجموعة التي حصلت على الواحد الصحيح في المتغير الثنائي (المجموعة العليا) .

\bar{S}_2 ، ترمز إلى متوسط توزيع قيم المتغير المتصل S للمجموعة التي حصلت على الصفر في المتغير الثنائي (المجموعة الدنيا) .

\bar{C}_S ، ترمز إلى الانحراف المعياري للمتغير المتصل S .

V_1 ، ترمز إلى نسبة الأفراد في المجموعة الكلية الذين حصلوا على الواحد الصحيح في المتغير الثنائي (أى نسبة أفراد المجموعة العليا) .

V_2 ، ترمز إلى نسبة الأفراد في المجموعة الكلية الذين حصلوا على الصفر في المتغير الثنائي (أى نسبة أفراد المجموعة الدنيا) .

L ، ترمز إلى الإحداثى الرأسى للمنحنى الاعتدالى المعيارى (ارتفاع المنحنى) الذى يقسمه إلى جزأين يشتمل أحدهما على نسبة V_1 من الأفراد ، ويشتمل الآخر على نسبة V_2 منهم .

فإذا كانت $S_1 = S_2$ ، فإن معامل الارتباط الثنائي المتسلسل $R_{TH} = 0$ صفر .

ويكون معامل الارتباط موجبا إذا كانت S_1 أكبر من S_2 ، ويكون سالبا إذا كانت S_1 أقل من S_2 .

وتيسيراً للباحث عند إجراء العمليات الحسابية يمكنه إيجاد قيمة النسبة
ص_١ / ص_ل مباشرة باستخدام الجدول (٥) المبين بالملحق في آخر الكتاب .

ولتوضيح كيفية تطبيق هذه الصورة نفترض أن عدد الطلاب الذين التحقوا
بالدراسات العليا في إحدى الكليات . . طالب ، حصل . ٤ طالبا منهم على درجة
الماجستير بينما لم يحصل بقية الطلاب على هذه الدرجة . ونفترض أيضا أن
متوسط نسبة ذكاء مجموعة الطلاب الذين حصلوا على درجة الماجستير ١٢٠ بينما
كان متوسط نسبة ذكاء الطلاب الذين لم يحصلوا على الدرجة هو ١١٠ ، والانحراف
المعياري لنسب الذكاء يساوي ١٥ . والمطلوب إيجاد معامل الارتباط الثنائي
المتسلسل بين متغير الحصول على الدرجة العلمية (المتغير الثنائي) ، ومتغير الذكاء
(المتغير المتصل) .

ففي هذا المثال يمكن اعتبار أن الحصول على الدرجة العلمية هو متغير ثنائي
يفسر القدرة الأكاديمية ، وهي بالطبع متغير متصل (وربما تتوزع توزيعاً
اعتدالياً) ، وبذلك يمكن إيجاد ر_١ .

فالخطوة الأولى :

$$\text{نوجد ص}_١ = \frac{٦٠}{١٠٠} = ٠,٦ ، \text{ ص}_٤ = \frac{٤٠}{١٠٠} = ٠,٤$$

والخطوة الثانية : نرجع إلى جدول (٥) المبين بملحق الكتاب لنحصل على

قيمة ص_١ / ص_ل المناظرة لقيمة ص_١ = ٠,٦ ، ص_٤ = ٠,٤ فنجد أنها تساوي

٠,٦٢١

والخطوة الثالثة : نطبق الصورة رقم (٧) لإيجاد R_1 كالآتي :

$$R_1 = \frac{\bar{S}_1 - \bar{S}_2}{\bar{C}_S} \left(\frac{C_1}{L} \right)$$

$$= \frac{110 - 120}{10} (0,621)$$

$$= 0,41$$

ويمكن أيضا أن يستخدم الباحث الصورة الآتية لحساب قيمة R_1 بدلا من الصورة السابقة ، إذ أنها تبسط العمليات الحسابية إذا لم يعتمد الباحث على الجدول (٥) المبين بملحق الكتاب وبخاصة إذا كان المطلوب حساب قيمة R_1 من جدول توزيع تكرارى . وهذه الصورة هي :

$$R_1 = \frac{\bar{S}_1 - \bar{S}_2}{\bar{C}_S} \times \frac{C_1}{L} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (٨)$$

حيث \bar{S} ترمز إلى متوسط درجات المتغير المتصل ، وبقية الرموز معرفة في الصورة السابقة رقم (٧) .

طريقة حساب R_1 إذا كانت البيانات مجمعة في جدول توزيع تكرارى :

إذا حصل الباحث على مجموعة من البيانات الخاصة بأحد الاختبارات وأراد إيجاد معامل الارتباط الثنائى المتسلسل بين درجات كل مفردة على حدة والدرجة الكلية فى الاختبار فإنه يفضل تجميع هذه البيانات فى جدول توزيع تكرارى جدول رقم (٧٥) - كالآتي :

(٧)	(٦)	(٥)	(٤)	(٣)	(٢)	(١)
تس٢	تس٢	تكرارات الدرجات الكلية في الاختبار (ت)	تس١	تكرار درجات المجموعة العليا (ت١)	الانحراف عن المتوسط (س٢)	فئات الدرجات
٥٠	١٠—	٢	صفر	صفر	٥—	٤٩ — ٤٠
١١٢	٢٨—	٧	٤—	١	٤—	٥٩ — ٥٠
٦٣	٢١—	٧	٩—	٢	٣—	٦٩ — ٦٠
٨٤	٤٢—	٢١	٢٠—	١٠	٢—	٧٩ — ٧٠
٤٨	٤٨—	٤٨	٢٧—	٢٧	١—	٨٩ — ٨٠
صفر	صفر	٤٦	صفر	٢٠	صفر	٩٩ — ٩٠
٢٢	٢٢+	٢٢	٢٦+	٢٦	١+	١٠٩ — ١٠٠
٩٦	٤٨+	٢٤	٤٢+	٢١	٢+	١١٩ — ١١٠
٦٣	٢١+	٧	٢١+	٧	٢+	١٢٩ — ١٢٠
٨٠	١٠+	٥	٢٠+	٥	٤+	١٣٩ — ١٣٠
٦٢٩	٢٧—	٢٠٠	٤٩	١٢٠		المجموع

جدول رقم (٧٥)
مخرجات حساب رتب للبيانات المجمعة

فإذا نظرنا إلى هذا الجدول نلاحظ أننا حسبنا انحرافات كل من توزيع درجات المجموعة العليا والدرجات السككية في الاختبار أى \bar{S} عن متوسط فرضى يقع في الفئة ٩٠ — ٩٩ . ونقصد بالمجموعة العليا الطلاب الذين حصلوا على الواحد الصحيح في المتغير الثنائى ، أى أجابوا إجابة صحيحة على المفردة .

فإذا حسبنا كلا من المتوسطين \bar{S} ، \bar{S}_1 ، والانحراف المعياري \bar{S}_2 للدرجات السككية في الاختبار بنفس الطريقة التى اتبعناها عند حساب قيمة R ح للبيانات المجمعة نجد أن :

$$\bar{S}_1 = 98,28 \quad , \quad \bar{S} = 93,10$$

$$\bar{S}_2 = 17,68 \quad , \quad \bar{S}_1 = \frac{13}{200} = 0,065$$

وبالرجوع إلى جدول (ب) المبين بملحق الجداول في نهاية الكتاب نوجد ارتفاع المنحنى الاعتدالى الذى يقسمه إلى جزأين يشتمل أحدهما على ٠,٦٥ من الحالات ، ويشتمل الآخر على ٠,٣٥ من الحالات ، فنجد أن : $L = 0,3704$

و بتطبيق الصورة رقم (٨) للحصول على قيمة R نجد أن :

$$R = \frac{\bar{S}_1 - \bar{S}}{\bar{S}_2} \times \frac{\bar{S}_1}{L}$$

$$= \frac{98,28 - 93,10}{17,68} \times \frac{93,10}{0,3704} =$$

$$= 0,495 \text{ تقريباً .}$$

وبالطبع يمكن أن يستخدم الباحث الصورة رقم (٧) التي تتطلب حساب \bar{r} بدلا من r والرجوع إلى الجدول (هـ) المبين بالملحق للحصول على قيمة $\frac{r - \bar{r}}{s}$ ثم "ويض بالقيم التي يحصل عليها في هذه الصورة .

متى يستخدم الباحث معامل الارتباط الثنائي المتسلسل :

نظراً لأن معامل الارتباط الثنائي المتسلسل (رث) يستخدم لتقدير قيمة معامل ارتباط حاصل ضرب العزوم لبيرسون ، لذلك يجب أن تحقق البيانات نفس الفروض التي يتطلبها استخدام معامل ارتباط بيرسون . أى أنه يجب أن تكون العلاقة بين المتغيرين خطية . بالإضافة إلى وجوب تحقق فرض خاص بالمعامل رث ، وهو أن توزيع قيم المتغير الثنائي يكون اعتدالياً لو أن هذا المتغير قد أمكن قياسه كمتغير متصل .

ولكن يجب أن يراعى الباحث أن هذا الفرض ينطبق على شكل توزيع المجتمع الأصل الذي تستمد منه عينة البحث وليس على شكل توزيع العينة ذاتها . إذ ذبما يختلف شكل توزيع العينة قليلاً عن الاعتدالية بينما يكون شكل توزيع المجتمع الأصل اعتدالياً .

وانتويض بقيم r ، s ، L في أى من الصورتين ٧ ، ٨ المستخدمتين في حساب قيمة معامل الارتباط الثنائي المتسلسل يعنى ضمناً أن المتغير الثنائي يتخذ شكل التوزيع الاعتدالي . ولذلك إذا اختلف شكل توزيع هذا المتغير عن شكل التوزيع الاعتدالي اختلافاً ملحوظاً ، فإن قيمة معامل الارتباط الثنائي المتسلسل لا تكون تقديراً صحيحاً لمعامل ارتباط بيرسون .

وفي الحقيقة إذا اتخذ هذا المتغير شكل التوزيع الثنائي المنوال مثلاً فإنه ربما تزيد قيمة رث المحسوبة باستخدام إحدى الصورتين ٧ أو ٨ عن الواحد الصحيح . فالتوزيعات الثنائية المنوال وغيرها من التوزيعات غير الاعتدالية تحدث نتيجة

لعدم تجانس العينات ، ومثال ذلك العينة التى تشتمل على كل من المذكور والإناث .

كما يجب على الباحث أن ينظر بعين الاعتبار إلى توزيع المتغير المتصل . فإذا كان هذا التوزيع ملتويا التواء شديدا فإن ذلك يدل أحيانا على انحناء العلاقة بين المتغيرين . ولسكن ليس من الضروري أن يكون التوزيع اعتداليا ، بل يجب أن يكون أحادى المنوال ومتماثل إلى حد ما كما هو الحال فى معامل ارتباط بيرسون . فمن المعلوم أن قيمة معامل الارتباط الثنائى المتسلسل تزيد عن الواحد الصحيح فى حالة التوزيعات الملتوية أو غير المتماثلة .

لذلك لا يفضل استخدام معامل ارتباط بيرسون إلا إذا كان حجم العينة كبيرا وتوافر لدى الباحث الوقت اللازم لحساب معامل الارتباط الثنائى المتسلسل . ويجب أن يراعى الباحث أن قيمة معامل الارتباط الثنائى المتسلسل تكون دائما أكبر من قيمة معامل ارتباط بيرسون المحسوبة من نفس مجموعة البيانات . فعامل الارتباط الثنائى المتسلسل يعتمد على الفرق بين متوسطين ، وهذا الفرق لا يكون مستقرا بدرجة كافية إلا إذا كانت البيانات التى يستخدمها الباحث مستمدة من عينة حجمها مناسب . فمثلا إذا كان حجم العينة ١٠٠٠ فرد ، وكان التكرار الذى يشتمل عليه أحد قسمى المتغير الثنائى ١ / فقط من هذا العدد ، فإن معنى هذا أن الباحث سوف يعتمد على ١٠٠ فرد فقط فى حساب متوسط هذا القسم . ولا يكفى هذا العدد بالطبع لتقدير الفرق بين المتوسطين تقديرا بعيدا عن التذبذب وفى الحقيقة أن قيم معامل الارتباط الثنائى المتسلسل أقل ثباتا من قيم كل من معامل ارتباط بيرسون ، ومعامل الارتباط الثنائى المتسلسل الحقيقى . ونعنى بهذا أن قيمته تذبذب من عينة إلى أخرى بدرجة أكبر من تذبذب قيمة أى من المعاملين الآخرين .

متى يلجأ الباحث إلى التقسيم الثنائى لأحد المتغيرات :

عندما يقاس المتغير ص على ميزان متدرج (أى متصل) ، ولكن يظهر

شيء من عدم الانتظام في هذا التدرج مما يجعل استخدام معامل الارتباط بيرسون غير مناسب ، فإنه يمكن للباحث في هذه الحالة استخدام معامل الارتباط الثنائي المتسلسل . ومن أمثلة ذلك التوزيعات المقبورة Truncated Distributions ، أو إذا كان المتغير ص يتكون من عدد قليل جدا من الأقسام ، وكانت الفترات على ميزان القياس غير متساوية . أو إذا كان توزيع قيم المتغير ص في العينة ملتويا التواء شديدا نتيجة لعدم دقة القياس . وربما يبدو أن هناك تناقض عندما قلنا أنه يجب أن يتحقق الباحث من فرض اعتدالية توزيع المتغير المتصل قبل استخدام $R_{\text{ت}}$ في حين أننا قلنا أيضا أنه يمكن استخدام $R_{\text{ت}}$ في حالة التوزيعات الملتوية . ولكن يجب أن يتذكر الباحث أنه يمكن أن يكون توزيع العينة ملتويا ومع هذا ربما يكون توزيع المجتمع الأصل الذي استمدت منه العينة اعتداليا . فالعبرة هنا بتوزيع المتغير في المجتمع الأصل وليس بتوزيعه في العينة موضع البحث .

العلاقة الرياضية بين المعامل $R_{\text{ت ح}}$ ، المعامل $R_{\text{ت}}$:

إذا اضطر الباحث إلى حساب قيمة المعامل $R_{\text{ت ح}}$ في الحالات التي تتطلب استخدام المعامل $R_{\text{ت}}$ ، فإن القيمة الناتجة سوف تكون أقل من قيمة المعامل $R_{\text{ت}}$ لنفس مجموعة البيانات . وفي الحالات التي لا يكون فيها توزيع المتغير المتصل اعتداليا حيث يفضل استخدام المعامل $R_{\text{ت ح}}$ فإن $R_{\text{ت}}$ تعطى تقديرا لدرجة الارتباط أقل من حقيقته . وفي الواقع توجد علاقة رياضية بين كل من المعاملين $R_{\text{ت ح}}$ ، $R_{\text{ت}}$ لنفس مجموعة البيانات وهي :

$$R_{\text{ت}} = \frac{V_{\text{ص.ص.}}}{L} \times R_{\text{ت ح}} \quad (٩)$$

$$\text{أي أن } \frac{r_{th}}{r_t} = \frac{L}{\lambda_{ص, ص}} \dots\dots\dots (١٠)$$

وتراوح هـ هذه النسبة بين ١,٢٥ (عندما $\lambda_{ص, ص} = ٠,٥٠$) إلى ٣,٧٣ (عندما $\lambda_{ص, ص} = ٠,٩٩$) ، ويمكن التأكد من ذلك بالرجوع إلى جدول (هـ) المبين بالملاحق في آخر الكتاب .

ويوصى جيلفورد Guilford أنه إذا تأكد الباحث دون أدنى شك أن التوزيع من النوع الثنائي الحقيقي فإنه يجب عليه استخدام r_{th} . أما إذا تأكد أن المتغير الثنائي يتخذ شكل المنحنى الاعتدالي فإنه يمكن استخدام r_t . وإذا لم يكن متأكدا من شكل توزيع المتغير الثنائي فإنه يمكنه استخدام r_{th} ولسكن عليه أن يفسر قيمته بالاستعانة بالجدول (هـ) .

فمثلا إذا كان التوزيع متصلا ولسكنه لا يتخذ شكل المنحنى الاعتدالي ، وحصل الباحث على قيمة تقترب من الحد الذي يوضحه جدول (هـ) للمعامل r_{th} فإنه يمكنه عندئذ القول بأن الارتباط الحقيقي بين المتغيرين تقترب قيمته من الواحد الصحيح بدرجة أكبر من اقتراب قيمة r_{th} التي حصل عليها بالفعل . أما إذا زادت قيمة r_{th} التي حصل عليها باستخدام قيمة معينة من قيم $\lambda_{ص, ص}$ عن هذا الحد ، فإن هذا ربما يكون دليلا على عدم صحة فرض أن المتغير من النوع الثنائي الحقيقي . أي أنه عندما يكون التوزيع من النوع الثنائي الحقيقي يمكن أن تصل قيمة r_{th} إلى الواحد الصحيح . ولسكن كثيرا من التوزيعات لانسكون عادة من هذا النوع ، إذ ربما لا تكون ثنائية أو متصلة . وإذا كانت

متصلة ربما لا تكون أحادية المنوال ، ولذلك فإن على الباحث التحقق من مثل هذه الحالات باستخدام جدول (هـ) .

وإذا قام الباحث بحساب قيمة r_{th} بينما كان يجب عليه حساب قيمة r_{th} فإنه يمكنه إيجاد قيمة r_{th} المناظرة لقيمة r_{th} باستخدام إحدى الصورتين رقم ٩ أو ١٠ ، وكذلك العكس .

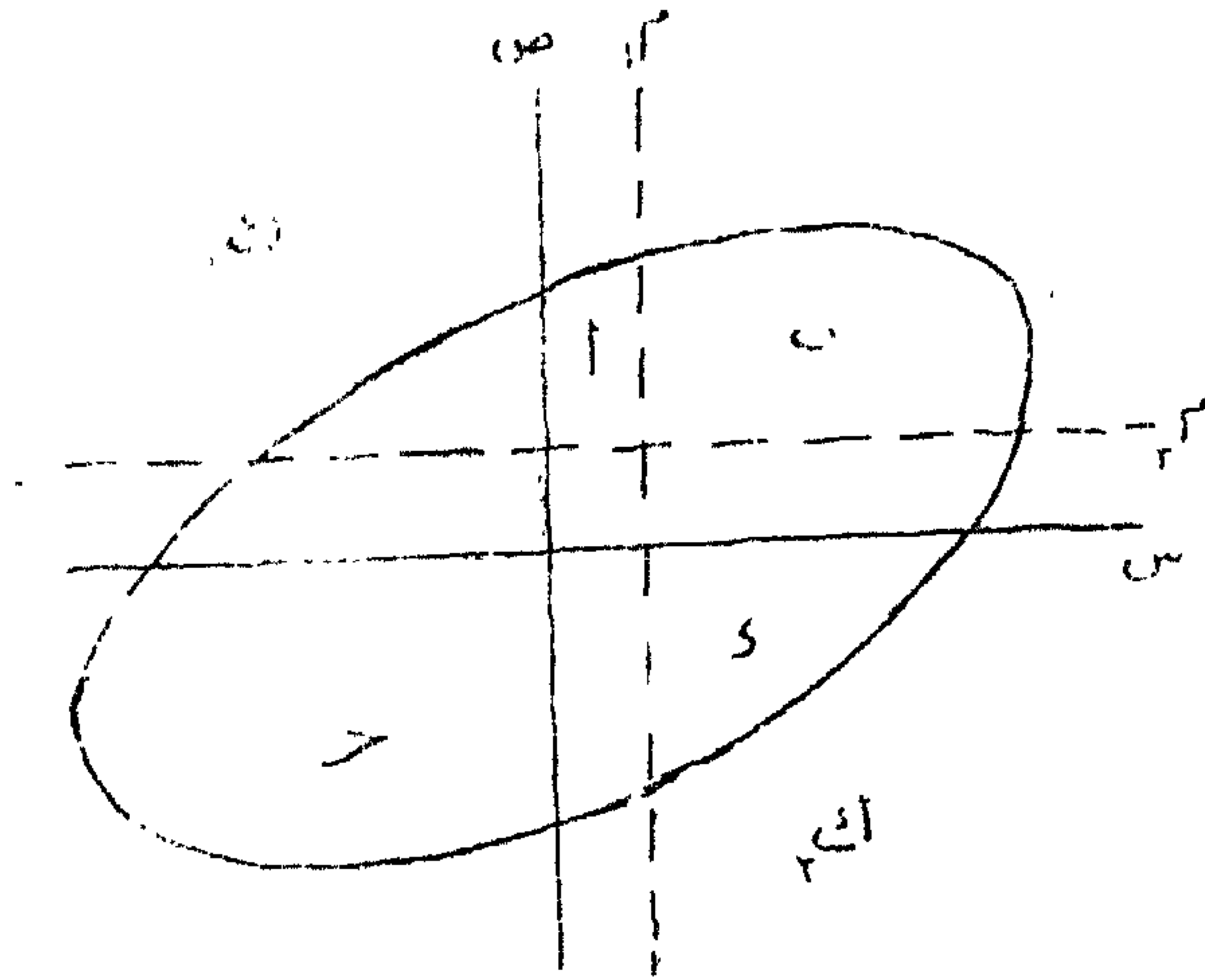
(ثانيا) معامل الارتباط الرباعي :

Tetrachoric Correlation

رأينا مما سبق أن الباحث يمكنه إيجاد العلاقة بين متغيرين أحدهما من النوع الثنائي والآخر من النوع المتصل باستخدام معامل الارتباط الثنائي المتسلسل بدلا من معامل الارتباط الثنائي المتسلسل الحقيقي إذا افترض أن المتغير الثنائي هو متغير متصل ، وكذلك يمكن إيجاد العلاقة بين متغيرين كل منهما من النوع الثنائي باستخدام معامل الارتباط الرباعي بدلا من معامل الارتباط الرباعي الحقيقي (أى معامل فاي) إذا افترض أن كلا من المتغيرين الثنائيين متصل . ولذلك يستخدم معامل الارتباط الرباعي لتقدير قيمة معامل ارتباط بيرسون لمجموعة معينة من البيانات ، فهو مقياس لدرجة العلاقة بين متغيرين متصلين يمكن قياس كل منهما على ميزان ثنائي .

وتوجد بعض المواقف البحثية التي تتطلب إيجاد مثل هذه العلاقة ، مثل إيجاد العلاقة بين درجات مفردتي اختبار اختيار من متعدد أو صواب وخطأ ، حيث تكون الإجابة إما صحيحة أو خطأ ، أو إيجاد العلاقة بين عبارتين من عبارات استبيان أو مقياس الاتجاه أو للشخصية ، حيث تكون الإجابة إما موافق أو غير موافق ، أو نعم أو لا .

ويمكن تصور مثل هذه المواقف بأن نفترض أن لدينا الجدول الرباعي الممثل بالشكل الانتشاري المعتاد (شكل رقم ٥٣) الذي ينتج عن تقسيم كل من المتغيرين تقسيما ثنائيا .



شكل رقم (٥٣)

تقسيم نظري لمتغيرين من النوع الثنائي

وبالنظر إلى هذا الشكل نجد أن المحورين س، ص يمثلان محوري الإحداثيات، والمحورين م، م٢ يمثلان محوري تقسيم المتغيرين، والرموز أ، ب، ج، د تدل على التكرارات أو النسب الناتجة عن هذا التقسيم. ويمكن أن نعيد توضيح هذه الرموز في الجدول الرابع الآتي (رقم ٧٦) الذي أقترحه هيلفورد

	أ	ب	ج	د
إيجابية صحيحة (+)	+	+	-	-
إيجابية خطأ (-)	+	-	+	-
إيجابية صحيحة (+)	+	+	-	-
إيجابية خطأ (-)	+	-	+	-

جدول رقم (٧٦)

جدول الاقتتران بين متغيرين يفترض
أن توزيع كل منهما اعتدالي

حيث م، ترمز إلى نسبة الأفراد الذين أجابوا إجابة صحيحة على المفردة م.

، م، ترمز إلى نسبة الأفراد الذين أجابوا إجابة صحيحة على المفردة ص .

، ك، ترمز إلى نسبة الأفراد الذين أجابوا إجابة خطأ على المفردة م .

، ك، ترمز إلى نسبة الأفراد الذين أجابوا إجابة خطأ على المفردة ص .

، ا ترمز إلى نسبة الأفراد الذين أجابوا إجابة صحيحة على كل من المفردتين
م، ص .

، ب ترمز إلى نسبة الأفراد الذين أجابوا إجابة صحيحة على المفردة م ،
ولكنهم أجابوا إجابة خطأ على المفردة ص .

، ج ترمز إلى نسبة الأفراد الذين أجابوا إجابة صحيحة على المفردة ص ،
ولكنهم أجابوا إجابة خطأ على المفردة م .

، د ترمز إلى نسبة الأفراد الذين أجابوا إجابة خطأ على كل من المفردتين
م، ص

، د، د ترمزان إلى الدرجات المعيارية على خط قاعدة المنحنى الاعتدالي المعياري
عند نقط تقسيم الحالات في كل من التوزيعين .

، ل، ل ترمزان إلى ارتفاع المنحنيين الاعتداليين اللذين يناظران د، د .

والمطلوب تقدير شكل التوزيع الانتشاري للمتغيرين الذي يمكن أن نحصل
منه على هذه التكرارات أو النسب .

الفروض التي يجب أن تتحقق في البيانات إذا أراد الباحث استخدام معامل

الارتباط الرباعي :

يعتمد استخدام معامل الارتباط الرباعي على فرض أن توزيع كل من المتغيرين س ، ص — اللذين حصل منهما الباحث على التكرارات في الجدول الرباعي — يتخذ شكل المنحنى الاحتمالي .

كما يجب اعتبار أن كلا منهما متغير متصل ، وأن العلاقة بينهما خطية .

ولتوضيح ذلك نعرض فيما يلي مثالا يبين استخدام معامل الارتباط الرباعي إذا تحققت هذه الفروض في البيانات .

يفترض فيلشوردر أننا طلبنا من مجموعة مكونة من ٩٣٠ طالبا الاستجابة بنعم أو لا لعبارتين من عبارات مقياس للشخصية . والجدول الآتي رقم (٧٧) يبين أعداد الطلاب الذين استجابوا استجابات واحدة لكل من العبارتين (الخليتين ا ، د) ، وأعداد الطلاب الذين استجابوا استجابات مختلفة لكل من العبارتين (الخليتين ب ، ج) .

(العبارة الاولى)					
نعم	لا	المجموع	النسبة	نعم	لا
٣٧٤	١٦٦	٥٤١	٠,٥٨٢	(ا)	(ب)
(١)	(ب)		(٢٢)		
١٨٦	٢٠٣	٣٨٩	٠,٤١٨	(ج)	(د)
(ج)	(د)		(١٠)		
٥٦٠	٣٧٠	٩٣٠	١,٠٠٠	المجموع	
٠,٦٠٢	٠,٢٩٨	١,٠٠٠		النسبة	
(١٢)	(١٠)				

جدول رقم (٧٧)

جدول رباعي يمكن باستخدامه حساب معامل

الارتباط الرباعي

فإذا كان الارتباط بين المتغيرين موجبا تاما ، فإن جميع التكرارات سوف تقع في الخليتين ا ، د . وإذا كان الارتباط بينهما سالباً تاماً ، فإن جميع التكرارات سوف تقع في الخليتين ب ، ح . أما إذا كان الارتباط \approx صفراً فإن التكرارات سوف تتوزع توزيعاً متعادلاً في الخلايا الأربع . وهنا يمكن للباحث أن يدافع عن تحقق فرض اتصال واعتدالية توزيع كل من المتغيرين في هذا المثال على أساس أنه لا يحتمل أن تكون درجة تأكد جميع الطلاب الذين استجابوا « بنعم » لأى من العبارتين متساوية . وكذلك لا يحتمل أن تكون درجة عدم تأكد جميع الطلاب الذين استجابوا « بلا » لأى من العبارتين متساوية .

ولسكن هناك احتمال كبير أن استجابات الطلاب لأى من العبارتين تمثل متصلاً من السلوك يمتد من التأكيد التام في أحد الطرفين إلى عدم التأكيد التام في الطرف الآخر . وهذا يؤدي إلى ترجيح احتمال أن يكون توزيع كل من المتغيرين من النوع المتصل وليس من النوع الثنائي .

ويرى جيلفورد Guilford ، وثورنديك Thorndike أننا يمكن تبرير اعتدالية مثل هذا التوزيع المتصل اعتماداً على أن توزيع كثير من السمات النفسية يكون أحادي المنوال وقريب من الاعتدالية .

معادلة معامل الارتباط الرباعي :

تحتاج طريقة حساب معامل الارتباط الرباعي إلى جهد ووقت كبيرين لأنها تتطلب حل المعادلة الآتية التي تشتمل على قوى مختلفة لمعامل الارتباط الرباعي الذي سنرمز له بالرمز r_{rr} وهي :

$$r + \frac{d}{2} r^2 + \frac{(1-d)(1-d^2)}{6} r^3 + \dots$$

$$= \frac{a-b}{l-l_n} \dots (11)$$

وقد اقتصرنا في هذه المعادلة على القوى الثلاث الأولى للمعامل r . وجميع الرموز التي تشتمل عليها المعادلة سبق تعريفها في الجدول رقم (٧٦) . ويمكن حساب قيم l ، d ، l_n ، d_n باستخدام النسب m ، k ، m ، k المبينة بهذا الجدول .

طرق تقدير معامل الارتباط الرباعي :

نظرا لصعوبة حل المعادلة رقم (١١) السابقة فقد حاول علماء القياس والإحصاء التوصل إلى طرق أبسط لتقدير قيم معامل الارتباط الرباعي دون الحاجة إلى حل هذه المعادلة . وبعض هذه الطرق جبرية والبعض الآخر يعتمد على جداول تيسر الحصول على قيمة هذا المعامل لمجموعات مختلفة من البيانات .

وسوف نعرض إحدى هذه الطرق الجبرية ، كما سنذكر نوعين من الجداول التي يمكن أن يرجع إليهما الباحث إذا أراد أن يحصل على قيم تقديرية لمعاملات الارتباط الرباعي .

(أولا) الطريقة الجبرية :

تسمى هذه الطريقة بطريقة جيب تمام النسبة التقريبية ط . وربما يرجع الباحث إلى الفصل الأول من الباب الأول في هذا الكتاب لمراجعة النسب المثلثية للزوايا إذا احتاج ذلك . ويمكن أن نحصل باستخدام هذه الطريقة على قيم تقريبية لمعامل الارتباط الرباعي إذا قورنت بالقيم التي نحصل عليها باستخدام معادلة معامل الارتباط الرباعي رقم (١١) .

والصورة الرياضية لهذه الطريقة هي :

$$در = حتا \left(\frac{\sqrt{ب ج}}{\sqrt{د ا}} \times ط \right) \dots \dots (١٢)$$

حيث ا ، ب ، ج ، د ترمز إلى التكرارات المينة في خلايا الجدول
الرباعى رقم (٧٦) .

ولكى يجرى الباحث العمليات الحسابية يمكنه أن يعتبر ط بالتقدير
الدائرى = ١٨٠° . وبذلك يمكن كتابة الصورة رقم (١٢) كالآتى :

$$در = حتا \left(\frac{\sqrt{ب ج} \cdot ١٨٠^\circ}{\sqrt{د ا}} \right) \dots \dots (١٣)$$

وبقسمة كل من البسط والمقام على $\sqrt{ب ج}$ نجد أن :

$$در = حتا \left(\frac{١٨٠^\circ}{\sqrt{\frac{د ا}{ب ج}} + ١} \right) \dots \dots (١٤)$$

ويجب أن يتذكر الباحث أن الرمز ا ، د يمثلان الحالات المتماثلة في
كل من المتغيرين س ، ص مثل (+ ، +) أو (- ، -) أو (نعم ، نعم)
أو (لا ، لا) ... إلخ . أما ب ، ج فهما يمثلان الحالات غير المتماثلة في كل من
المتغيرين مثل (- ، +) أو (- ، -) أو (نعم ، لا) أو (لا ، نعم)
... إلخ .

وبالتعويض عن قيم ا ، ب ، ج ، د في الصورة رقم (١٤) ، فإن
المقدار الذى بين القوسين يعطى قيمة عددية يمكن اعتبارها زاوية يوجد جيب
تمامها (أى هنا الزاوية) باستخدام جدول النسب المثلثية (يمكن للباحث الرجوع
إلى أحد الجداول الرياضية) .

أى أن جيب تمام الزاوية يعتبر بمثابة تقدير لمعامل الارتباط الرباعى .

ونتحصر قيمة الزاوية بين صفر° (إذا كانت ب = صفرا أو ج = صفرا أو كل من ب ، ج = صفرا) ، ١٨٠° (إذا كانت ا = صفرا أو د = صفرا ، أو كل من ا ، د = صفرا) .

فعمدما تسكون الزاوية = صفرا يكون معامل الارتباط مساويا للواحد الصحيح (لأن حتا صفر° = ١) ، وعمدما تسكون الزاوية = ١٨٠° يكون معامل الارتباط مساويا - ١ (لأن حتا ١٨٠° = - ١) . وعمدما تسكون ب ج = ا د فإن الزاوية = ٩٠° ، ويكون معامل الارتباط المقدر عندئذ مساويا للصفر (لأن حتا ٩٠° = صفر) .

فإذا طبقنا الصورة رقم (١٤) على الجدول رقم (٧٧) نجد أن :

$$r = \left(\frac{180}{\frac{(203)(274)}{(186)(167)} + 1} \right) \text{ حتا}$$

$$= \left(\frac{180}{2.4447 + 1} \right) \text{ حتا} = ٧٠. ٢٤$$

وهذه تقرأ جيب تمام الزاوية ٧٠ درجة ، ٢٤ دقيقة ويرمز للدقيقة بشرطة مائلة فوق العدد ، والدرجة = ٦٠ دقيقة) .

وبالكشف في جدول النسب المثلثية عن جيب تمام هذه الزاوية نجد أنها تساوى ٠,٣٤٣

أى أن r المقدرة بهذه الطريقة = ٠,٣٤٣

ويلاحظ أنه إذا كانت الزاوية محصورة بين ٩٠° ، ١٨٠° (أى زاوية منفرجة) ، فإن معامل الارتباط يكون في هذه الحالة سالبا (لأن جيب تمام الزاوية المحصورة بين ٩٠° ، ١٨٠° يكون سالبا) . ويمكن أن يلاحظ الباحث ذلك إذا وجد أن ب ج أكبر من ا د . وقبل الكشف في جدول النسب المثلثية يجب على الباحث أن يطرح الزاوية من ١٨٠° ، ويكشف في جدول جيب التمام عن الزاوية الناتجة ، ثم يضع إشارة سالبة أمام القيمة التى يحصل عليها .

وتيسيراً على الباحث يمكنه أن يستخدم جدول (و) المبين بالملحق في آخر الكتاب لإيجاد القيم التقريبية لمعامل الارتباط الرباعي مباشرة مقربة إلى رقمين عشريين ، وذلك بأن يحسب أيا من النسبتين $\frac{ا د}{ب ج}$ أو $\frac{ب ج}{ا د}$ التي يكون ناتجها أكبر من الواحد الصحيح ، ثم يوجد قيمة معامل الارتباط الرباعي المناظرة لها من الجدول مباشرة دون أن يلجأ إلى إجراء أى عمليات حسابية أو مثلثية أخرى

فإذا رجعنا إلى المثال المبين بجدول رقم (٧٧) نجد أن النسبة $\frac{ا د}{ب ج}$ تساوى

٠,٢٤٤٤

وبالرجوع إلى الجدول (هـ) المبين بملحق الكتاب نجد أن هذا العدد ينحصر بين ٢,٤١٢١ ، ٢,٤٩٠ ، والقيمة التقديرية لمعامل الارتباط الرباعي المناظرة تساوى ٠,٣٤ ، وهى نفس القيمة التى حصلنا عليها فيما سبق .

وهنا لا يجب أن يفوتنا أن نوضح للباحث أن تقدير قيم معامل الارتباط الرباعي باستخدام طريقة جيب تمام النسبة التقريبية ط يكون تقديراً دقيقاً إلى حد كبير إذا كان كل من المتغيرين المتصلين تم تقسيمهما تقسيماً ثنائياً عند النقطة التى تمثل وسيط كل منهما .

فكما ابتعدت قيمة كل من م_١ ، م_٢ عن ٠,٥٠ ، واختلفت قيمة كل منهما عن الأخرى ابتعدت قيمة معامل الارتباط الرباعي المقدرة بهذه الطريقة عن القيمة الفعلية لمعامل الارتباط الرباعي وبخاصة إذا كانت قيمة ر مرتفعة . وغالباً تكون القيمة المقدرة أكبر من القيمة الفعلية .

فمثلاً إذا كانت م_١ = ٠,٥٠ ، م_٢ = ٠,٨٤ ، فإنه عندما تكون ر =

٠,٧٩ ، فإن القيمة التقديرية لمعامل الارتباط الرباعي = ٠,٩٠ تقريباً .

أما إذا انحصرت قيم r_1 ، r_2 بين ٠,٤٠ ، ٠,٦٠ فإنه عندما تكون r $= ٠,٥٠$ فإن أكبر اختلاف بين هذه القيمة والقيمة المقدرة باستخدام هذه الطريقة $= ٠,٠٤$ ، وتقريبا ، وتكون أيضا القيم الناتجة أكبر من قيم r الفعلية .

ويمكن أن يتحكم الباحث في كثير من الأحيان في نقطة تقسيم كل من المتغيرين بحيث يجعل $r_1 = r_2 = ٠,٥٠$ ، تقريبا . فإذا لم يستطع ذلك فمن الأفضل ألا يستخدم هذه الطريقة ، وإنما يمكنه استخدام إحدى الطرق البيانية التي ينسب بعضها إلى ثيرستون *Thurstone* ، والبعض الآخر إلى هيز *Hays* . وتعتمد هذه الطرق على مجموعات من التخطيطات والأشكال البيانية التي تساعد الباحث في إيجاد قيم تقديرية لمعامل الارتباط الرباعي . ويمكن الرجوع إلى قائمة المراجع في نهاية الكتاب إذا أراد الباحث الاطلاع على هذه الطرق البيانية .

(ثانيا) إيجاد قيم تقريبية لمعامل الارتباط الرباعي بمعلومية قيم معامل فاي (ϕ) :

يمكن الحصول على قيمة تقريبية لمعامل الارتباط الرباعي إذا قام الباحث أولا بحساب قيمة معامل فاي لمجموعة البيانات ثم يستخدم الصورة الآتية لإيجاد قيمة معامل الارتباط الرباعي التي تناظر قيمة معامل فاي وهي :

$$r = \text{حـا} (\phi \times ٠,٩٠) \dots \dots \dots (١٥)$$

ويمكن أن يستعين الباحث بالجدول (ل) المبين بملحق الكتاب لإيجاد قيم r المناظرة لقيم ϕ مباشرة باستخدام هذه الصورة دون إجراء أى عمليات حسابية .

فمثلا إذا كان لدينا الجدول الرباعي الآتي رقم (٧٨) :

ص = ١	٢ = ١	ب = ٤	س = ١
ص = ٠	٣ = ٢	د = ١	س = ٠

جدول رقم (٧٨)

فإنه يمكن أن يحسب معامل فاي باستخدام الصورة رقم (٥) وهى :

$$\phi = \frac{ب \cdot ج - ا \cdot د}{(ب + ا)(ج + د)(ب + د)(ج + ا)}$$

$$٠,٤١ = \frac{١٠}{٢٤,٥} = \frac{٢ - ١٢}{(٥)(٥)(٤)(٦)}$$

وبالرجوع إلى الجدول (ل) المبين بالملحق نبحث عن قيمة ϕ المناظرة لقيمة $\phi = ٠,٤١$ نجد أنها تساوى $٠,٦٠$.

وهنا يجب أيضا أن نؤكد أن هذه الطريقة تعطى قيمة تقديرية معقولة للمعامل ϕ إذا كان كل من المتغيرين المتصلين قد تم تقسيمه تقسيما ثنائيا عند النقطة التى تمثل وسيط كل منهما شأنها شأن الطريقة الجبرية السابقة .

العلاقة بين معامل الارتباط الرباعى ، ومعامل فاي ، ومعامل ارتباط

بيرسون :

نلاحظ مما سبق أن هناك علاقة بين معامل الارتباط الرباعى (ϕ) ،

ومعامل فاي (ϕ) تحددها الصورة الرياضية :

$$\phi = \phi \times ٩٠$$

وبذلك يمكن تحت شروط معينة تقدير قيمة معامل الارتباط الرباعي بمعلومية قيمة معامل فائ . ولكن يمكن أن يعطى معامل الارتباط الرباعي الذى استخدم فى حسابه إحدى الطرق الجبرية تقديراً جيداً لمعامل ارتباط بيرسون إذا تحققت بعض الفروض التى يرتكن إليها معامل الارتباط الرباعي . ولا تعتمد قيمة معامل الارتباط الرباعي اعتماداً كبيراً على تساوى التكرارات الهامشية فى جدول الاقتران كما هو الحال فى معامل فائ .

وتسكون قيمة معامل الارتباط الرباعي أكبر من قيمة معامل فائ فى جميع الحالات فيما عدا الحالة التى تسكون فيها قيمة كل منهما تساوى الصفر (أى عندما $a = b$ ، $c = d$) . ومن الجدير بالذكر أنه إذا كانت إحدى خلايا الجدول الرباعي تحتوى على الصفر، فإن قيمة معامل الارتباط الرباعي تكون غير محددة .

ويمكن استخدام معامل الارتباط الرباعي عندما يكون كل من المتغيرين من النوع الثنائى الحقيقى ، أو يمكن تقسيم كل من المتغيرين الاصلين تقسيماً ثنائياً بطريقة اعتباطية ، فى حين أن معامل فائ لا يصلح إلا فى الحالة الاولى فقط .

ونظراً لسهولة تقدير قيمة معامل الارتباط الرباعي كما رأينا سواء بالطرق الجبرية أو بالطرق البيانية ، فإن هذا ربما يعطى انطباعاً لدى الباحث بأنه يمكنه استخدام هذا المعامل بدلا من معامل الارتباط الثنائى المتسلسل أو معامل ارتباط بيرسون .

ولكن هذا الانطباع خاطئ . لأن قيم معامل الارتباط الرباعي أقل ثباتاً من قيم معامل ارتباط بيرسون أو معامل الارتباط الثنائى المتسلسل . أى أن أخطاء العينات تسكون أكبر فى حالة معامل الارتباط الرباعي .

وحتى إذا أمكن تقسيم المتغيرين عند النقطة التى تمثل وسيط كل منهما فإن

أخطاء العينات في هذه الحالة تزيد بنسبة ٥٠٪ عنها في حالة استخدام معامل ارتباط بيرسون .

أى أن استخدام الباحث لمعامل الارتباط الرباعى في الحالات التى يحسن فيها استخدام معامل ارتباط بيرسون يعنى أن الباحث يفقد أكثر من نصف البيانات التى لديه ، وبذلك تقل المعلومات التى يمكن أن يستمدّها من هذه البيانات .

كما أنه كلما ابتعدت نقطة تقسيم المتغيرين عن النقطة التى تمثل وسيط كل منهما كلما زادت أخطاء العينات إلا إذا استخدم الباحث عينة كبيرة بدرجة تسمح بالثقة في قيمة معامل الارتباط الرباعى ، وهذا أيضا له مثالبه من حيث الجهد والوقت .

ولذلك يوصى كثير من علماء القياس والإحصاء في الوقت الحاضر بعدم استخدام معامل الارتباط الرباعى والاستعاضة عنه بمعامل فاي .

بعض الحالات التى لا يجوز أن يستخدم فيها الباحث معامل الارتباط الرباعى :

فيما يلي بعض الحالات التى لا يجوز أن يستخدم فيها الباحث معامل الارتباط الرباعى :

١ — إذا كانت نقطة تقسيم أى من المتغيرين متطرفة . كأن تكون نسبة الحالات في كل من قسمي أحد المتغيرين ٩٥ إلى ٥ أو ٨٠ إلى ٢٠ مثلا ، فذلك يقلل من الثقة في قيمة معامل الارتباط الرباعى .

٢ — إذا اشتملت خلية واحدة من خلايا الجدول الرباعى على الصفر . ولتوضيح ذلك يصرّح بيلغور الجدول رقم ٤٠ (٧٩) (أنظره) :-

(م)			(ن)			(هـ)		
٢٠٠	٢٠٠	صفر	١٩٠	٨٠	١١٠	١٠٠	٨٠	١٥
٢٠٠	٩٠	١١٠	١٥٠	١٥٠	صفر	٢٠٠	٩٥	١٠٥
٤٠٠	٢٩٠	١١٠	٣٤٠	٢٣٠	١١٠	٣٠٠	١٨٠	١٢٠

جدول رقم (٧٩)

حالات لا يجوز فيها استخدام معامل الارتباط الرباعى

فإذا حسبنا معامل الارتباط الرباعى للجدول (م) نجد أنه يساوى ١ (لاحظ أن الخلية ١ = صفر) .

أما إذا حسبنا معامل الارتباط الرباعى للجدول (ن) نجد أنه يساوى ١ بالرغم من أن ربع الحالات تقريباً تناقض الارتباط التام (٩٠ حالة من بين ٤٠٠ فى الجدول م ، ٨٠ حالة من بين ٤٠٠ فى الجدول ن) .

وبالرغم من ندرة حدوث مثل هذه الحالات إلا أنه ربما يصادفها الباحث .

وبالمثل الجدول (هـ) يعطى تقديراً خاطئاً لمعامل الارتباط الرباعى . فبالرغم من عدم وجود تكرار يساوى الصفر ، إلا أن أحد التكرارات صغير جداً (وهو التكرار ١٥) بالنسبة للتكرارات الأخرى فى الجدول .

وربما نستنتج من هذه الجداول الرباعية أن هناك علاقة غير خطية بين المتغيرين إذا أمكن تجزئة الأقسام العريضة التى تشتمل عليها إلى أقسام أكثر تحديداً . وبالمطالع إذا لم يتحقق فرض العلاقة الخطية بين المتغيرين ، فإن قيمة ر س ستعطى تقديراً متحيزاً لمعامل الارتباط .

ولكن ليس معنى هذا أننا قد برهنا على عدم خطية العلاقة باستخدام هذه الجداول الثلاثة ، وإنما يعنى أنها ربما تعطينا انطباعاً بذلك .

تمارين على الفصل الثالث عشر

١ - فيما يلي توزيع الدرجات الكلية لعينة تتكون من ٢٠٠ فرد في أحد الاستبيانات ، وكذلك عدد الأفراد الذين أجابوا " نعم " وعدد الأفراد الذين أجابوا " لا " ، في إحدى مفردات الاستبيان في كل فئة من فئات الدرجات الكلية .

لا	نعم	فئات الدرجات الكلية
١	صفر	٢٥ - ٢٩
١	صفر	٣٠ - ٣٤
صفر	١	٣٥ - ٣٩
٣	صفر	٤٠ - ٤٤
٥	١	٤٥ - ٤٩
٨	٤	٥٠ - ٥٤
١٠	٦	٥٥ - ٥٩
١٣	١٢	٦٠ - ٦٤
٩	١٨	٦٥ - ٦٩
٥	٢٠	٧٠ - ٧٤
٣	٣١	٧٥ - ٧٩
١	٢٢	٨٠ - ٨٤
١	١٨	٨٥ - ٨٩
صفر	٦	٩٠ - ٩٤
صفر	١	٩٥ - ٩٩
٦٠	١٤٠	المجموع

(١) لحسب معامل الارتباط الثنائى المتسلسل الحقيقى بين درجات مفردة الاستبيان والدرجات الكلية .

(ب) احسب معامل الارتباط الثنائي المتسلسل بين درجات مفردة الاستبيان والدرجات السككية .

(ج) قارن بين القيمتين اللتين حصلت عليهما في ا ، ب . وأيها يفضل استخدامه في هذه الحالة ؟

٢ — احسب معامل فای (ϕ) ، ومعامل الارتباط الرباعي للبيانات الآتية ، وفسر كلا من القيمتين اللتين تحصل عليهما .

إجابة خاطئة	إجابة صحيحة
٣٥	المجموعة المرتفعة التحصيل ٦٥
٧٥	المجموعة الضعيفة التحصيل ٢٥

٣ فيما يلي استجابات مجموعة تتكون من ١٢ طالباً لكل مفردة من مفردات اختبار وعددها خمس .

المطلب

[illegible]

احسب معامل الارتباط الثنائي المتسلسل الحقيقي بين درجات كل مفردة والدرجة الكلية في الاختبار .

١ — في إحدى الدراسات طلب أحد الباحثين من مجموعتين إحداهما تتكون من ١٠٠ زوجة ترى كل منهن أنها موفقة في زواجها ، والأخرى تتكون من ١٠٠ زوجة ترى كل منهن أنها غير موفقة في زواجها الإجابة على السؤال الآتي :

د هل كنت سعيدة في طفولتك ؟

حالة الزواج		إجابة السؤال
غير موفق	موفق	
٤٠	٧٠	نعم
٦٠	٣٠	لا

أوجد قيمة معامل الارتباط بين كل من المتغيرين الثنائيين ، وفسر القيمة الناتجة .

٥ — طبق اختبار اختيار من متعدد على ١٠٠ طالب، وفيما يلي بيانات تشتمل على عدد الإجابات الصحيحة ، وعدد الإجابات الخطأ على مفردتين من مفردات الاختبار .

المفردة (ص)		المفردة (س)
إجابة خطأ	إجابة صحيحة	
٣٠	٣٠	إجابة صحيحة
٣٠	١٠	إجابة خطأ

(١) احسب قيمة معامل فاي (ϕ) لهذه البيانات .

(ب) اوجد قيمة تقديرية لمعامل الارتباط الرباعي مستعيذا بقيمة معامل فاي التي حصلت عليها .

(٣) احسب قيمة معامل الارتباط الرباعي بدون الاستعانة بقيمة معامل فاي .

(٤) قارن بين القيمتين اللتين حصلت عليهما في ب ، ٣ .

الفصل الرابع عشر

الانحدار الخطي البسيط

التنبؤ والارتباط

صورة العلاقة الخطية

الانحدار الخطي للمتغير ص على المتغير س

طريقة المربعات الصغرى

معادلتا خطى الانحدار باستخدام الدرجات الخام

معادلتا خطى الانحدار باستخدام طريقة الانحرافات

العلاقة بين الانحدار والارتباط

معادلتا خطى الانحدار باستخدام معامل الارتباط

معادلتا خطى الانحدار باستخدام الدرجات المعيارية .

الخطأ المعياري للتنبؤ .

مقدمة :

عرضنا في الفصلين السابقين مقاييس العلاقة بين متغيرين ، وقد أشرنا إلى أن معامل الارتباط هو مجرد مقدار يقيس درجة اقتران متغير بمتغير آخر . وقلنا أن هذا الاقتران ليس معناه أن أحد المتغيرين يسبب المتغير الآخر . فاكشف أن هناك علاقة بين متغيرين ربما يدل فقط على أن هناك عامل ثالث مسئول عن هذه العلاقة .

ولكن أحيانا يهتم الباحث باتجاه العلاقة بين متغير ومتغير آخر برغم عدم معرفته المعرفة الكافية بالعامل المسبب لكل من المتغيرين . فإذا وجدنا أن هناك علاقة موجبة بين تقديرات طلاب إحدى الكليات في نهاية السنة الأولى وتقديراتهم في السنة النهائية ، فإنه ربما يكون من المنطقي أن نستنتج أن أداء الطلاب في نهاية السنة الأولى يسهم في أدائهم في السنة النهائية . إذ من غير المعقول أن نستنتج أن أداء الطلاب في السنة النهائية يسهم في أدائهم في السنة الأولى (فالسبب لا يسبق الأثر أو النتيجة من الناحية الزمنية) ، بالرغم من أن الأسباب النهائية لتباين الأداء ربما ترجع إلى التفاعل المعقد بين العوامل الوراثية والظروف البيئية المختلفة للطلاب .

وموضوع الانحدار Regression يعتبر من الموضوعات الإحصائية التي تتناول إحدى المشكلات الهامة وهي مشكلة التنبؤ Prediction . فالباحث النفسى أو التربوى كثيراً ما يهتم بالتنبؤ بمتغير باستخدام متغير آخر أو أكثر . ويسمى المتغير المنبئ بالمتغير المستقل ، والمتغير أو المتغيرات المتنبأ به أو بها بالمتغير التابع أو المتغيرات التابعة . فمثلاً ربما يود باحث تربوى أن يتنبأ بالأداء المدرسى لتلميذ بمعلومية درجاته في اختبار للذكاء . أو ربما يود باحث في علم النفس الصناعى أن يتنبأ بأداء أحد الأفراد في عمل ما بمعلومية أدائه في بطارية من اختبارات الاستعدادات .

أو ربما يود باحث في علم النفس السكينيكي أن يتنبأ بقابلية المريض للعلاج باستخدام المعلومات التي يجمعها عن المريض قبل بدء العلاج .

ويمكن أن ننظر إلى مشكلات التنبؤ وبالتالي الانحدار الخطي البسيط من وجهتين :

الوجهة الأولى :

عندما يحاول الباحث التنبؤ بالأداء المستقبلي لفرد ما بمعلومية أدائه في الماضي . فهنا لا يحاول الباحث أن يستنتج أن أداء الفرد في الماضي هو سبب أدائه المستقبلي ، وإنما يود أن يتوصل إلى بعض مؤشرات صادقة تفيد في التنبؤ بأداء الفرد المستقبلي ، وهذا لا يعنى بالضرورة أن هذه المؤشرات تسبب الأداء المستقبلي . ومثال ذلك التنبؤ بأداء الطلاب في كلية الطب مثلاً باستخدام درجاتهم في امتحان الثانوية العامة أو باستخدام درجات اختبار في الاستعداد العلمي . فهنا يكون الاهتمام منصبا على التوصل إلى مقياس للأداء السابق يمكن استخدامه في التنبؤ بالنجاح في كلية الطب ، فالهدف هنا تطبيقى عملي وهو الأداء المستقبلي .

أما الوجهة الثانية :

عندما يستخدم الباحث متغيرات منبئة (مستقلة) Predictor Variables يمكن أن يتحكم فيها بمعنى أن يكون له سيطرة على إحداث تغييرات مقصودة فيها . وعندئذ يمكن للباحث قياس المتغير المتنبأ به وهو المتغير التابع الذي يكون نتيجة للمتغير المستقل ، وهنا يفترض الباحث أن المتغير المستقل هو الذى سبب المتغير التابع .

فمثلاً إذا تحكم الباحث في عدد المثيرات التي يجب أن يستجيب لها شخص في تجربة لقياس زمن الرجوع فإنه ربما يتنبأ بحدوث زيادة خطية في المتغير التابع - وهو زمن الرجوع - تبعاً للزيادة الخطية في المتغير المستقل - وهو عدد المثيرات .

أو ربما يفترض باحث آخر وجود علاقة خطية بين الحكم الشخصي على طول خط مستقيم (المتغير التابع) والطول الفيزيائي لهذا الخط أى الطول الحقيقى (المتغير المستقل) .

وفي جميع هذه الحالات يود الباحث أن يتأ بقيمة متغير ما يسمى المتغير التابع أو المتغير ص — بمعلومية متغير آخر — يسمى المتغير المستقل أو المتغير س — تكون قيمه معلومة .

والانحدار الخطى هو أسلوب إحصائى يفيد في عمليات التنبؤ ، وهو يتصل اتصالاً وثيقاً بمفهوم الارتباط الخطى الذى عرضنا له في الفصل السابع من هذا الكتاب ، فإذا كان معامل الارتباط بين متغيرين صفراً فإن هذا يعنى عادة انعدام العلاقة بين المتغيرين .

أى أننا لا نستطيع التنبؤ بقيم أحد المتغيرين باستخدام قيم المتغير الآخر أكثر من مجرد التخمين العشوائى . أما إذا كان هناك ارتباط بين المتغيرين يختلف عن الصفر فإن هذا يعنى أننا إذا علمنا شيئاً عن أحد المتغيرين فإنه يمكننا التنبؤ بشيء ما عن المتغير الآخر أكثر من مجرد التخمين العشوائى ، والعكس بالعكس .

وكما زادت القيمة المطلقة لمعامل الارتباط بين المتغيرين ، كلما أمكننا التنبؤ بأحد المتغيرين باستخدام المتغير الآخر بدرجة أكبر من الدقة . فإذا كان معامل الارتباط بينهما — ١ أو + ١ عندئذ نستطيع التنبؤ بدرجة تامة ..

وفي الحقيقة أنه لا يمكن تفسير معامل الارتباط بين متغيرين بصورة مرضية دون الاستعانة بمفهوم الانحدار . وسوف نقتصر في هذا الفصل على مناقشة الانحدار الخطى البسيط الذى يشتمل على متغير مستقل واحد ومتغير تابع واحد ، وارجى مناقشة الانحدار غير الخطى والانحدار المتعدد إلى الفصول التالية .

التنبؤ والارتباط :

لإلقاء الضوء على العلاقة بين مفهومى التنبؤ والارتباط نعرض المثال الآتى :

نفترض أننا نود التنبؤ بدرجة طالب ما فى اختبار آخر العام فى أحد المواد الدراسية . فإذا كانت المعلومات الوحيدة المتاحة لدينا هى متوسط درجات فصله فى هذا الاختبار وهو ٧٥ ($٧٥ = \bar{x}$) فإن أفضل تخمين هو أنه سوف يحصل على الدرجة ٧٥ فى الاختبار . ولكن عادة يكون متاحاً لدينا معلومات أخرى مثل درجة الطالب فى اختبار نصف العام فى نفس المادة ولتكن ٦٢ . فكيف نستخدم هذه المعلومة فى التنبؤ بأدائه بدرجة أفضل فى اختبار آخر العام ، فإذا علمنا أن متوسط أداء طلاب الفصل فى اختبار نصف العام هو ٧٠ ($٧٠ = \bar{y}$) ، فربما نستنتج أنه نظراً لأن الطالب قد حصل على درجة أقل من المتوسط فى اختبار نصف العام ، فإنه يحتمل أن يحصل على درجة أقل من المتوسط فى اختبار آخر العام ، وربما يبدو من ذلك أن التنبؤ فى هذه الحالة أفضل إلى حد ما من التنبؤ السابق .

ولكن هل يمكن أن نصل إلى تنبؤ أفضل من ذلك ؟

بالطبع معرفتنا أن درجة الطالب فى اختبار نصف العام تقل عن المتوسط لا تعطى صورة دقيقة لمركزه النسبى فى اختبار آخر العام .

ولكن إذا علمنا الانحراف المعياري لدرجات اختبار نصف العام ، فإنه يمكننا تحويل درجة الطالب فى هذا الاختبار إلى درجة معيارية . فإذا افترضنا أن الانحراف المعياري لاختبار نصف العام هو ٤ ($٤ = s$) ، ونظرًا لأن الطالب

قد حصل على درجة فى هذا الاختبار تقل عن المتوسط بقدر انحرافين معياريين $\frac{٧٠ - ٦٢}{٤} = ٢$ فهل يمكننا التخمين بأنه ربما يحصل على درجة فى

اختبار آخر العام تقل عن المتوسط بقدر انحرافين معياريين أيضاً ؟ بمعنى أنه إذا كانت $\gamma = ٧٥$ فهل نستطيع أن نتنبأ بأن درجته في اختبار آخر العام هي ٥٩ أى $(٧٥ - ٢ \times ٨ = ٥٩)$ ؟

بالطبع تكون الإجابة لا ، لأن هناك معلومة هامة غير متوفرة لدينا وهي معامل الارتباط بين درجات اختبار نصف العام ودرجات اختبار آخر العام . ولهذا فإنه يمكننا فقط التنبؤ بالدرجة ٥٩ في اختبار آخر العام إذا كان الارتباط بين الاختبارين تاماً (عندما $r = +١$) . ولكن إذا افترضنا أن معامل الارتباط بينهما كان صفراً فإنه لا يمكننا أن نتنبأ بالدرجة ٥٩ ولكن نعود مرة أخرى إلى التنبؤين بأن الدرجة المتنبأ بها في اختبار آخر العام هي المتوسط ٥٥ أى (ص) .

والخلاصة أنه إذا كانت $r =$ صفر ، فإن أفضل تنبؤ يكون هو المتوسط ٧٥ أى (ص) . وعندما $r = +١$ فإن أفضل تنبؤ يكون ٥٩ . وإذا كانت r تنحصر بين صفر ، $+١$ فإن الدرجة المتنبأ بها سوف تقع بين ٥٩ ، ٧٥ . أما إذا كان معامل الارتباط $r = -١$ فإن أفضل تنبؤ للدرجة سوف يكون ٩١ .

من هذا يتضح أهمية معامل الارتباط في فهم عملية التنبؤ . وبتطبيق معامل الارتباط بصورة أكثر وضوحاً في التنبؤ يجب أن نضعه في إطاره الصحيح أى في إطار مفهوم الانحدار الخطي .

وقبل أن نناقش مفهوم الانحدار نجد أنه من الضروري أن نقدم فكرة عن معادلة الخط المستقيم لما لها من أهمية في اشتقاق معادلات خطوط الانحدار .

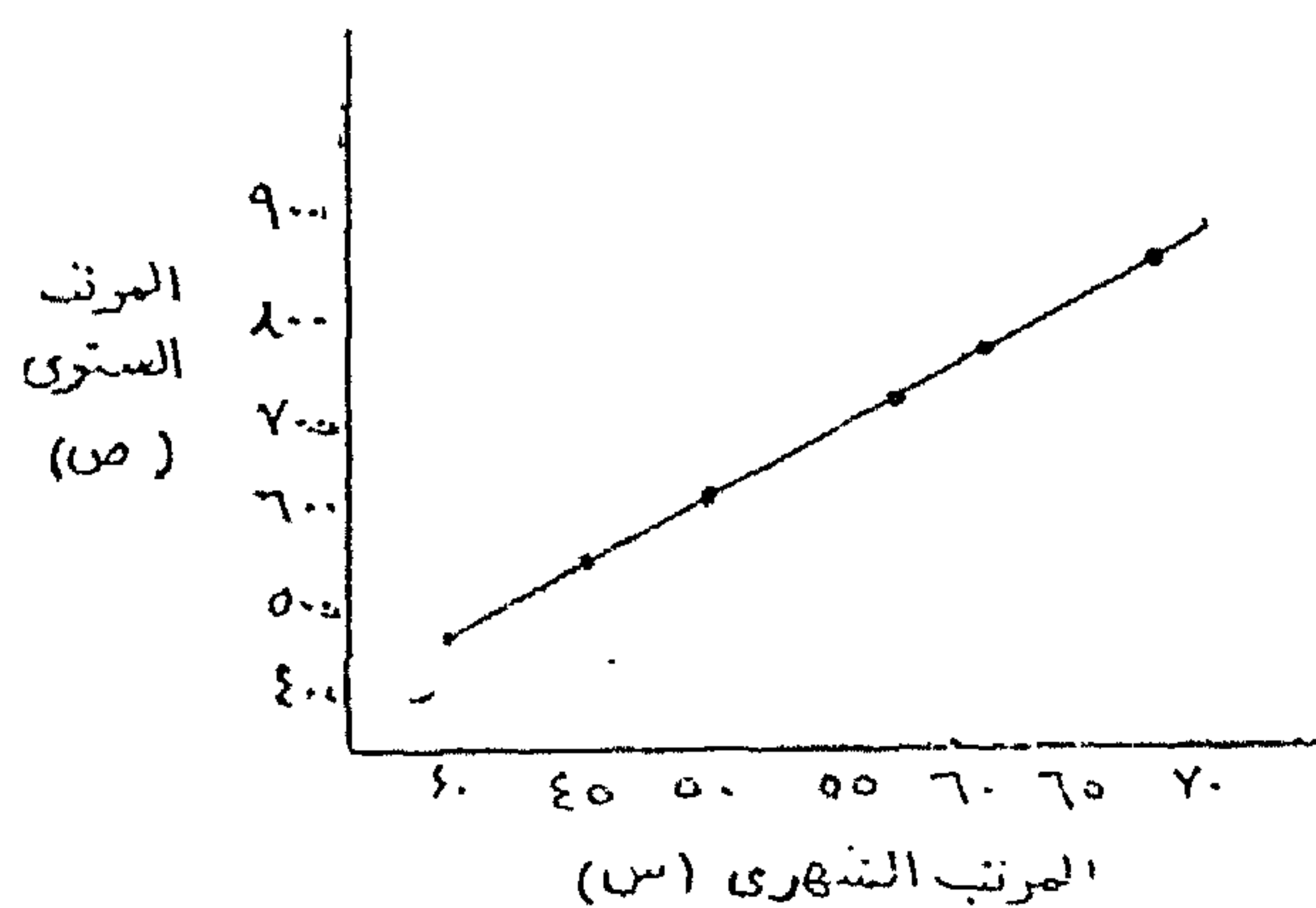
الصورة العامة لمعادلة الخط المستقيم :

لتبسيط المناقشة نجد أنه من الأفضل أن نقدم مثالا لمتغيرين مرتبطين ارتباطاً تاماً وهما المرتب الشهرى والمرتب السنوى ، فالجدول رقم (٨٠) يوضح المرتب الشهرى والمرتب السنوى بالجنيهات لمجموعة تتكون من ثمانية عمال في أحد المصانع .

المرتب السنوى	المرتب الشهرى	العامل
٤٨٠	٤٠	١
٥٤٠	٤٥	٢
٦٠٠	٥٠	٣
٦٩٠	٥٧,٥	٤
٧٢٠	٦٠	٥
٧٥٠	٦٢,٥	٦
٧٨٠	٦٥	٧
٨١٠	٦٧,٥	٨

جدول رقم (٨٠).

المرتب الشهرى والمرتب السنوى لمجموعة تتكون من ثمانية عمال



شكل رقم (٥٣).

التمثيل البياني للمرتب الشهرى

والمرتب السنوى لمجموعة تتكون من ثمانية عمال

وبالنظر إلى هذا الشكل يتضح أننا مثلنا المرتب الشهري على المحور الأفقى (السينى) ، والمرتب السنوى على المحور الرأسى (الصادى) . كما يتضح أن العلاقة بين المتغيرين علاقة خطية ، ويمر الخط المستقيم بنقطة الاصل .

صورة العلاقة الخطية :

يمكن التعبير عن العلاقة بين المرتب الشهري والمرتب السنوى بالصورة الرياضية :

$$ص = ١٢ س$$

فإذا عرضنا عن (س) بأى قيمة لمرتب شهري يمكننا الحصول على القيمة المناظرة لها (ص) للمرتب السنوى .

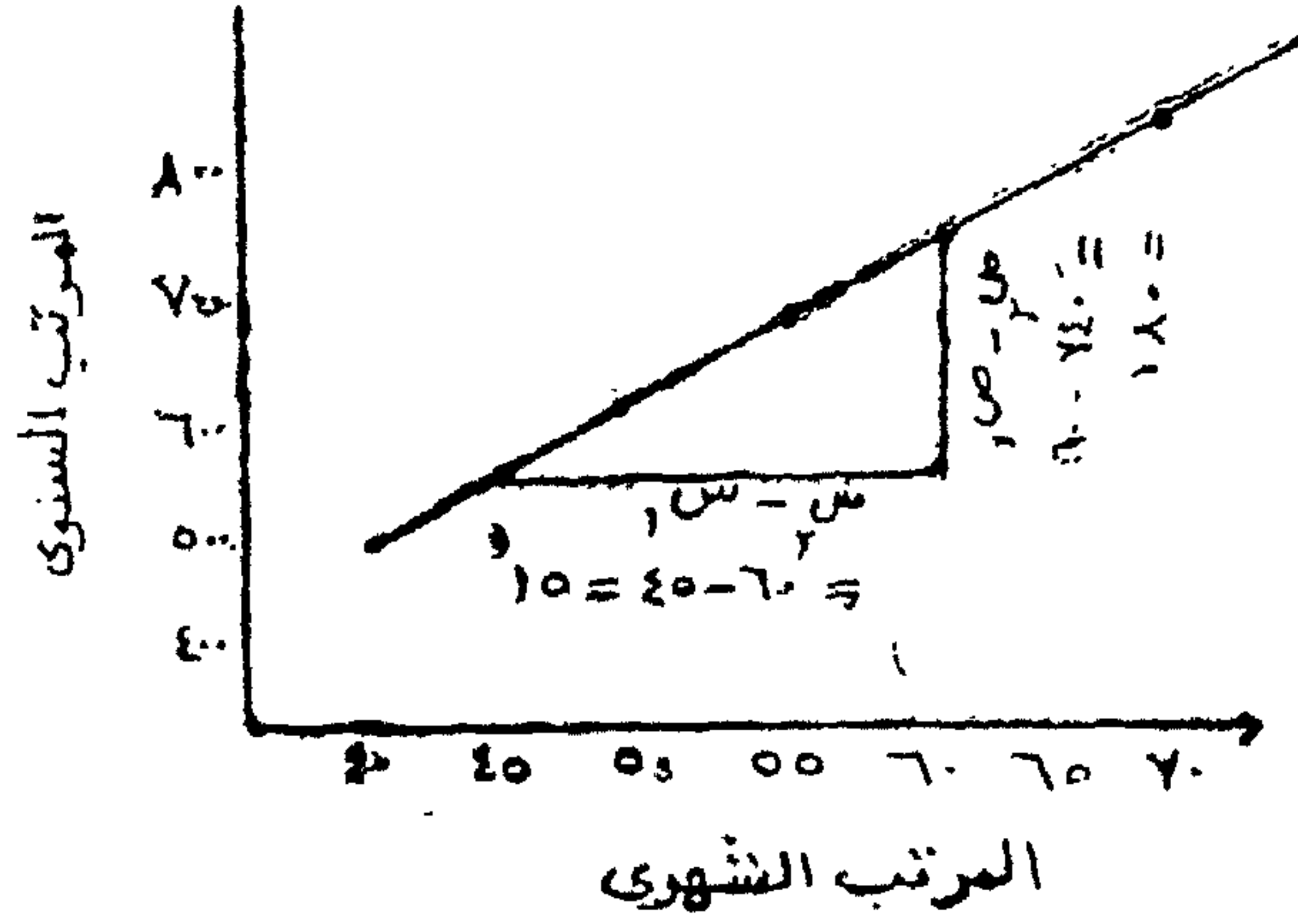
فإذا كان المرتب الشهري لأحد العمال ١٠٠ جنيه

يكون مرتبه السنوى $١٢ \times ١٠٠ = ١٢٠٠$ جنيه .

ويمكن إضافة مقدار ثابت إلى المعادلة السابقة $ص = ١٢ س$. هذا المقدار الثابت ربما يعبر عن مكافأة إنتاج تشجيعية منحها المصنع للعمال ولتسكن ٢٠ جنيها شهريا ، وبذلك تصبح المعادلة كالتى :

$$ص = ١٢ س + ٢٠$$

ويلاحظ أن هذه المعادلة تحتوى على مقدارين ثابتين هما ٢٠ ، ١٢ . وهى تمثل معادلة خط مستقيم كما هو مبين بالشكل رقم (٥٢) الآتى :



شكل رقم (١٥)

العلاقة بين المرتب الشهري والمرتب السنوي لمجموعة تتكون من ثمانية عمال مضافا اليه مكافأة تشجيعية مقدارها ٢٠٠ جنيها

من هذا الشكل يتضح أن المستقيم يقطع جزءا من محور الصادات طوله ٢٠ (المقدار الثابت الاول) ،

$$\text{وميله} = ١٢ = \frac{\text{فرق احدائين صادين}}{\text{فرق احدائين سينين}}$$

ومن هذا يمكن أن نستنتج أن الصورة العامة لمعادلة الخط المستقيم هي :

$$ص = ا + ب س$$

حيث ص ، س يمثلان المتغيرين .

، ا ، ب مقداران ثابتان لمجموعة معينة من البيانات .

وتمثل ا الجزء الذي يقطعه المستقيم من محور الصادات .

وتمثل ب ميل الخط المستقيم .

وتحدد معادلة الخط المستقيم إذا علمنا قيمة كل من ا ، ب . وعندئذ يمكن

إيجاد قيمة ص المناظرة لقيمة معلومة من قيم س .

ويلاحظ أنه يمكن استخدام المعادلة السابقة في التنبؤ بالمتغير ص بمعلومية قيم معينة للمتغير س . وعندما يكون معامل الارتباط مساوياً للواحد الصحيح (كما هو الحال في المثال السابق) يكون التنبؤ تاماً .

الانحدار الخطي للمتغير ص على المتغير س :

يندر في البحوث النفسية والتربوية أن نحصل على معاملات ارتباط تامة نظراً لأن عملية القياس في هذه البحوث تكون معرضة دائماً للخطأ . فإذا رسمنا شكلاً انتشارياً لأزواج من القيم التي نحصل عليها في إحدى التجارب فإن النقط لا تكون عادة واقعة على مستقيم معين أو منحني ممد معروف ، بل نلاحظ أنها تفتقد شيئاً من الانتظام يتوقف على الدقة في قياس كل من متغيري التوزيع ، كما يتوقف على مقدار العلاقة بين هذين المتغيرين .

في مثل هذه الحالات ، أي حينما لا تقع نقط التوزيع على خط مستقيم معين أو منحني معين ، نحاول حينئذ أن نبحث عن أحسن خط يكون أقرب ما يمكن من أغلب النقط ، أي نبحث عن أقرب خط يشير إلى الاتجاه العام الذي يتخذه أحد المتغيرين بالنسبة للمتغير الآخر بحيث يكون من المعقول اعتباره ممثلاً للعلاقة بين المتغيرين ، ويسمى هذا الخط بخط أحسن مطابقة *The Best Fitting Line* أو بخط الانحدار *Regression Line* لأن النقط تكون متراكمة حوله وتميل إلى أن تنحدر واقعة عليه .

وتتضمن فكرة الانحدار فروضاً ثلاثة :

الأول : أن هناك خطاً في قياس أحد المتغيرين أو كليهما .

والثاني : أن كلا من المتغيرين لا يكون متأثراً فقط بالآخر بل يكون متأثراً أيضاً بعوامل أخرى خارجية .

والثالث : أنه بالرغم من أخطاء القياس وتأثير العوامل الخارجية فهناك قانون مثالي يربط بين المتغيرين . أي أننا نفترض أنه لولا وجود هذه الأخطاء

وهذه العوامل الخارجية لارتبط المتغيران بمعادلة جبرية تمثل خطأ مستقبلاً ممهداً
هو خط الانحدار . وعلى هذه الأسس نستطيع اعتبار أن خط الانحدار هو
خط يمثل العلاقة الحقيقية بين المتغيرين .

ولكن ماذا نعلم بخط أحسن مطابقة ؟

لعل الباحث يتذكر أنه عند مناقشتنا للتوسط الحسابي والانحراف المعياري
في الفصلين الثالث والرابع ذكرنا أن المتوسط هو تلك النقطة في التوزيع التي
تجعل مجموع مربعات انحرافات قيم التوزيع عنها أقل ما يمكن (وتسمى هذه
الخاصية بالمربعات الصغرى Least Sum Squares) . فمبدأ تطبيق طريقة
المربعات الصغرى على مفهوم الارتباط والانحدار يمكن تعريف خط أحسن
مطابقة بأنه ذلك الخط الذي يجعل مجموع مربعات الانحرافات عنه أقل ما يمكن ،
ويسمى هذا الخط بخط الانحدار .

طريقة المربعات الصغرى :

Method of Least Squares

لنبحث الآن عن كيفية تحديد خط الانحدار المناسب لمجموعة من البيانات
ذات المتغيرين ، وهو ما يطلق عليه أحيانا توفيق خطوط الانحدار
Fitting Regression Line to Data . ولإجراء ذلك نبدأ برسم شكل
انتشاري بأن نعين لكل زوج مرتب من الملاحظات أو القياسات الخاصة
بالمتغيرين موضع البحث نقطة في الشكل البياني .

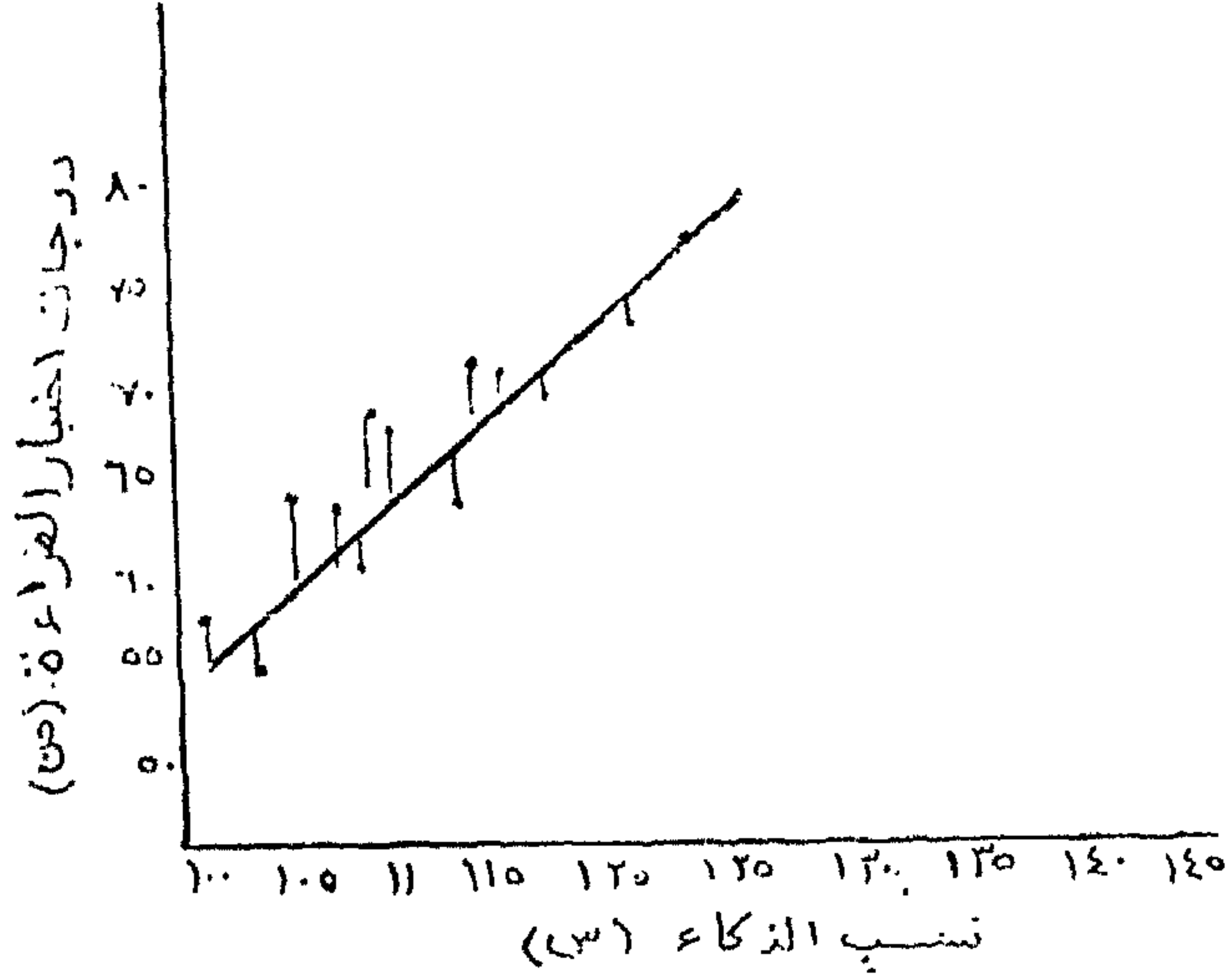
واتوضيح ذلك نفترض أن لدينا مجموعة من البيانات الموضحة في جدول
رقم (٨١) وهي عبارة عن نسب الذكاء ودرجات اختبار في القراءة لمجموعة
تتكون من ١٨ طالبا كالتالي :

درجات اختبار القراء (ص)	نسب الذكاء (س)	رقم الطالب
٦٦	١١٨	١
٥٠	٩٩	٢
٧٣	١١٨	٣
٦٩	١٢١	٤
٧٢	١٢٣	٥
٥٤	٩٨	٦
٧٤	١٢١	٧
٧٠	١٢١	٨
٦٥	١٠٨	٩
٦٢	١١١	١٠
٦٥	١١٨	١١
٦٣	١١٢	١٢
٦٧	١١٣	١٣
٥٩	١١١	١٤
٦٠	١٠٦	١٥
٥١	١٠٢	١٦
٧٠	١١٣	١٧
٥٧	١٠١	١٨
١١٥٥	٢٠٢٤	المجموع

جدول رقم (٨١)

نسب ذكاء ودرجات اختبار في القراءة لمجموعة تتكون من ١٨ طالباً

والشكل الانتشاري لهذه البيانات موضح بالشكل رقم (٥٤) الآتي :



شكل رقم (٥٥)

شكل انتشاري للبيانات الموضحة بجدول رقم (٨١)

فبالرغم من عدم انتظام النقط في الشكل السابق إلا أننا نلاحظ أن درجات اختبار القراءة تميل إلى الزيادة بزيادة نسب الذكاء .

فإذا علمنا على سبيل المثال نسب ذكاء أحد الطلاب ، فكيف نتنبأ بدرجةه في اختبار القراءة ؟

وبالطبع يصعب ذلك بمجرد النظر إلى الشكل رقم (٥٥) لعدم انتظام البيانات ، إذ لا يوجد تناظر تام بين مجموعتي الدرجات . وهنا ربما نحاول البحث عن خط أفضل مطابقة للبيانات ، هذا الخط المستقيم يعتبر بمشابة التغير في قيم أحد المتغيرين نتيجة لتغير قيم المتغير الآخر .

أي أن هذا الخط يصف النزعة العامة في البيانات على أساس جميع القيم المعطاة ، وبذلك يمكن بمعلومية نسبة ذكاء أحد الطلاب التنبؤ بدرجةه في اختبار القراءة

باستخدام خصائص هذا الخط المستقيم . فإذا كنا بصدد التنبؤ بقيمة المتغير (ص) بمعلومية المتغير (س) ، فإن طريقة المربعات الصغرى تمكننا من تحديد الخط المستقيم الذى يجعل مجموع مربعات انحرافات جميع النقاط عنه (أى مجموع مربعات المسافات الموازية لمحور الصادات من كل نقطة إلى الخط المستقيم) نهاية صغرى. وهذا الخط يسمى خط انحدار ص على س .

ورسم هذا الخط بمجرد النظر هو أسهل طريقة لإيجاد خط الانحدار ، إلا أنها طريقة ذاتية قد تعطى نتائج تختلف باختلاف الباحث ، كما أنها لا تصلح فى الحالات التى لا تظهر فيها النوعة العامة للبيانات ، أى فى الحالات التى لا يطمئن فيها الباحث إلى اختبار خط بالذات دون غيره . كما أن هذه الطريقة لا تحدد للباحث مدى الخطأ فى اعتبار الخط الذى اختاره ممثلاً للعلاقة بين المتغيرين .

ولذا يكون من الضرورى اختيار طريقة موضوعية لإيجاد خط الانحدار .

ولقد رأينا أن الشرط الأساسى فى اختيار هذا الخط هو أن يكون الفرق أو الانحراف الكلى بين قيم التوزيع (والى تسمى بالقيم المشاهدة) وبين القيم المثالية المناظرة لها على خط الانحدار (وتسمى بالقيم النظرية) أقل ما يمكن . ولكن يمكن فى الحقيقة أن نعثر على خطوط كثيرة تجعل المجموع الجبرى لهذه الفروق أو الانحرافات مساوياً للصفر ، وذلك لإمكان تعادل الفروق الموجبة مع الفروق السالبة ، ولا نستطيع حينئذ أن نميز أى هذه الخطوط هو الأفضل . ولذلك نستخدم مربعات هذه الفروق بدلا من الفروق نفسها حيث لا يمكن أن يحدث تعادل لأنها تكون جميعاً موجبة فى هذه الحالة . والشرط إذن لتوفيق خط الانحدار هو أن يكون مجموع مربعات هذه الفروق أقل ما يمكن . وهذا الشرط لا يتوفر إلا فى خط واحد هو الذى نستطيع اعتباره أفضل من غيره فى تمثيل العلاقة المطلوبة .

وهذا "شرط" يمنحنا طريقة موضوعية لإيجاد خطوط الانحدار ويعتبر بمثابة قاعدة عامة لإيجاد هذه الخطوط . وهذه القاعدة تسمى بقاعدة المربعات الصغرى ويمكن صياغتها كالآتي :

• أفضل خط مطابقة لمجموعة من النقط هو ذلك الخط الذى يجعل مجموع مربعات انحرافات هذه النقط المناظرة لها على هذا الخط نهاية صغرى .

وأول خطوة يجب أن يتخذها الباحث فى بحثه عن خط الانحدار هو الكشف عما إذا كان هذا الخط مستقيماً (معادلته من الدرجة الأولى كما رأينا فيما سبق) أو خطاً منحنياً (له معادلة خاصة) . ويمكن أن يتبين الباحث شكل خط الانحدار بالتأمل فى الشكل الانتشارى إذ غالباً ما يوحى هذا الشكل بالخط المطلوب .

والخطوة الثانية هى أن يستخدم الباحث طريقة المربعات الصغرى لتحديد قيم الثوابت فى معادلة الخط الذى يختاره على ضوء الخطوة الأولى .

وسنناقش فيما يلى هذه الطريقة فى أبسط الحالات وهى حالة الانحدار الخطى البسيط ، ونرجى مناقشة الانحدار غير الخطى إلى الفصل التالى .

إيجاد معادلة خط انحدار ص على س باستخدام الدرجات الخام :

يستخدم خط انحدار ص على س للتنبؤ أو لتقدير قيم ص غير المعلومة التى تناظر قيم س التى تكون معلومة .

ولذلك يجب أن نميز بين قيم ص المشاهدة أو الملاحظة والتى رمزنا لها بالرمز ص ، وقيم ص المتنبأ بها أو التى نود تقديرها وسنرمز لها بالرمز صم

فاذا نظرنا إلى الشكل رقم (٥٤) نجد أن كل قيمة من قيم س يناظرها قيمة من قيم ص ، كما يناظرها قيمة صم تمثل نقطة على خط الانحدار .

وانحراف أو ابتعاد أى نقطة عن خط الانحدار تمثل الفرق بين \bar{y} ، \bar{y}_m ،
أى أن مقدار المسافة $\bar{y} - \bar{y}_m$ الموازية لمحور الصادات تمثل هذا الانحراف.

وطريقة مربعات الانحرافات الصغرى تحدد خط الانحدار بحيث يجعل
مجموع مربعات هذه الفروق نهاية صغرى ،
أى يجعل : $\sum (\bar{y} - \bar{y}_m)^2$ نهاية صغرى .

وسوف نرمز لميل خط انحدار \bar{y} على \bar{x} بالرمز $b_{\bar{y}\bar{x}}$ ، والنقطة التى
يقطع فيها خط الانحدار محور الصادات بالرمز $a_{\bar{y}\bar{x}}$ ، وبذلك تكون معادلة
خط انحدار \bar{y} على \bar{x} هى :

$$\bar{y}_m = b_{\bar{y}\bar{x}} \bar{x} + a_{\bar{y}\bar{x}} \quad (١)$$

ويمكن حساب قيمة كل من الثابتين $b_{\bar{y}\bar{x}}$ ، $a_{\bar{y}\bar{x}}$ باستخدام
الصور الآتية :

$$b_{\bar{y}\bar{x}} = \frac{\sum (\bar{y} - \bar{y}_m)(\bar{x} - \bar{x}_m)}{\sum (\bar{x} - \bar{x}_m)^2} \quad (٢)$$

$$a_{\bar{y}\bar{x}} = \frac{\sum (\bar{y} - \bar{y}_m)}{\sum (\bar{x} - \bar{x}_m)} \quad (٣)$$

$$a_{\bar{y}\bar{x}} = \frac{\sum (\bar{y} - b_{\bar{y}\bar{x}} \bar{x})}{n} \quad (٤)$$

$$\bar{y} - b_{\bar{y}\bar{x}} \bar{x} = a_{\bar{y}\bar{x}} \quad (٥)$$

حيث :

- مجموع قيم S هي مجموع قيم s
، مجموع s هي مجموع قيم s .
، مجموع s هي مجموع حواصل ضرب قيم s ، s المتقابلة .
، مجموع s^2 هي مجموع مربعات قيم s .
، \bar{s} هي متوسط قيم s
، $\overline{s^2}$ هي متوسط قيم s^2

و بالطبع فإن لإثبات هذه الصور الجبرية يحتاج إلى استخدام بعض الرياضيات العالية وهذا خارج عن نطاق هذا الكتاب التزاما بما ذكرناه في المقدمة ، وهو أننا لا نفترض أن كل باحث نفسى وتربوى يكون ملما إلماما كافيا بأسس وقواعد الرياضيات العالية . فما يهمنا هنا هو كيف يستخدم الباحث هذه الصور في تحليل بيانات بحثه .

ويمكن توضيح ذلك بتطبيق الصور رقم ٢ ، ٤ ، ١ السابقة على البيانات الموضحة بالجدول رقم (٨١) السابق للحصول على معادلة خط انحدار s (درجات اختبار القراءة) على s (نسب الذكاء) .

ويمكن تلخيص ذلك فى الخطوات الآتية :

- ١ — نجمع قيم s
- ٢ — نجمع قيم s^2
- ٣ — نربع قيم s
- ٤ — نوجد مجموع حواصل ضرب قيم s ، s المتقابلة .
- ٥ — نجمع حواصل ضرب قيم s s المتقابلة .

٦	٥	٤	٣	٢	١
درجة اختبار القراءة المتوقعة ص م	س ص	س ^٢	درجات اختبار القراءة (ص)	نسبة الذكاء (س)	رقم الطالب
٦٨	٧٧٨٨	١٣٩٢٤	٦٦	١١٨	١
٥٥	٤٩٥٠	٩٨٠١	٥٠	٩٩	٢
٦٨	٨٦١٤	١٣٩٢٤	٧٣	١١٨	٣
٧٠	٨٣٤٩	١٤٦٤١	٦٩	١٢١	٤
٧١	٨٨٥٦	١٥١٢٩	٧٢	١٢٣	٥
٥٤	٥٢٩٢	٩٦٠٤	٥٤	٩٨	٦
٧٧	٩٦٩٤	١٧١٦١	٧٤	١٣١	٧
٧٠	٨٤٧٠	١٤٦٤١	٧٠	١٢١	٨
٦١	٧٠٢٠	١١٦٦٤	٦٥	١٠٨	٩
٦٣	٦٨٨٢	١٢٣٢١	٦٢	١١١	١٠
٦٨	٧٦٧٠	١٣٩٢٤	٦٥	١١٨	١١
٦٤	٧٠٥٦	١٢٥٤٤	٦٣	١١٢	١٢
٦٥	٧٥٧١	١٢٧٦٩	٦٧	١١٣	١٣
٦٣	٦٥٤٩	١٢٣٢١	٥٩	١١١	١٤
٦٠	٦٣٦٠	١١٢٣٦	٦٠	١٠٦	١٥
٥٧	٦٠١٨	١٠٤٠٤	٥٩	١٠٢	١٦
٦٥	٧٩١٠	١٢٧٦٩	٧٠	١١٣	١٧
٥٧	٥٧٥٧	١٠٢٠١	٥٧	١٠١	١٨
	١٣٠٨٠٦	٢٢٨٩٧٨	١١٥٥	٢٠٢٤	المجموع

جسءول رقم (٨٢)

خطوات حساب معادلة انحدار ص على س

ومن الجدول رقم (٨٢) يتضح أن :

$$\text{مجموع ص} = ١٣٠٨٠٦$$

$$\text{مجموع س} = ٢٠٢٤$$

$$\text{مجموع ص} = ١١٥٥$$

$$\text{مجموع س}^2 = ٢٢٨٩٧٨$$

$$\text{ن} = ١٨$$

باستخدام الصورة رقم (٢) لحساب ميل خط الانحدار ص على س :

$$\text{ب ص س} = \frac{\text{ن مجموع ص} - \text{مجموع س مجموع ص}}{\text{ن مجموع س}^2 - (\text{مجموع س})^2}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{١١٥٥ \times ٢٠٢٤ - ١٣٠٨٠٦ \times ١٨}{٢(٢٠٢٤) - ٢٢٨٩٧٨ \times ١٨} \\ &= ٠,٦٧٠٨ \end{aligned}$$

وباستخدام الصورة رقم (٤) لإيجاد الجزء الذي يقطعه خط الانحدار من محور الصادات .

$$\text{أ ص س} = \frac{\text{مجموع ص} - \text{ب ص س} \times \text{ن}}{\text{ن}}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{٢٢٠٤ \times ٠,٦٧٠٨ - ١١٥٥}{١٨} \\ &= ١١,٢٥ \end{aligned}$$

وبذلك تكون معادلة خط الانحدار ص على س هي :

$$\text{ص م} = ٠,٦٧٠٨ \text{ س} - ١١,٢٥$$

ويمكن استخدام هذه المعادلة في التنبؤ بقيم ص بمعلومية قيم س . وبين العمود رقم ٦ في الجدول رقم (٨٢) السابق درجات اختبار القراءة المتنبأ بها باستخدام قيم ص بعد التعويض بهذه القيم في معادلة خط الانحدار التي حصلنا عليها .

إيجاد معادلة خط انحدار س على ص باستخدام الدرجات الخام :

أوجدنا فيما سبق معادلة خط انحدار ص على س . وقد حددنا هذا الخط بحيث يجعل مجموع مربعات المسافات المبينة بالشكل الانتشاري الموازية لمحور المصادات من النقط إلى خط الانحدار نهاية صغرى . وقد كانت المشكلة المطروحة هي التنبؤ بأقل قدر ممكن من الخطأ بدرجات اختبار القراءة بمعلومية نسب الذكاء . أما إذا كنا نريد التنبؤ بنسب الذكاء بمعلومية درجات اختبار القراءة إذا افترضنا أن نسب الذكاء هي قيم دقيقة وأن درجات اختبار القراءة قد تعرضت للخطأ عند قياسها، فإننا يجب أن نستخدم خط انحدار مختلف عن الخط الأول ، ويسمى خط انحدار س على ص .

وهذا الخط يجب أن يجعل مجموع مربعات المسافات الموازية للمحور السيني من النقط إلى خط الانحدار نهاية صغرى . فإذا افترضنا أن س هي القيمة المشاهدة أو الملاحظة ، س م هي القيمة المتنبأ بها أو التي نريد تقدير قيمتها بمعلومية ص . فإننا يجب أن نبحث عن خط الانحدار الذي يجعل (س - س م)^٢ نهاية صغرى .

وبذلك تكون معادلة خط انحدار س على ص هي .

$$\text{س م} = \text{ب س ص} + \text{أ س ص} \quad (٦)$$

حيث س م ترمز إلى قيمة س المتنبأ بها والتي نريد تقدير قيمتها .

، ب س ص ترمز إلى ميل خط الانحدار س على ص .

، أ س ص ترمز إلى نقطة تقاطع خط الانحدار مع المحور السيني .

ويمكن حساب قيمة كل من ب س ص ، أ س ص باستخدام الصورتين الآتيتين :

$$(٧) \quad \text{ب س ص} = \frac{\text{ن م ج س ص} - \text{م ج س م ج ص}}{\text{ن م ج ص}^2 - (\text{م ج ص})^2} \dots\dots\dots (٧)$$

$$(٧) \quad \dots\dots\dots = \frac{\text{ن م ج س ص} - \text{ن م س م ج ص}}{\text{م ج ص}^2 - \text{ن م س}^2}$$

$$(٩) \quad \dots\dots\dots = \frac{\text{م ج س} - \text{ب س ص م ج ص}}{\text{ن}} \quad ،$$

$$(١٠) \quad \dots\dots\dots = \text{س} - \text{ب س ص م ج ص}$$

ويمكن تطبيق الصور ٧ ، ٩ ، ٦ على البيانات الموضحة بالجدول رقم (٨١) لإيجاد معادلة خط انحدار س على ص .

حيث نجد أن :

$$\text{م ج ص}^2 = ٧٤٨٥٥$$

وقد سبق أن حصلنا على قيم م ج س ص ، م ج س ، م ج ص عند إيجاد معادلة خط انحدار ص على س .

$$\frac{1100 \times 2204 - 130806 \times 18}{(1100)^2 - 74800 \times 18} = \text{ب س ص} ,$$

$$1,207 =$$

$$\frac{1100 \times 1207 - 2024}{18} = \text{أ س ص} ,$$

$$34,98 =$$

وبذلك تكون معادلة خط الانحدار س على ص هي :

$$\text{س م} = 1,207 \text{ ص} + 34,98$$

ويمكن استخدام هذه المعادلة في التنبؤ بقيم س بمعلومية قيم ص .

ويتضح أن خط الانحدار الأول يختلف عن خط الانحدار الثاني فهما خطان مختلفان لكل منهما معادلاته الخاصة ، وكل منهما يعبر عن علاقة تقريبية بين المتغيرين .

ولكنهما ينطبقان بعضهما على بعض ويصبحان خطاً واحداً إذا كان معامل الارتباط بين المتغيرين تاماً أى $+1$ أو -1 . أما إذا لم يكن الارتباط تاماً فإنه يمكن أن نضرب المعادلتين ١٤ ، ١٥ الآتي ذكرهما لنثبت أن :

$$(11) \quad \overline{\text{ب س ص} \times \text{ب س ص}} = \pm$$

فنظراً لاختلاف معادلتى خطى الانحدار في المثال السابق فإن معامل الارتباط بين نسب الذكاء ودرجات اختبار القراءة :

$$\sqrt{1,207 \times 0,6708} =$$

$$= 0,9 \text{ تقريباً} .$$

ويمكن أن يتأكد الباحث من ذلك بحساب معامل الارتباط بين المتغيرين
س ، ص الموضحين في الجدول رقم (٨١) بإحدى الطرق التي ذكرناها في الفصل
السابق وسيجد أنه قد حصل على نفس القيمة .

إيجاد معادلتى خطى الانحدار باستخدام طريقة الانحرافات :

يمكن إيجاد معادلتى خطى الانحدار باستخدام طريقة انحراف قيم كل متغير
عن متوسط المتغير بدلا من استخدام الدرجات الخام ، أى أن :

$$\text{انحراف الدرجة س عن المتوسط} = \text{س} - \bar{\text{س}}$$

$$\text{وانحراف الدرجة ص عن المتوسط} = \text{ص} - \bar{\text{ص}}$$

وعندئذ يمكن التعبير عن ب ص س ، ب ص ص كالتالى :

$$\text{ب ص س} = \frac{\text{مجم} (\text{س} - \bar{\text{س}}) (\text{ص} - \bar{\text{ص}})}{\text{مجم} (\text{س} - \bar{\text{س}})^2}$$

... (١٢)

$$\text{ب ص ص} = \frac{\text{مجم} (\text{س} - \bar{\text{س}}) (\text{ص} - \bar{\text{ص}})}{\text{مجم} (\text{ص} - \bar{\text{ص}})^2}$$

..... (١٣)

وقيم ب ص س ، ب ص ص هى نفس القيم التى نحصل عليها باستخدام طريقة
الدرجات الخام ، والاختلاف الرئيسى بينهما يرجع إلى اختلاف المحاور المرجعية
التي تناسب إليها النقط . ونقطة تقاطع خطى الانحدار بالنسبة لهذه المحاور المرجعية
الجديدة هى نقطة الأصل .

أى أن $أصس = أسص = صفر$.

العلاقة بين الانحدار والارتباط :

وجدنا فيما سبق أنه يمكن تحديد خطى انحدار لآى مجموعة من البيانات ، وأن لكل من هذين الخطين معادلة خاصة به ، وذكرنا أنه إذا كان معامل الارتباط بين المتغيرين هو $+ ١$ أو $- ١$ فإن جميع النقط فى الشكل الانتشارى سوف تقع على خط مستقيم ، وعندئذ ينطبق خطى الانحدار ويصبحان خطاً واحداً . أما إذا ابتعدت القيمة المطلقة لمعامل الارتباط (أى قيمة معامل الارتباط بصرف النظر عن الإشارة) عن الواحد الصحيح فإن خطى الانحدار سوف يميل كل منهما على الآخر بزاوية معينة .

وعلى وجه العموم ، فإنه كلما انخفضت قيمة معامل الارتباط بين المتغيرين زاد مقدار الزاوية بين خطى الانحدار ، وإذا لم تكن هناك علاقة على الإطلاق بين المتغيرين بمعنى أن يكون المتغيران مستقلان استقلالاً تاماً عن بعضهما يتعامد خطى الانحدار ، أى تصبح الزاوية بينهما قائمة (٩٠°) .

وفى الحقيقة توجد علاقة بسيطة تربط معامل الارتباط يميل خطى الانحدار يمكن إثباتها كما يلى :

أولاً — ميل خط انحدار ص على س :

سبق أن أوضحنا فى الصورة رقم (١٢) أن :

$$بصص = \frac{ب(س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{ب(س - \bar{س})^2}$$

ولكن سبق أن ذكرنا أن لإحدى طرق حساب قيمة معامل الارتباط هى

$$r = \frac{\frac{\frac{1}{2} (s - \bar{s}) (v - \bar{v})}{\frac{1}{2} (s - \bar{s}) \times \frac{1}{2} (v - \bar{v})}}{\frac{1}{2} (s - \bar{s}) \times \frac{1}{2} (v - \bar{v})}$$

ای آن :

$$\frac{\frac{1}{2} (s - \bar{s}) (v - \bar{v})}{\frac{1}{2} (s - \bar{s}) \times \frac{1}{2} (v - \bar{v})} = r$$

$$\frac{\frac{1}{2} (s - \bar{s})}{n} = \text{و نحن نعلم أن التباين ع' س}$$

$$\text{ای آن : } \frac{1}{2} (s - \bar{s}) = \text{ن ع' س}$$

$$\frac{\frac{1}{2} (v - \bar{v})}{n} = \text{وبالمثل التباين ع' ص}$$

$$\text{ای آن : } \frac{1}{2} (v - \bar{v}) = \text{ن ع' ص}$$

$$\frac{\frac{1}{2} (s - \bar{s}) \times \frac{1}{2} (v - \bar{v})}{\frac{1}{2} (s - \bar{s}) \times \frac{1}{2} (v - \bar{v})} = r \text{ لأن ب ص س}$$

$$\frac{\frac{1}{2} (s - \bar{s})}{\frac{1}{2} (s - \bar{s})} \times r =$$

$$\frac{\frac{1}{2} (v - \bar{v})}{\frac{1}{2} (v - \bar{v})} \times r =$$

(١٤)

ثانيا : ميل خط انحدار س على ص :

وبالمثل يمكن إثبات أن ميل خط انحدار س على ص هو :

$$(١٥) \quad \text{ب س ص} = \frac{\text{ع ص}}{\text{ع ص}} \times \text{ر}$$

معادلة خط انحدار ص على س باستخدام معامل الارتباط :

أثبتنا فيما سبق أن :

$$\text{ب س ص} = \text{ر} \frac{\text{ع ص}}{\text{ع ص}}$$

وقد سبق أن أوضحنا في الصورة رقم (٥) أن :

$$\text{أ ص س} = \text{ص ص} - \text{ب ص س}$$

وبالتعويض عن قيمة كل من ب ص س ، أ ص س في معادلة خط انحدار ص على س ، وهي :

$$\text{ص ص} = \text{ب ص س} + \text{أ ص س}$$

$$\text{ص ص} = \text{ر} \frac{\text{ع ص}}{\text{ع ص}} + \text{ص ص} - \text{ر} \frac{\text{ع ص}}{\text{ع ص}} \times \text{س}$$

$$(١٦) \quad \text{ص ص} = \text{ص ص} + \text{ر} \frac{\text{ع ص}}{\text{ع ص}} (\text{س} - \text{س ص}) \dots$$

معادلة خط انحدار س على ص باستخدام معامل الارتباط :

نظرا لوجود معادلة انحدار مختلفة تستخدم للتنبؤ بقيم المتغير س بمعلومية قيم المتغير ص .

فإنه يمكن بالمثل إثبات أن معادلة خط انحدار س على ص هي :

$$س = \bar{س} + ر \frac{ع_{ص}}{ع_{س}} (ص - \bar{ص}) \quad (١٧)$$

فإذا أمعنا النظر في الحد الثاني للطرف الأيسر من كل من المعادلتين ١٦ ، ١٧ وهو :

$$ر \frac{ع_{ص}}{ع_{س}} (س - \bar{س}) \quad \text{أو} \quad ر \frac{ع_{س}}{ع_{ص}} (ص - \bar{ص})$$

يمكن أن تبين أنه كلما زادت قيمة معامل الارتباط ر ، كلما زادت قيمة هذا الحد . ويمثل هذا الحد الانحراف المتنبأ به عن متوسط العينة الناشئ عن انحدار ص على س أو س على ص . أي أننا يمكن أن نستنتج أنه كلما زادت قيمة معامل الارتباط ، كلما زاد مقدار الانحراف المتنبأ به عن متوسط العينة . فإذا ما أصبح معامل الارتباط تاما (١ + أو - ١) يصبح مقدار الانحراف المتنبأ به أكبر ما يمكن ، وإذا كان معامل الارتباط صفرا فإن مقدار الانحراف المتنبأ به يكون صفرا أيضا . ولهذا فإنه عندما تكون ر = صفرا تصبح ص = ص̄ ، س = س̄ . وهذا يعني أنه عندما تنعدم العلاقة بين متغيرين ، فإن أفضل تنبؤ لقيمة معينة من قيم أحد المتغيرين هو متوسط توزيع هذا المتغير .

مثال توضيحي (١) :

لتوضيح كيفية تطبيق معادلة خط الانحدار باستخدام معامل الارتباط نعود إلى المثال الذي قدمناه في مستهل هذا الفصل . فالطالب حصل على الدرجة ٦٢ في اختبار نصف العام في إحدى المواد الدراسية ، ونود أن نقبأ بدرجةه في اختبار آخر العام في نفس المادة الدراسية مستخدمين البيانات الآتية :

اختبار نصف العام	اختبار آخر العام
المتوسط $\bar{س} = ٧٠$	$\bar{ص} = ٧٥$
الانحراف المعياري $عس = ٤$	$عص = ٨$

، معامل الارتباط بين الاختبارين $ر = ٠,٦٠$. للحصول على الدرجة المتنبأ بها يجب أن نحصل على معادلة خط انحدار ص على س لأننا نود التنبؤ بدرجة الطالب في اختبار آخر العام (ص) بمعلومية درجته في اختبار نصف العام (س).

ولذلك يجب أن نطبق المعادلة رقم (١٦) وهي :

$$صم = \bar{ص} + ر \frac{عص}{عس} (س - \bar{س})$$

$$= ٧٥ + ٠,٦٠ \left(\frac{٨}{٤} \right) (٧٠ - ٦٢)$$

$$= ٧٥ + ٠,٦٠ \times ٢ \times ٨$$

$$= ٧٥ + ٩,٦٠$$

$$= ٨٤,٦$$

مثال توضيحي (٢) :

إذا حصل الطالب على الدرجة ٧٦ في اختبار نصف العام . ما هي الدرجة المتنبأ بها في اختبار آخر العام مستخدماً نفس البيانات ؟

للحصول على الدرجة المتنبأ بها نطبق المعادلة رقم (١٦) كالآتي :

$$\text{م.م} = \overline{\text{م.ر}} + \frac{\text{ع.م}}{\text{ع.س}} (\text{س.س} - \overline{\text{س.س}})$$

$$= ٧٥ + ٠,٦ \left(\frac{٨}{٤} \right) (٧٠ - ٧٦)$$

$$= ٧٥ + ٧,٢$$

$$= ٨٢,٢٠$$

أما إذا كان المطلوب التنبؤ بدرجات اختبار ما (س) بمعلومية درجات اختبار آخر (م.ر) ، فإنه يمكن اتباع نفس الطريقة مع استخدام المعادلة رقم (١٧) بدلاً من المعادلة رقم (١٦) .

ويجب على الباحث أن يدرك أن هدفنا من تقديم هذين المثالين هو مجرد توضيح كيفية تطبيق معادلات خطي الانحدار . إذ ليس هناك ما يدعو إلى أن نتنبأ بدرجة طالب في اختبار ما باستخدام اختبار آخر ولدينا جميع البيانات الملاحظة .

وفي الواقع العملي نستخدم الطرق الارتباطية للتنبؤ بأداء الأفراد الذين ينتمون إلى عينات أخرى ربما تتواجد في وقت لاحق حيث تكون قيم المتغير المتنبأ به

غير معلومة . مثال ذلك استخدام درجات اختبار في الاستعداد الموسيقي للتنبؤ بنجاح الطلاب المتقدمين لمعاهد الموسيقى في سنوات تالية حيث تكون درجات تحصيلهم في الموسيقى غير معلومة عند اتخاذ قرارات بشأن قبولهم في هذه المعاهد .

إيجاد معادلتى خطى الانحدار باستخدام الدرجات المعيارية :

هنا مناقشتنا لمفهوم معامل الارتباط أكدنا أهمية العلاقة القائمة بين معامل الارتباط والدرجات المعيارية . فقد عرفنا معامل الارتباط بأنه متوسط مجموع حواصل ضرب الدرجات المعيارية المتقابلة لكل من المتغيرين ، فإذا حولنا قيم كل من المتغيرين x ، y إلى درجات معيارية فإن :

$$\frac{y - \bar{y}}{s_y} = r \frac{x - \bar{x}}{s_x}$$

ونحن نعلم أن الانحراف المعياري للدرجات المعيارية هو الواحد الصحيح :

أي أن :

$$\frac{y - \bar{y}}{s_y} = 1 \quad \frac{x - \bar{x}}{s_x} = 1$$

وباستخدام هذه المعلومات يمكن استنتاج أن ميل كل من خطى الانحدار في صورته المعيارية يكون مساوياً لمعامل الارتباط لأن :

$$b_{yx} = r \frac{s_y}{s_x}$$

$$\text{ولكن } s_y = s_x$$

$$\text{إذن } b_{yx} = r$$

$$\text{وبالمثل } b_{xy} = r$$

ويمكن إيجاد معادلة خط انحدار \bar{v} على s باستخدام الدرجات المعيارية كالآتي :

حيث إن :

$$\bar{v}_m = \bar{v} + r \frac{v_m - \bar{v}}{s - \bar{s}}$$

وهذه يمكن كتابتها على الصورة الآتية :

$$\frac{v_m - \bar{v}_m}{v_m - \bar{v}} = \frac{s - \bar{s}}{s - \bar{s}}$$

وهي الدرجة المعيارية المنتهية بها . أى
تساوى v_m محولة إلى درجة معيارية

$$d_m = \frac{v_m - \bar{v}_m}{v_m - \bar{v}}$$

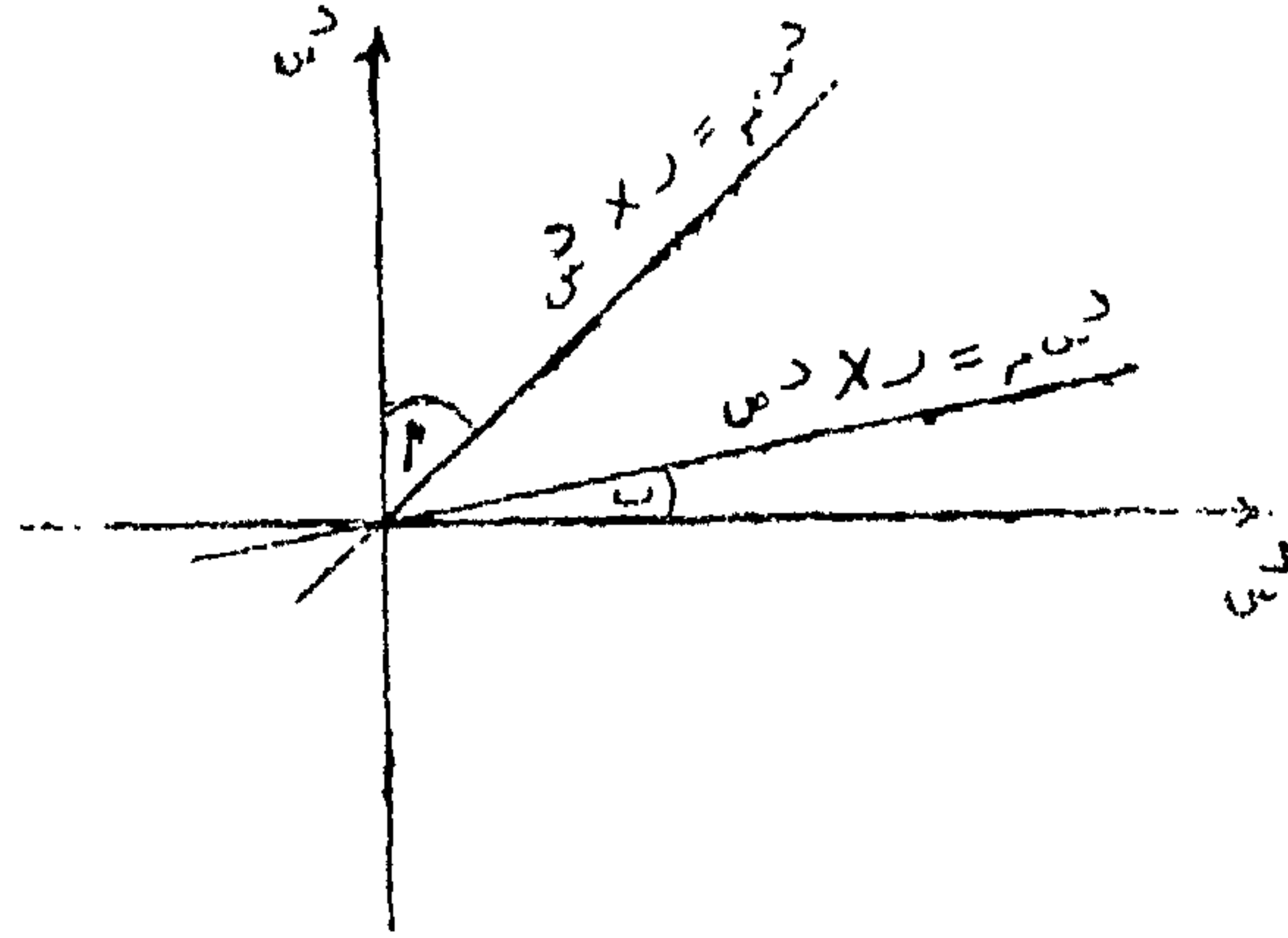
$$d_s = \frac{s - \bar{s}}{s - \bar{s}}$$

$$d_m = r \times d_s \quad (18)$$

وبالمثل يمكن إيجاد معادلة خط انحدار s على v باستخدام الدرجات المعيارية وهي :

$$d_s = r \times d_v \quad (19)$$

فإذا رسمنا شكلاً انتشارياً للدرجات المعيارية المتقابلة لمتغيرين ، ثم وفقنا أفضل خطى انحدار للبيانات فإنهما يظهران كما بالشكل رقم (٥٦) الآتى :



شكل رقم (٥٦)
خطى الانحدار فى صورتيهما
المعياريتين ، الزاوية ١ = الزاوية ٢

ومن هذا الشكل يتضح أن ميل خط الانحدار :

$$\frac{دس}{دس} = \frac{دس}{دس} \times \frac{دس}{دس} \text{ بالنسبة إلى المحور دس يساوى ميل خط}$$

$$\text{الانحدار دس} = \frac{دس}{دس} \times \frac{دس}{دس} \text{ بالنسبة إلى محور دس. وإذا كان معامل}$$

الارتباط تاماً ينطبق خطى الانحدار بهما على البعض بحيث يميل كل منهما على المحورين دس ، دس بزاوية ٤٥° ، ويكون ميل كل منهما فى هذه الحالة مساوياً الواحد الصحيح (لأن ظل الزاوية ٤٥° = ١) .

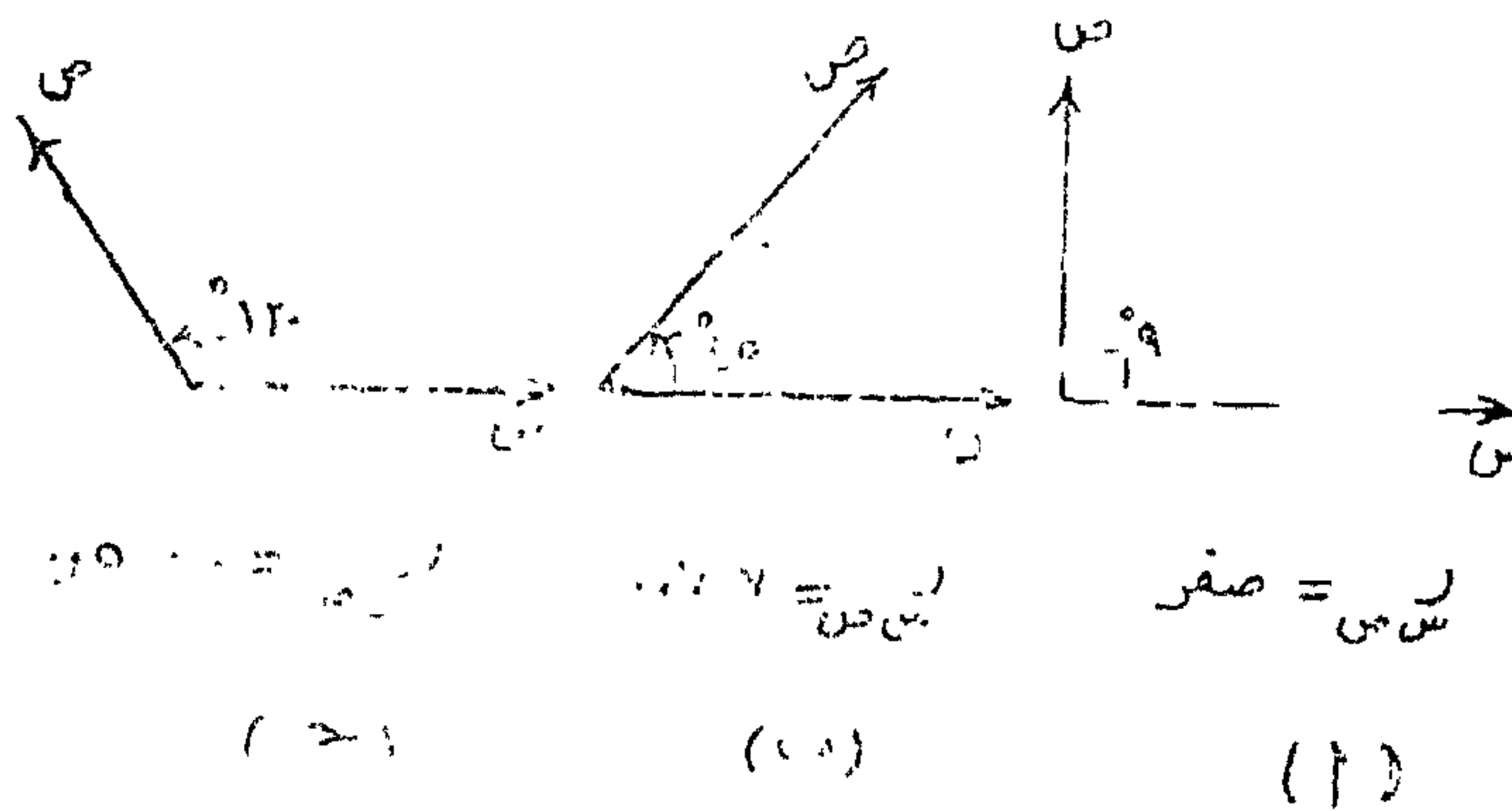
أما إذا كان معامل الارتباط = صفر ، فإن خطى الانحدار يتعامدان ، أى تكون الزاوية بينهما ٩٠° ، وعندئذ ينطبق أحد خطى الانحدار على محور دس ، وينطبق الخط الآخر على محور دس .

التمثيل الهندسي للارتباط :

يفيد التمثيل الهندسي للارتباط في تصور العلاقة بين متغيرين وبخاصة إذا كان لدينا أكثر من متغيرين كما سنرى في الباب الثالث .

وقد ذكرنا أنه توجد علاقة بسيطة بين الارتباط والانحدار إذا عبرنا عن كل من المتغيرين في صورة درجات معيارية . فإل خط الانحدار بالنسبة إلى محور مرجعي يساوى معامل الارتباط كما هو مبين بالشكل رقم (٥٥) . وتوجد في مثل هذه الحالة أيضا علاقة بسيطة بين معامل الارتباط والزاوية المحصورة بين خطى الانحدار . فمعامل الارتباط يساوى جيب تمام الزاوية المحصورة بين خطى الانحدار . فعندما يكون معامل الارتباط ± 1 صفرًا يتعامد خطا الانحدار (أى تصبح الزاوية بينهما 90° ، حتا 0°) وعندما يكون معامل الارتباط ± 1 ينطبق خطا الانحدار (أى تصبح الزاوية بينهما 0° صفرًا ، متناصفرًا 180°) .

وبالرغم من أن هذا يعد تبسيطًا أكثر من الواجب لمفهوم الارتباط ، إلا أن الفكرة الأساسية هي تمثيل كل من المتغيرين بخط مستقيم له مقدار واتجاه ، ويسمى حينئذ متجه Vector . والشكل رقم (٥٧) يمثل هندسيا ثلاثة معاملات ارتباط مقاديرها مختلفة .



شكل رقم (٥٧)
التمثيل الهندسي لثلاثة معاملات
ارتباط مقاديرها مختلفة

فن الشكل يتضح أن الارتباط التام يمكن تمثيله هندسياً بمتجهين متعامدين ،
والارتباط الذى قيمته ٠,٧٠٧ ، يمكن تمثيله بمتجهين يحصران بينهما زاوية
٥٤٥° ، والارتباط الذى قيمته — ٠,٥٠٠ ، يمكن تمثيله بمتجهين يحصران بينهما
زاوية ١٢٠° . ونلاحظ أننا افترضنا أن طول كل متجه يساوى الوحدة . ولكن
فى بعض الحالات التى يستخدم فيها مثل هذا التمثيل الهندسى ، فإن طول المتجه
ربما يكون له معنى دقيق وربما يكون طوله أقل من الواحد الصحيح .

والجدول الآتى رقم (٨٣) يوضح بعض قيم معاملات الارتباط ، أى قيم
جيب تمام الزاوية المحصورة بين متجهى المتغيرين س ، ص .

الزاوية	معامل الارتباط
٩٠°	صفر
٨٠°	٠,١٧٤
٧٠°	٠,٣٤٢
٦٠°	٠,٥٠٠
٥٥°	٠,٦٤٢
٥٤°	٠,٧٦٦
٥٣°	٠,٨٦٦
٥٢°	٠,٩٤٠
٥١°	٠,٩٨٥
صفر	١,٠٠٠

جدول رقم (٨٣)
بعض قيم معاملات الارتباط ، أى قيم
جيب تمام الزاوية المحصورة بين
متجهى المتغيرين

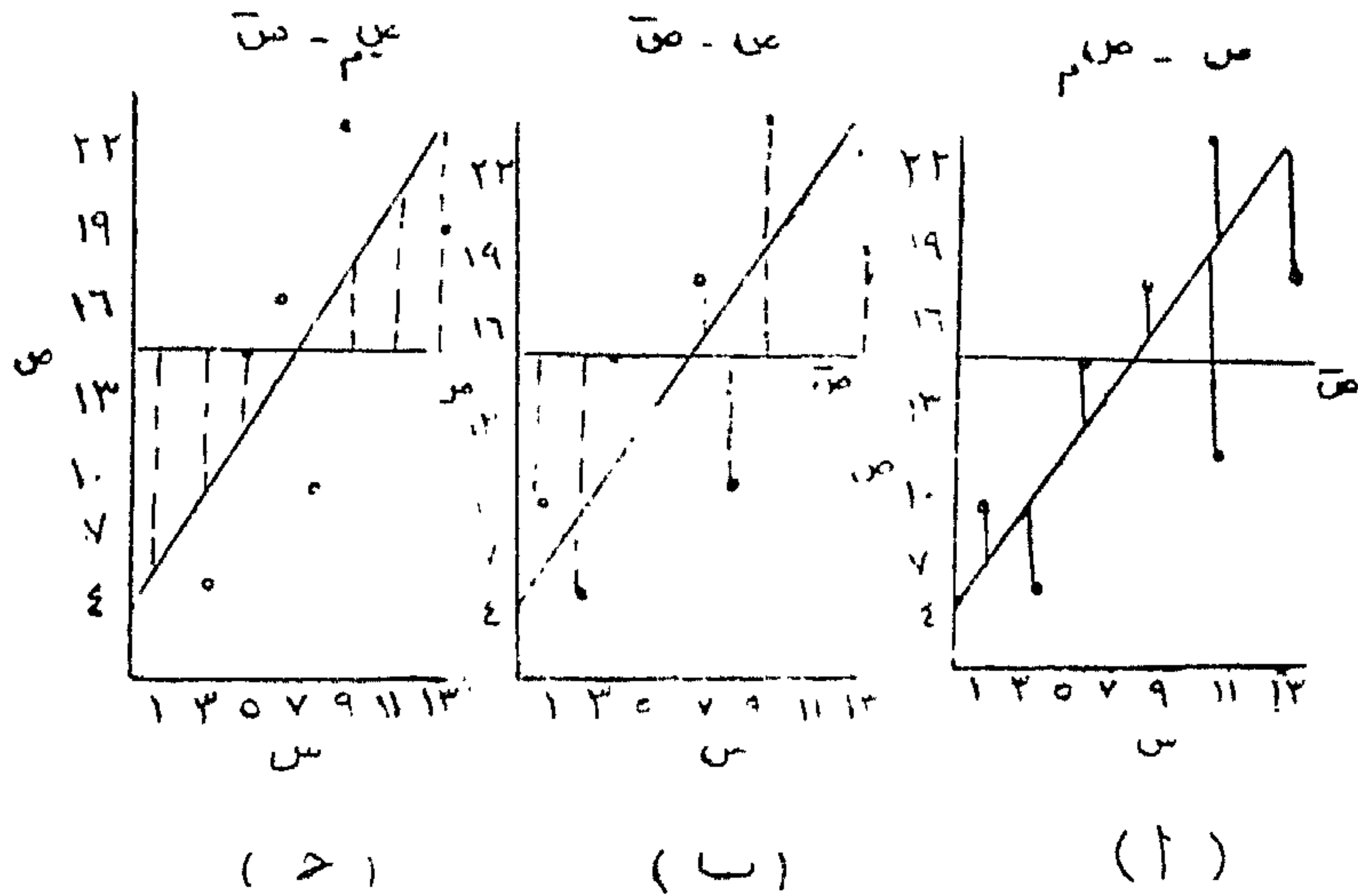
الخطأ المعيارى للتنبؤ :

إذا أراد الباحث التنبؤ بمتغير ما بمعلومية متغير آخر ، فإنه ربما يحتاج إلى

معرفة العلاقة بين معامل الارتباط ومقدار الخطأ في التنبؤ . والتشيل البياني هو أفضل الطرق لتوضيح هذه العلاقة .

الشكل رقم (٥٨) الآتي يوضح خط انحدار المتغير ص على س ، أي الخط الذي يستخدم في التنبؤ بقيم ص بمعلومية قيم س .

وبالرغم من أننا سنقتصر في مناقشتنا على خط انحدار ص على س ، إلا أن المناقشة يمكن أن تنطبق بالمثل على خط انحدار س على ص .



شكل رقم (٥٨)

شكل انتشاري لاز واج الدرجات في متغيرين
يوضح خط انحدار ص على س ، متوسط توزيع
درجات ص أي ص ، $r = 0.82$

فن الشكل يتضح أن جميع النقط لا تقع على خط الانحدار لأننا افترضنا أن معامل الارتباط بين المتغيرين يساوي ٠,٨٢ ، ونحن نعلم أن جميع النقط تقع على خط الانحدار إذا كان معامل الارتباط تاماً ، والانحرافات ص - ص_م في

الشكل الانتشاري (ج) تمثل خطأ التنبؤ . وربما يلاحظ الباحث وجه الشبه بين ص - ص م (أى انحراف الدرجات عن خط الانحدار) ، ص - ص (أى انحراف الدرجات عن المتوسط) . فالمجموع الجبرى لهذه الانحرافات حول خط الانحدار يساوى صفراً . وقد علمنا فيما سبق أن المجموع الجبرى لانحرافات الدرجات عن المتوسط = صفراً . أى أنه يمكننا القول بأن خط الانحدار هو نوع من « المتوسط المتحرك Floating Mean » الذى يأخذ قيما مختلفة على حسب قيم س المستخدمة فى التنبؤ .

ويذكر الباحث أننا عند حساب التباين ع^٢ ، ربعنا الانحرافات عن المتوسط ، وجمعنا هذه المربعات ، وقسمنا الناتج على ن .

ولإيجاد الانحراف المعيارى استخرجنا الجذر التربيعى للتباين الناتج وبنفس الطريقة إذا ربعنا انحراف كل درجة عن خط الانحدار وجمعنا مربع الانحرافات الناتجة : أى ع (ص - ص م)^٢ ، فإنه يمكن أن نأخذ هذا المجموع كأساس لحساب نوع آخر من التباين والانحراف المعيارى .

ويسمى التباين حول خط الانحدار بتباين البواقي Residual Variance ويمكن تعريفه كما يلى :

$$\text{تباين البواقي} = \frac{\sum (ص - ص م)^2}{ن} \quad (٢٠)$$

أما إذا كنا نود التنبؤ بقيم س بمعلومية قيم ص فإن تباين البواقي =

$$\frac{\sum (س - س م)^2}{ن} \quad (٢١)$$

والانحراف المعيارى حول خط الانحدار (والذى يسمى بالخطأ المعيارى للتنبؤ) هو الجذر التربيعى لتباين البواقي . أى أن :

$$\frac{\sqrt{\frac{\sum (ص - \bar{ص})^2}{ن}}}{\sqrt{ن}} = \text{الانحراف المعياري}$$

(٢٢)

وإذا كنا نود التنبؤ بقيم س بمعلومية قيم ص فإن :

$$\frac{\sqrt{\frac{\sum (س - \bar{س})^2}{ن}}}{\sqrt{ن}} = \text{الانحراف المعياري} \quad (٢٣)$$

ويمكن استخدام هذه الصورة الرياضية في حساب الخطأ المعياري للتنبؤ ، إلا أنها تتطلب كثيراً من العمليات الحسابية . والغرض من عرضنا لها هنا هو الوفاء بما التزمنا به في هذا الكتاب والذي ذكرناه في مقدمته من أننا نود أن نضع المفاهيم والطرق والأساليب الإحصائية في إطارها الصحيح ، فعرضنا لهذه الصور يجعل الباحث على دراية بأسس ومعنى الخطأ المعياري للتنبؤ ، وأن هذا الخطأ المعياري يقصد به الانحراف المعياري للدرجات حول خط الانحدار وليس حول متوسط التوزيع .

إلا أنه كما هو الحال غالباً في أساليب تحليل البيانات توجد طريقة أبسط لحساب الخطأ المعياري للتنبؤ وهي :

$$\text{الخطأ المعياري للتنبؤ بقيم ص بمعلومية قيم س} = \sqrt{١ - r^2} \quad (٢٤)$$

والخطأ المعياري للتنبؤ بقيم س بمعلومية قيم ص =

$$\sqrt{١ - r^2} \quad (٢٥)$$

ويمكن توضيح هاتين الصورتين إذا تذكر الباحث تعريف معامل التحديد

ومعامل الاغتراب اللذين ناقشناهما في الفصل السابق ، فمعامل الاغتراب هو نسبة التباين في أحد المتغيرين الذي لا يرجع إلى المتغير الآخر وهو يساوى (١ - ر^٢) ، فإذا ما ضربنا هذا المقدار في القيمة الحقيقية لتباين ص^٢ أى ع^٢ ص فإننا نحصل على مقدار التباين (مقاسا بالوحدات الأصلية للمتغير ص) والتي لا ترجع أو لا تنسب إلى الانحدار . فإذا ما استخرجنا الجذر التربيعي لحاصل الضرب ع^٢ ص (١ - ر^٢) نحصل على الخطأ المعياري للتنبؤ .

ونلاحظ أنه عندما تكون ر = +١ أو -١ يصبح المقدار $\sqrt{1 - r^2}$ صفراً ، وهذا يعنى أنه لا تنحرف أى قيمة عن خط الانحدار بل تقع جميع النقط عليه وعندئذ لا توجد أخطاء في التنبؤ . أما إذا كانت ر = صفراً فإن $\sqrt{1 - r^2} = ١$ وتصبح أخطاء التنبؤ لمثل هذا التوزيع أكبر ما يمكن ، ويصبح تباين ص الذي أمكن تقديره مساوياً لتباين ص الفعلى . وعندئذ يمر خط الانحدار بمتوسط المتغير ص .

ومن هذا يتضح أن الخطأ المعياري للتنبؤ بقيم ص بمعلومية قيم س يتراوح بين صفر ، ع ص وهو يدل ببساطة على مدى تراكم النقط حول خط الانحدار .

ويمكن توضيح ذلك إذا افترضنا أن الانحراف المعياري للمتغير ص أى ع ص = ١٥ . والجدول رقم (٨٤) الآتى يبين قيم الخطأ المعياري للتنبؤ المناظرة لقيم ر المختلفة :

الخطأ المعياري للتنبؤ	$\sqrt{1 - r^2}$	r
١٥,٠٠	١,٠٠٠	صفر
١٤,٩٢	٠,٩٩٥	٠,١٠
١٤,٧٠	٠,٩٨٠	٠,٢٠
١٤,٣١	٠,٩٥٤	٠,٣٠
١٣,٧٥	٠,٩١٧	٠,٤٠
١٢,٩٩	٠,٨٦٦	٠,٥٠
١٢,٠٠	٠,٨٠٠	٠,٦٠
١٠,٧١	٠,٧١٤	٠,٧٠
٩,٠٠	٠,٦٠٠	٠,٨٠
٦,٥٤	٠,٤٣٦	٠,٩٠
صفر	صفر	١,٠٠

جدول رقم (٨٤)

قيم الخطأ المعياري المناظرة لقيم r المختلفة

عندما يكون الانحراف المعياري لتوزيع

المتغير ص = ١٥

ومن الجدول السابق يتضح أن أخطاء التنبؤ كما تقاس بالخطأ المعياري للتنبؤ تكون كبيرة في هذه الحالة حتى عندما تكون قيم r كبيرة نسبياً . فإذا افترضنا أن أخطاء التنبؤ تتوزع توزيعاً اعتدالياً انحرافه المعياري ع ص فإنه يمكننا تفسير مقدار هذا الخطأ . ويجب أن يتذكر الباحث أن ٦٨٪ من الحالات في التوزيع الاعتدالي تقع بين درجتين معياريتين - ١ ، + ١ ، وحوالي ٣٢٪ تقع دون هاتين الدرجتين . فعندما تكون ر = صفراً مثلاً ، ع ص = ١٥ ، أي عندما يكون المتغيران مستقلين عن بعضهما أو غير مرتبطين فإن ٦٨٪ من أخطاء التنبؤ سوف تكون أقل من ١٥ نقطة في كلتا الجهتين ، بينما تكون ٣٢٪ من هذه الأخطاء أكبر من ١٥ نقطة . وعندما تكون ر = ٠,٦٠ فإن ٦٨٪ من أخطاء

التنبؤ سوف تكون أقل من ١٢ نقطة (أنظر الجدول رقم ٨٤) بينما تكون ٢٢٪ من هذه الأخطاء أكبر من ١٢ نقطة . وعندما تكون $r = ٠,٨٠$ فإن ٦٨٪ من أخطاء التنبؤ سوف تكون أقل من ٩ نقط ، وهكذا .

ومن هذا يتضح أنه بالرغم من زيادة قيم معامل الارتباط r إلا أنه لا تزال توجد أخطاء في التنبؤ . وتقل هذه الأخطاء تدريجياً ولكن ببطء كلما زادت قيمة معامل الارتباط . وهذا يجب أن يجعلنا حذرين عند التنبؤ بمتغير باستخدام متغير آخر .

ولإلقاء الضوء على هذه المشكلة نعرض المثال الآتي :

وجد كثير من الباحثين أن معامل الارتباط بين ذكاء الوالدين وذكاء أبنائهم يبلغ حوالي ٠,٥٠ ، وقد استخدم البعض هذا الارتباط لتأكيد دور العوامل الوراثية في الذكاء . فإذا كنا على استعداد لتقبل هذا الرأي ، فإننا يجب أيضاً أن نكون على استعداد لتقبل حقيقة أن التباين في الذكاء الذي يرجع إلى عوامل غير وراثية ولتكن العوامل البيئية سيكون كبيراً بالفعل . فالانحراف المعياري لكثير من اختبارات الذكاء يكون مساوياً ١٥ نقطة من نسب الذكاء . فإذا نظرنا إلى هذه البيانات من الوجهة التنبؤية نجد أنه حتى لو كان معامل الارتباط بين ذكاء الوالدين وذكاء أبنائهم صفراً فإن الخطأ المعياري للتنبؤ سيكون بالطبع مقداره ١٥ نقطة ، وإذا كان معامل الارتباط حوالي ٠,٥٠ كما قررته كثير من البحوث فإن الخطأ المعياري للتنبؤ سوف يكون حوالي ١٣ نقطة . أي أن ارتفاع قيمة معامل الارتباط من الصفر إلى ٠,٥٠ لم تؤدِ إلى انخفاض ملحوظ في قيمة الخطأ المعياري للتنبؤ .

ويجب أن نلاحظ أننا لم نفرق في حساب الخطأ المعياري للتنبؤ بين العلاقة الموجبة والسالبة . فمن الوجهة التنبؤية يكون لمعامل الارتباط $- ٠,٧٠$ نفس الدقة في التنبؤ كما هي لمعامل الارتباط $+ ٠,٧٠$.

مثال (١) :

احسب الخطأ المعياري للتنبؤ بدرجات اختبار فهم المقروء (ص) بمعلومية

درجات اختبار القبول بإحدى السكيات (س) مستخدما البيانات ، الآتية وفسر هذا الخطأ ؟

اختبار القبول	اختبار فهم المقروء
س	ص
$\bar{س} = ٤٧,٦٥$	$\bar{ص} = ٢٩,١٥$
$ع س = ١٣,٨٢$	$ع ص = ١٢,٣٥$

$$r = ٠,٨٤$$

فلإيجاد الخطأ المعياري نطبق المعادلة رقم (٢٥) وهي الخطأ المعياري للتنبؤ بقيم ص بمعلومية قيم س

$$= ع ص \sqrt{١ - r^2}$$

$$= ١٢,٣٥ \sqrt{١ - (٠,٨٤)^2}$$

$$= ٠,٥٢٦٨ \times ١٢,٣٥$$

$$= ٦,٥١$$

وقد أوضحنا فيما سبق أن الخطأ المعياري للتنبؤ له خصائص تشبه خصائص الانحراف المعياري. فمثلا إذا رسمنا خطوطا موازية لخط انحدار ص على س على كل من جانبيه وعلى مسافات تساوي قيمة الخطأ المعياري للتنبؤ ومضاعفاته فإننا سوف نجد أن حوالي ٦٨٪ من الحالات تقع بين + ١ خطأ معياري ، - ١ خطأ معياري ، ٩٥٪ من الحالات تقع بين + ٢ خطأ معياري - ٢ خطأ معياري ، ٩٩٪ من الحالات تقع بين + ٣ خطأ معياري ، - ٣ خطأ معياري . (٢٧ — التحليل)

واستخدام الخطأ المعياري للتنبؤ بهذا الشكل يتطلب أن نتحقق بعض الفروض في البيانات وهي :

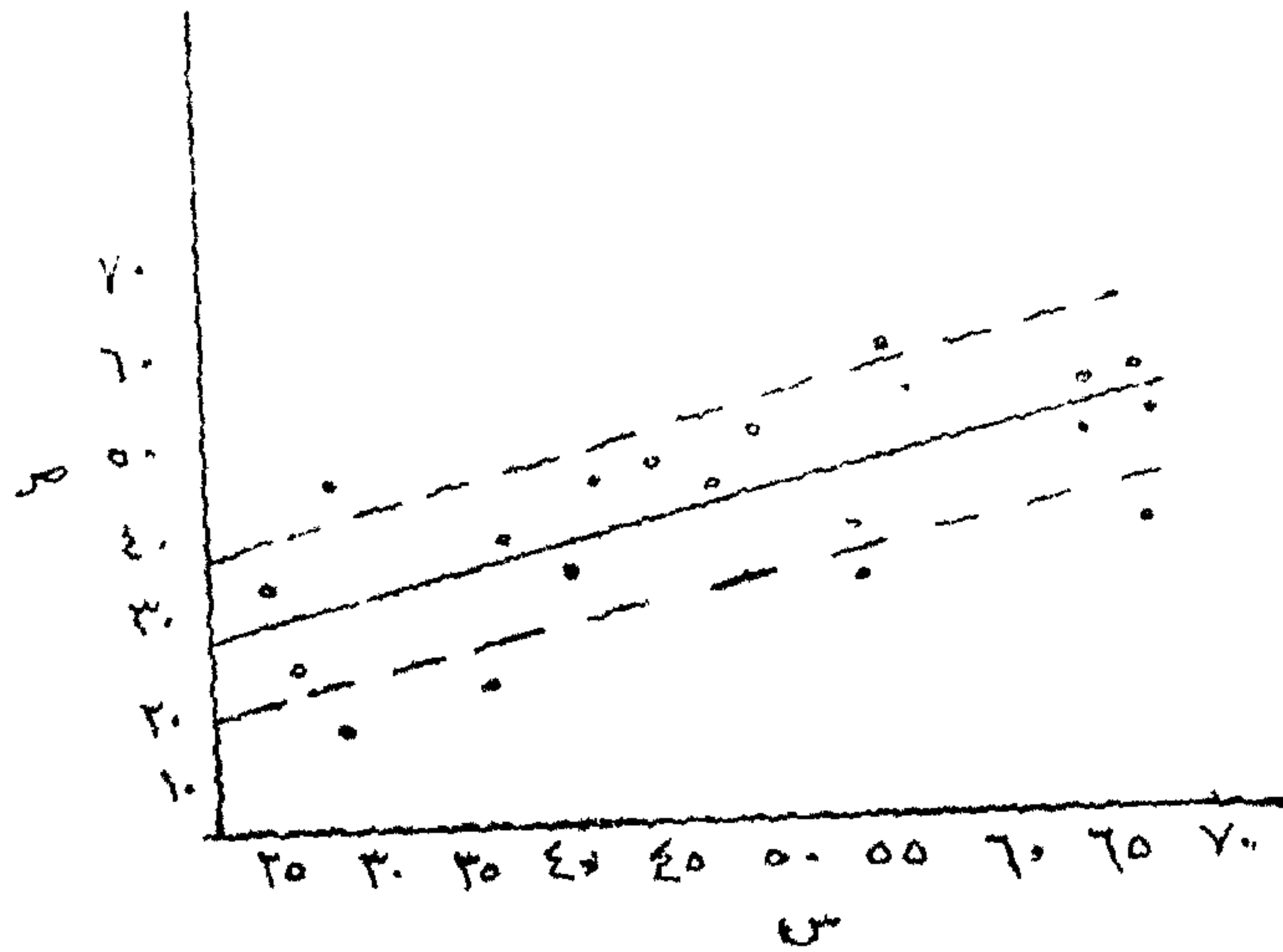
١ — أن تكون العينة التي تستمد منها البيانات الخاصة بمعادلة الانحدار ممثلة للمجموعة التي ستطبق هذه المعادلة عليها بعد ذلك بفرض التنبؤ .

٢ — أن تكون أخطاء التنبؤ موزعة توزيعاً اعتدالياً .

٣ — أن تكون أخطاء التنبؤ موزعة توزيعاً متعادلاً على جميع نقاط خط الانحدار . وهذا الفرض يعرف بفرض تجانس التباين Homoscedasticity

ويترتب على عدم تحقق هذا الفرض زيادة أخطاء التنبؤ للدرجات المتطرفة ، غير أن هذا لا يعد في الحقيقة مشكلة في مواقف التنبؤ الفعلية نظراً لأنه يمكننا التنبؤ بنجاح أو فشل الطلاب الذين تكون درجاتهم متطرفة بدرجة أفضل من الطلاب الذين تقع درجاتهم بالقرب من مركز التوزيع . وبعبارة أخرى ربما تكون أخطاء التنبؤ للحالات المتطرفة كبيرة إلا أنه من الناحية العملية لا يجب أن تمنع هذه الأخطاء الباحث من استخدام مفهوم الخطأ المعياري للتنبؤ .

فإذا افترضنا تحقق هذه الفروض وأردنا تفسير الخطأ المعياري للتنبؤ في مثال رقم (١) السابق فإننا نرسم خطين موازيين لخط انحدار ص على س ، كما هو مبين بالشكل رقم (٥٨) الآتي . وكل من الخطين يبعد بقدر واحد خطأ معياري للتنبؤ أي $(+ ٦,٥١$ أو $- ٦,٥١)$.



شكل (٥٩)

خط انحدار ص على س ، الخطين الموازيين له وللذان
يبعدان عنه بمقدار الخطأ المعياري للتنبؤ.

وبذلك يمكن أن نستنتج أن ٦٨٪ من الحالات تقع بين هذين الخطين .
أي أن درجاتهم تنحصر بين $\pm ٦,٥١$ حول الدرجة صم المتنبأ بها . كما يمكن
أن نستنتج أن ٩٥٪ من الحالات تنحصر بين الخطين الموازيين لخط الانحدار
والذين يبعدان عنه من كلتا جهتيه بقدر $(٢ \times ٦,٥١ - ٢ \times ٦,٥١)$ أي
بقدر $(١٣,٠٢ - ١٣,٠٢)$ ، أي أن درجاتهم تنحصر بين $\pm ١٣,٠٢$ حول
الدرجة المتنبأ بها .

وبالطبع كلما زاد عدد الحالات زاد اقتراب عدد القيم التي تنحصر بين
الخطين بالقيم المتوقعة من التوزيع الاعتمالي .

مثال (٢) :

فيما يلي درجات مجموعة تتكون من خمسة طلاب في اختبارين .

الاختبار الثاني (ص)	الاختبار الأول (س)	رقم الطالب
٦٠	٣٥	١
٤٠	٤٥	٢
٧٠	٥٠	٣
٨٠	٥٥	٤
١٠٠	٤٥	٥

- (أ) أوجد معامل الارتباط بين درجات كل من الاختبارين .
 (ب) أوجد معادلة خط انحدار ص على س .
 (ج) إذا حصل طالب آخر على الدرجة ٢٥ في 'الاختبار س' ، ما هي درجته المتنبأ بها في الاختبار ص .
 (د) أوجد الخطأ المعياري للتنبؤ .

لحل هذه المسألة ربما يكون من الأفضل تحويل الدرجات الخام إلى درجات معيارية نظراً لقلة عدد الدرجات ، حيث يمكن حساب معامل الارتباط باستخدام هذه الدرجات المعيارية .

رقم الطالب	دس	دص	دس × دص
١	١,٥٠—	١,٢٠—	١,٨٠
٢	٠,٥٠—	٠,٤٠—	٠,٢٠
٣	صفر	صفر	صفر
٤	٠,٥٠+	٠,٤٠+	٠,٢٠
٥	١,٥٠+	١,٢٠+	١,٨٠

$$\text{س} = ٥٠ \quad \text{ص} = ٧٠ \quad \text{دس} \times \text{دص} = ٤$$

$$\text{عس} = ١٠ \quad \text{عص} = ٢٠$$

$$0,80 = \frac{4}{5} = \frac{(دس \times دس)}{ن} = ر$$

$$دصم = ر \times دس$$

$$أي : دصم = 0,80 \times دس$$

وهذه هي معادلة انحدار ص على س في صورتها المعيارية . أما إذا أردنا إيجاد معادلة ص على س في صورة الدرجات النعام ، فإننا نطبق المعادلة رقم (١٦) السابقة وهي :

$$صم = \bar{ص} + ر \times \frac{عص - \bar{عص}}{س - \bar{س}}$$

$$إذن صم = 70 + 0,80 \times \frac{20}{10} (س - 50)$$

$$= 70 + 1,6س - 80$$

$$= 1,6س - 10$$

فإذا حصل طالب على الدرجة ٢٥ في الاختبار س ، فإن درجته المتنبأ بها في الاختبار ص وهي :

$$صم = 1,6 \times 25 - 10 = 30$$

والخطأ المعياري للتنبؤ بدرجات ص بمعلومية درجات س

$$= \sqrt{عص - ر^2}$$

— ٥٨٢ —

$$\begin{aligned} & \sqrt{(0,80) - 1} \times 20 = \\ & 0,6 \times 20 = 0,36 \times 20 = \\ & 12 = \end{aligned}$$

ويمكن تفسير هذه القيمة كما سبق .

تصحيح الخطأ المعياري للتنبؤ :

ربما يكون من الأفضل تصحيح تقدير الخطأ المعياري للتنبؤ إذا استخدم الباحث عينة قليلة العدد (أى أقل من ٥٠ فرداً) قبل أن يعمم هذا التقدير على المجتمع الأصل الذى استمدت منه العينة . ويمكن إجراء هذا التصحيح باستخدام الصورة الآتية :

الخطأ المعياري للتنبؤ بقيم ص بمعلومية قيم س بعد تصحيحه

$$\text{الخطأ المعياري قبل التصحيح} \times \sqrt{\frac{n}{n-2}} \quad (26)$$

حيث ن رمز إلى عدد أفراد العينة . أو يمكنه إجراء هذا التصحيح عند حساب الخطأ المعياري للتنبؤ بقيم ص بمعلومية قيم س باستخدام الصورة :

ع ص $\sqrt{1 - r^2}$ حيث يصبح الخطأ المعياري بعد تصحيحه

$$= \text{ع ص} \sqrt{\left(1 - r^2\right) \left(\frac{n}{n-2}\right)} \quad (27)$$

وبالمثل بالنسبة للخطأ المعياري للتنبؤ بقيم س بمعلومية قيم ص .

التباين المتنبأ به والتباين غير المتنبأ به :

Predicted and Unpredicted Variance

إذا نظرنا إلى شكل رقم (٥٧) السابق نلاحظ أن هناك ثلاثة أنواع من مجموعات المربعات يمكن حسابها من البيانات وهى :

١ - تباين الدرجات حول متوسط العينة (شكل رقم ٥٧ ب) ويمثل المقدار (ص - صر)^٢ مجموع المربعات الخاصة بهذا التباين . وهو يستخدم في تحديد التباين والانحراف المعياري للعينة .

٢ - تباين الدرجات حول خط الانحدار (أو حول الدرجات المتنبأ بها) كما في شكل (٥٧ ج) ويمثل المقدار (ص - صم)^٢ مجموع المربعات الخاصة بهذا التباين . ويسمى التباين غير المتنبأ به ، أو التباين الذي لا نستطيع تفسيره .

ويمكن أن يتضح سبب هذه التسمية إذا رجعنا إلى تفسير معامل الارتباط بين متغيرين . فقد سبق أن ذكرنا أنه إذا كان معامل الارتباط بين متغيرين يساوي ± 1 (أي معامل ارتباط تام) ، فإن جميع الدرجات تقع على خط الانحدار .

وهذا يعني أننا نكون قد فسرنا التباين الكلي للمتغير ص بمعلومية تباين المتغير س ، وبالعكس نكون قد فسرنا التباين الكلي للمتغير س بمعلومية تباين المتغير ص . أي أننا نستطيع القول أنه في حالة الارتباط التام يمكننا تفسير التباين الكلي . ولكن لكي يكون هذا الاستنتاج صحيحاً يجب أن نفترض أن قيمة معامل الارتباط هي القيمة الفعلية أي لا ترجع إلى الصدفة . وهذا يعني عدم اختلاف قيمة معامل الارتباط اختلافاً ملحوظاً باختلاف العينات المستمدة من المجتمع الأصلي .

أما إذا لم يكن معامل الارتباط تاماً فسوف نجد أن كثيراً من الدرجات لا تقع على خط الانحدار كما يتضح من الشكل رقم (٥٧ ج) . وانحرافات هذه الدرجات عن خط الانحدار تمثل التباين الذي لا نستطيع تفسيره بمعلومية الارتباط بين المتغيرين . ولذلك استخدمنا عبارة التباين الذي لا نستطيع تفسيره أو التباين غير المتنبأ به .

٣ - تباين الدرجات المتنبأ به حول متوسط التوزيع (شكل رقم ٥٧ أ) . ويمثل المقدار (صم - ص)^٢ مجموع المربعات الخاصة بهذا التباين ، ويسمى

التباين المتنبأ به أو التباين الذى يمكن تفسيره . وكلما زادت قيمة معامل الارتباط زاد مقدار التباين الذى يمكن تفسيره أو التنبؤ به . وعندما يكون مقدار هذا التباين أكبر ما يمكن يكون معامل الارتباط تاماً ، وتكون نسبة التباين الذى يمكن تفسيره ١٠٠٪ .

ويمكننا إثبات أن المجموع الكلى للمربعات يشتمل على مكونتين يمكن إضافة كل منهما إلى الأخرى .

وهاتان المكونتان تمثلان التباين المتنبأ به ، والتباين غير المتنبأ به .

$$\text{أى أن : } \Sigma (ص - \bar{ص})^2 = \Sigma (ص - صم)^2 + \Sigma (صم - \bar{ص})^2 \quad (٢٨)$$

وهذا يعنى أن المجموع الكلى للمربعات = مجموع المربعات الخاصة بالتباين غير المتنبأ به .

فإذا كانت $r = \text{صفراً}$ ، فإن $\Sigma (صم - \bar{ص})^2 = \text{صفراً}$ ، وبالتالي يكون التباين الكلى = التباين غير المتنبأ به أو التباين الذى لا نستطيع تفسيره . أو بمعنى آخر عندما تكون $r = \text{صفراً}$ ، لا نستطيع تفسير أى جزء من التباين الكلى .

أما إذا كانت $r = ١$ فإن $\Sigma (ص - صم)^2 = \text{صفراً}$ ، لأن جميع الدرجات تقع في هذه الحالة على خط الانحدار ، وبهذا يكون التباين الكلى مساوياً للتباين المتنبأ به أو التباين الذى يمكن تفسيره . أو بمعنى آخر إذا كانت $r = ١$ فإننا نستطيع تفسير ١٠٠٪ من التباين .

ونسبة التباين المتنبأ به إلى التباين الكلى تسمى معامل التحديد

Coefficient of Determination.

كما أشرنا إلى ذلك في الفصل السابع ، ويرمز له بالرمز r^2 . ويمكن إيجاد قيمة r^2 باستخدام الصورة الآتية :

$$r^2 = \frac{\text{التباين الذي يمكن تفسيره}}{\text{التباين الكلى}}$$

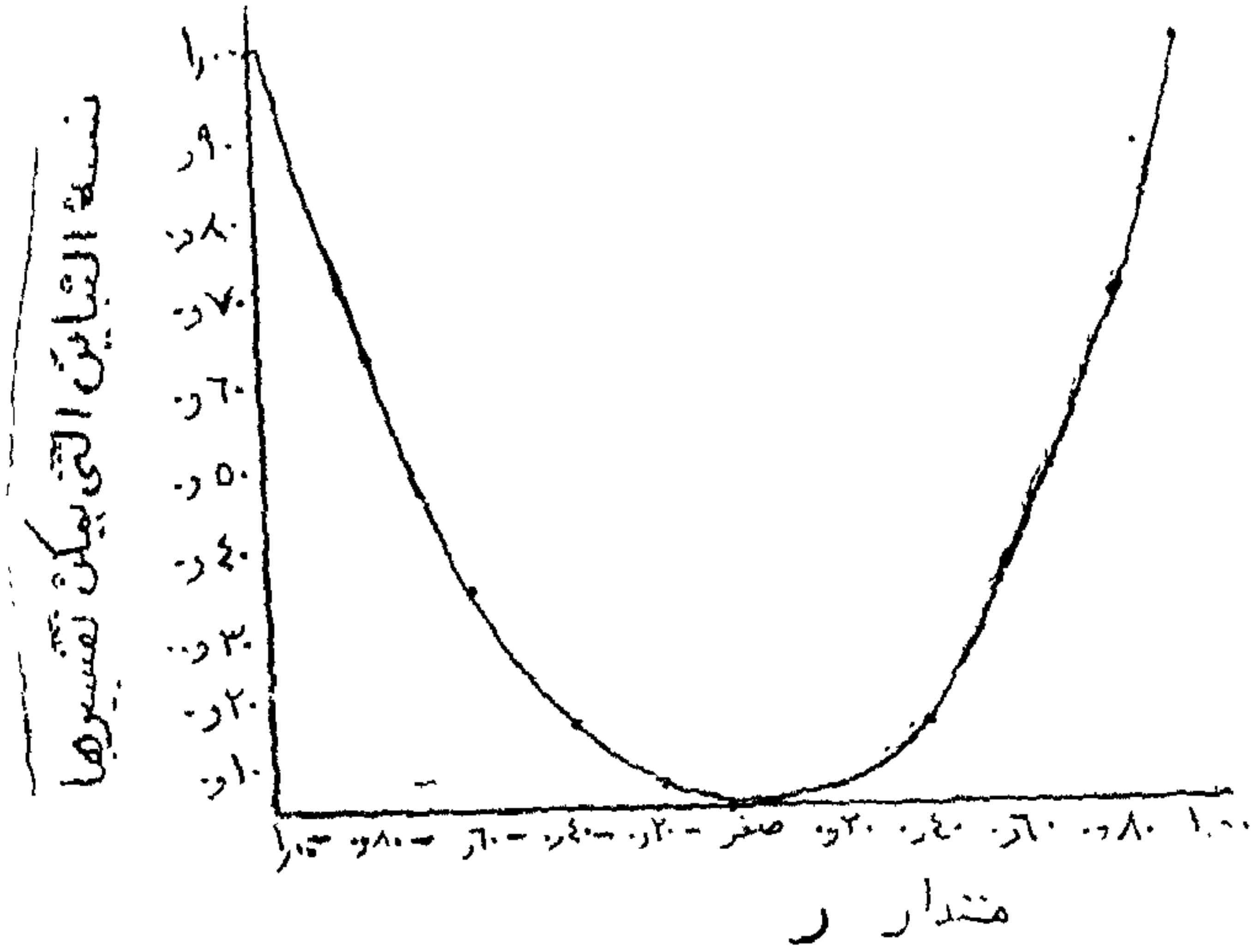
$$= \frac{\sum (x_m - \bar{x})^2}{\sum (x - \bar{x})^2} \quad (29) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad .$$

ومن هذه الصورة يتضح أن معامل التحديد يدل على نسبة التباين الكلى الذى يمكن تفسيره بمعلومية قيمة معامل الارتباط .

فعندما تكون $r = 0$ ، يكون معامل التحديد $r^2 = 0$ صفراً أيضاً .
وعندما تكون $r = 1$ ، تكون $r^2 = 1$ ، أى أننا نستطيع القول أن ١٠٠٪ من التباين الكلى يمكن تفسيره .

ولكن عندما تكون $r = 1$ تصبح $r^2 = 1$ وبذلك نستطيع تفسير ١٠٠٪ من التباين الكلى .

والشكل رقم (٦٠) يوضح بيانياً نسبة تباين أحد المتغيرين الذى يمكن تفسيره بمعلومية تباين المتغير الآخر المرتبط بالمتغير الأول عندما تأخذ r قيماً مختلفة .
وللاحظ أننا استعنا فى رسم هذا الشكل بالقيم المبينة فى جدول رقم (٨٥) .



شكل رقم (٦٠)

نسبة تباين أحد المتغيرين الذي يمكن تفسيره
بمعلومية تباين المتغير الآخر عندما تأخذ ر قيما مختلفة

ويمكننا أن نلاحظ أن الجذر التربيعي لمعامل التحديد يعطينا تعريفا آخر
لمعامل الارتباط ر .

أى أن :

$$r = \pm \sqrt{\frac{\text{التباين الذي يمكن تفسيره}}{\text{التباين الكلى}}}$$

$$r^2 = \pm \sqrt{\frac{(ص م - ص \bar{ص})^2}{(ص - \bar{ص})^2}} \quad (٣٠)$$

ونظرا لأن r^2 تمثل نسبة التباين الذي يمكن تفسيره ، فإن $(١ - r^2)$
تمثل نسبة التباين الذي لا نستطيع تفسيره بمعلومية الارتباط بين المتغيرين ص ،
ص . ولذلك يسمى المقدار $(١ - r^2)$ معامل الاغتراب Coefficient of
Nondetermination ويرمز له بالرمز r^2 .

أى أن r^2 تمثل نسبة التباين فى المتغير r الذى يلزم تفسيره بمعلومية
متغيرات أخرى تختلف عن المتغير r .

ويمكن تلخيص العلاقة بين r^2 ، و r كالآتى :

$$r^2 = 1 - r \quad (٢١) \quad \dots \dots \dots$$

$$r^2 + r = 1 \quad (٢٢) \quad \dots \dots \dots$$

ويتضح من الصورة رقم (٢٢) أن مجموع مربعى كل من r ، و r يساوى
الواحد الصحيح . فإذا كانت $r = ٠,٥٠$ فإن r^2 لا تساوى $٠,٥٠$ وإنما $r^2 =$

$$٠,٨٨٦ \quad (\text{أى } 1 - 0,5 = 0,5 \quad \sqrt{0,5} = 0,707 = 0,886)$$

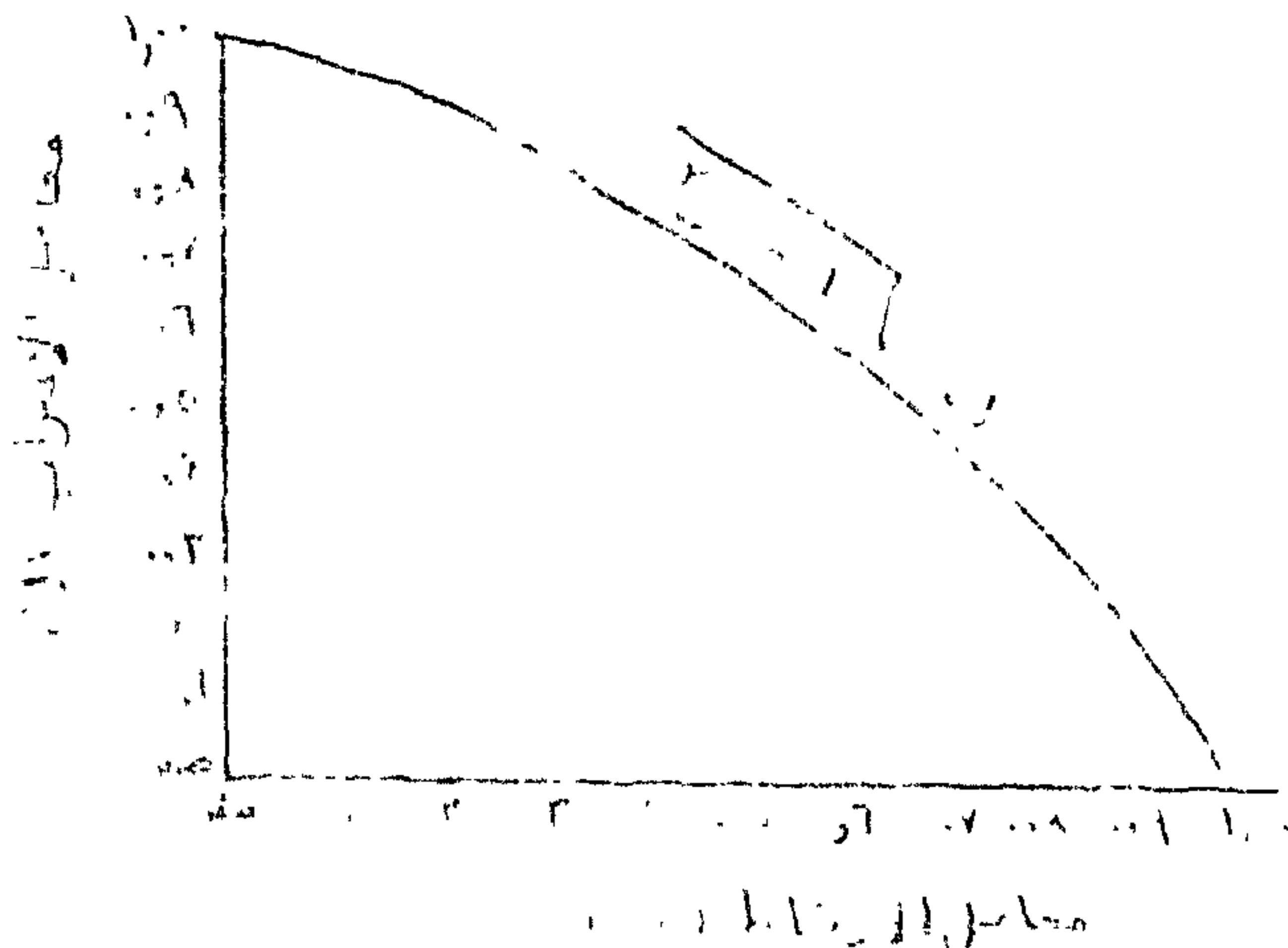
وإذا كانت $r = ٠,٧٠٧١$ فإن $r^2 = ٠,٧٠٧١$ أيضاً ، وهنا فقط تكون

$$r^2 + r = ٠,٧٠٧١ + ٠,٧٠٧١ = ١ \quad \text{أى أنه عندما تكون } r = ٠,٧٠٧١$$

فإنه يتساوى وجود علاقة مع عدم وجودها .

ويمكن تمثيل العلاقة بين r ، و r^2 بالشكل الآتى رقم (٦١) . وفى الحقيقة

تدل العلاقة المبينة بالصورة رقم (٢٢) وهى $r^2 + r = 1$ على معادلة دائرة
مركزها نقطة الأصل ، ونصف قطرها الوحدة . وقد اقتصرنا فى الشكل على
تمثيل القيم الموجبة فقط لسكل من r ، و r^2 .



شكل رقم (٦١)

العلاقة بين معامل الارتباط (r) ومعامل الاغتراب (r^2)

معامل فاعلية التنبؤ :

The Index of Forecasting Efficiency

إذا رجعنا إلى الصورة رقم (٢٥) التي تستخدم في حساب الخطأ المعياري للتنبؤ وهي :

$$\text{الخطأ المعياري للتنبؤ بـ قيم ص بمعلومية قيم س} \\ = \sqrt{r^2 - 1} \cdot \text{ع ص}$$

نلاحظ أن المقدار الذي تحت علامة الجذر التربيعي هو معامل الاغتراب .
أي أنه يمكننا كتابة هذه الصورة بطريقة أخرى كالآتي :
الخطأ المعياري للتنبؤ = $\text{ع ص} \cdot \text{ك ص}$ (٢٣)
فإذا ضربنا (ك) في ١٠٠ نحصل على نسبة الخطأ المعياري إلى الانحراف المعياري للتغير ص .

$$\text{فإذا كانت } r = ٠,٦١ \text{ ، مثلاً ، فإن } \sqrt{r^2 - 1} = ٠,٧٩٢٤ =$$

وبذلك يكون الخطأ المعياري للتنبؤ ٧٩,٢٤٪ من الانحراف المعياري للتغير ص . أي أننا عند التنبؤ بـ قيم ص بمعلومية قيم س ، تكون نسبة الخطأ مساوية ٧٩٪ من الخطأ الناتج عند التنبؤ بـ قيم ص دون معرفة قيم س .

أي أن النسبة المئوية لمقدار النقص في أخطاء التنبؤ = $١٠٠ - ٧٩,٢٤ = ٢٠,٧٦$. ويعرف معامل فاعلية التنبؤ (ف) بأنه النسبة المئوية لمقدار النقص في أخطاء التنبؤ نتيجة للارتباط بين المتغيرين . والصورة العامة التي يمكن استخدامها في حساب هذا المعامل هي :

$$\text{ف} = ١٠٠ (١ - \sqrt{r^2 - 1}) \quad \dots \dots \dots (٢٤)$$

$$\text{أو ف} = ١٠٠ (١ - \text{ك}) \quad \dots \dots \dots (٢٥)$$

والجدول الآتي رقم (٨٥) يوضح قيم ك ، ف ، r^2 المناظرة لقيم r المختلفة .

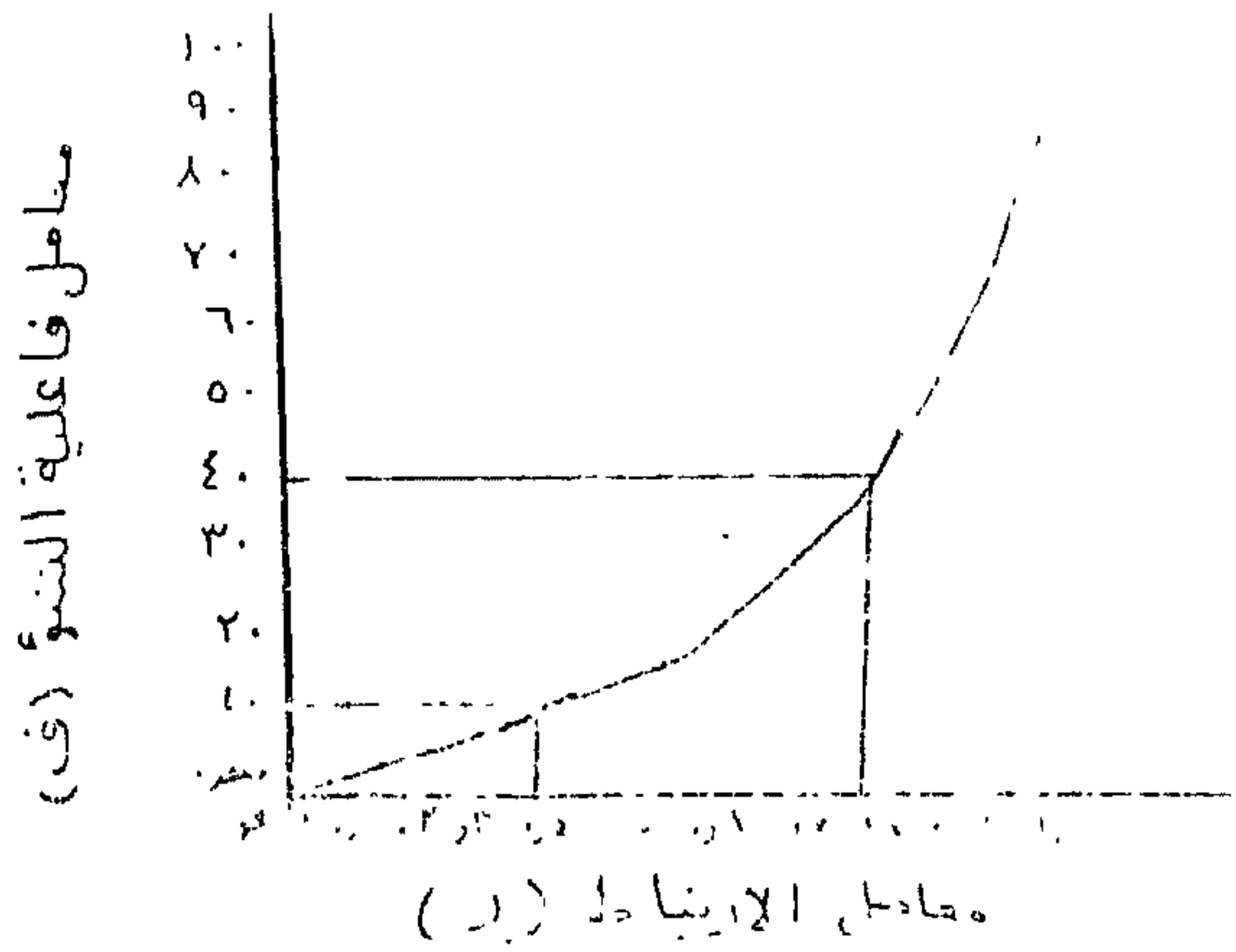
ر	ك	ف	$١٠٠ \times \text{ر}$
صفر	١,٠٠٠	صفر	صفر
٠, ٠٥	٠, ٩٩٩	٠, ١	صفر
٠, ١٠	٠, ٩٩٥	٠, ٥	١, ٠٠
٠, ١٥	٠, ٩٨٩	١, ١	٢, ٢٥
٠, ٢٠	٠, ٩٨٠	٢, ٠	٤, ٠٠
٠, ٢٥	٠, ٩٦٨	٢, ٢	٦, ٢٥
٠, ٣٠	٠, ٩٥٤	٤, ٦	٩, ٠٠
٠, ٣٥	٠, ٩٣٧	٦, ٣	١٢, ٢٥
٠, ٤٠	٠, ٩١٧	٨, ٣	١٦, ٠٠
٠, ٤٥	٠, ٨٩٣	١٠, ٧	٢٠, ٢٥
٠, ٥٠	٠, ٨٦٦	١٢, ٤	٢٥, ٠٠
٠, ٥٥	٠, ٨٣٥	١٦, ٥	٢٠, ٢٥
٠, ٦٠	٠, ٨٠٠	٢٠, ٠	٢٦, ٠٠
٠, ٦٥	٠, ٧٦٠	٢٤, ٠	٤٢, ٢٥
٠, ٧٠	٠, ٧١٤	٢٨, ٦	٤٩, ٠٠
٠, ٧٥	٠, ٦٦١	٣٣, ٩	٥٦, ٢٥
٠, ٨٠	٠, ٦٠٠	٤٠, ٠	٦٤, ٠٠
٠, ٨٥	٠, ٥٢٧	٤٧, ٢	٧٢, ٢٥
٠, ٩٠	٠, ٤٣٦	٥٦, ٤	٨١, ٠٠
٠, ٩٥	٠, ٣١٢	٦٨, ٨	٩٠, ٢٥
٠, ٩٨	٠, ١٩٩	٨٠, ١	٩٦, ٠٠
٠, ٩٩	٠, ١٤١	٨٥, ٩	٩٨, ٠٠
٠, ٩٩٥	٠, ١٠٠	٩٠, ٠	٩٩, ٠٠
٠, ٩٩٩	٠, ٠٤٥	٩٥, ٥	٩٩, ٨٠٠

جدول رقم (٨٥)

قيم ف، ك، $١٠٠ \times \text{ر}$ المناظرة لقيم ر المختلفة

ونلاحظ من هذا الجدول أن معامل الارتباط يجب أن يساوى ٥٠،٤ قبل أن تصل ف إلى ١٠٪ . فمثلاً إذا كان معامل الصدق التنبؤى لاختبار ما يساوى ٥٠،٤ ، فإن معنى هذا أن مقدار أخطاء التنبؤ بوجه عام تكون فقط أقل بقدر ١٠٪ من الأخطاء التي تحدث لو أنه لم يكن معلوما لدينا درجات الاختبار ، ولكن يكون لدينا فقط متوسط درجات المقياس المحك . وهذا ربما يدل على عدم فاعلية هذا الاختبار في التنبؤ بالمحك . وتوجد بلا شك مواقف نحصل منها على قيم منخفضة لهذا المعامل، ولكن بالرغم من ذلك يكون الموقف أهمية عملية .

والشكل الآتي رقم (٦٢) يوضح بياناً العلاقة بين معامل فاعلية التنبؤ (ف) ، ومعامل الارتباط (ر) .



شكل رقم (٦٢)

العلاقة بين معامل فاعلية التنبؤ ، ومعامل الارتباط

ويقترح جيلفورد Guilford أن تنحصر معاملات صدق الاختبارات التي تستخدم في البحوث النفسية التربوية لأغراض التنبؤ بين ٣٠،٠ ، ٨٠،٠ لأنه نادراً ما نجد اختباراً يزيد معامل ارتباطه بمعك عملي واقعي عن ٧٠،٠ . بينما إذا

انخفضت قيمة معامل الارتباط عن ٠,٢٠، فإن مثل هذا الاختبار تكون قيمته محدودة إذا استخدم بمفرده للتنبؤ بالحك . أما إذا استخدم بين بطارية من الاختبارات بحيث يسهم إسهاماً متميزاً عن غيره من اختبارات البطارية فإنه ربما يفيد في هذه الحالة في التنبؤ .

ولذلك فقد حددنا في شكل رقم (٦٢) المنطقة التي يجب أن تنحصر بينها قيم معامل الارتباط وهي ٠,٣٠ إلى ٠,٨٠ ، وبذلك تنحصر ف بين ٤,٦ ، ٤٠ .

تمارين على الفصل الرابع عشر

١ - أوجد معادلتى خطى انحدار ص على س ، س على ص للبيانات الآتية :

س	١	٢	٣	٤	٥
ص	٥	٣	٤	٢	١

٢ - فى دراسة لإيجاد العلاقة بين درجات اختبارين س ، ص حصل باحث على البيانات الآتية :

$$\bar{S} = 119 , \quad \bar{ص} = 1,30$$

$$\bar{عس} = 10 , \quad \bar{عص} = 0,05$$

$$r = 0,70$$

$$n = 100$$

(أ) حصل طالب على الدرجة ١٣٠ فى الاختبار س ، ما هى درجته المتنبأ بها فى الاختبار ص ؟

(ب) حصل طالب على الدرجة ١,٢٨ فى الاختبار ص ، ما هى درجته المتنبأ بها فى الاختبار س ؟

(ج) لحسب الخطأ المعياري للتنبؤ فى كل من الحالتين ؟

٣ - أراد باحث إيجاد العلاقة بين الاتزان الانفعالى والاداء لطلاب إحدى السكليات ، وحصل على البيانات الآتية :

متوسط الاداء (ص)	الاتزان الانفعالي (س)		
$\bar{ص} = 1,35$	$\bar{س} = 49$		
$\bar{عص} = 0,50$	$\bar{عس} = 12$		
	<table><tr><td>$r = 0,36$</td></tr><tr><td>$n = 60$</td></tr></table>	$r = 0,36$	$n = 60$
$r = 0,36$			
$n = 60$			

(أ) حصل طالب على الدرجة ٦٥ في المتغير (س) ، ما هو تنبؤك بدرجةه في المتغير (ص) ؟

(ب) احسب الخطأ المعياري للتنبؤ في هذه الحالة .

(ج) ما هي نسبة التباين الكلي الذي يمكن تفسيره نتيجة لهذه العلاقة .

٤ - إذا افترضنا أن $r = 0,30$ ، $\bar{عس} = 0,5$ ، $\bar{صس} = 45$ ، $\bar{عص}$

$= 8$. ارسم شكلاً لـ r خطى الانحدار في الحالات الآتية :

(أ) $r = 0$ صفر (ب) $r = 0,20$ (ج) $r = 0,40$

(د) $r = 0,60$ (هـ) $r = 0,80$ (و) $r = 1,00$

ثم استنتج العلاقة بين قيمة r والزاوية المحصورة بين خطى الانحدار .

وإذا كانت معاملات الارتباط (ب ، هـ ، و) سالبة ، ماذا يحدث لهذه

العلاقة .

٥ - إذا كان الانحراف المعياري لدرجات اختبار مقنن في فهم معاني

الكلمات $= 15$. والارتباط بين هذا الاختبار ونسب الذكاء $= 0,80$. ما هو

توقعك لقيمة الانحراف المعياري لتوزيع درجات الاختبار المقنن إذا طبق على

عينة كبيرة من الطلاب المتقاربين في نسب ذكائهم . مع تفسير الإجابة .

٦ حصل طالب في أحد الاختبارات (س) على درجة تزيد عن المتوسط بقدر ١,٥ انحراف معياري . ما هي الدرجة المتنبأ بها في اختبار (ص) إذا كان معامل الارتباط ر بين درجات كل من الاختبارين يساوي :

- (أ) صفر (ب) ٠,٤٠ (ج) ٠,٨٠
(د) ١,٠٠ (هـ) ٠,٥٠ (و) ٠,٨٠ -

٧ — قام أحد الباحثين بدراسة أحد جوانب الأداء في إنتاج إحدى السلع لدى عمال أحد المصانع . وقد استطاع أن يحصل على مقياس للأداء (س) يعكس بدقة كفاءة هؤلاء العمال بعد أن اكتسبوا خبرة في هذا العمل لمدة عام واحد . ثم قام بتصميم اختبار (ص) ليستخدم في التنبؤ بكفاءة العمال المستقبلية في أداء هذا العمل . ووجد أن معامل الارتباط بين هذا الاختبار ومقياس الأداء الذي حصل عليه = ٠,٦٠ ومتوسط درجات المقياس س = ٥٠ ، والانحراف المعياري عس = ١٠ . ومتوسط درجات الاختبار ص = ٥٠ ، عص = ٦٠ . باستخدام هذه البيانات أجب على الأسئلة الآتية :

(أ) حصل عامل على الدرجة ٠ في الاختبار (ص) ، ماذا تكون درجته المتنبأ بها في المقياس (س) ؟

(ب) ما هو احتمال حصول عامل على الدرجة ١٠ في مقياس الأداء (س) ؟
(ج) إذا اعتبر الباحث أن الدرجة ٨٠ في المقياس (س) درجة مقبولة ، والدرجات التي تقل عن ٨٠ في نفس المقياس غير مقبولة . ما هي الدرجة التي يجب استخدامها كنقطة فاصلة إذا استخدم الباحث الاختبار ص كوسيلة لانتقاء العمال ؟

(د) حصل عامل على الدرجة ٦٠ في الاختبار (س) . ما هو احتمال حصوله على درجة غير مقبولة في المقياس (ص) ؟

(هـ) حصل عامل على الدرجة ٣٠ في الاختبار (ص) . ما هو احتمال حصوله على درجة مقبولة في المقياس (س) ؟

(و) لكي يحصل عامل على مركز إشرافي في العمل يجب أن يحقق الدرجة ١٢٠ أو أعلى من ذلك في المقياس (ص) . ما هي الدرجة في الاختبار (س) التي يجب استخدامها لاختيار مثل هذا العامل ؟

(ز) إذا حصل ١٠٠٠ عامل على درجة في الاختبار (ص) يمكن باستخدامها التنبؤ بحصولهم على الدرجة ١٢٠ في المقياس (س) . كم عدد العمال (بالتقريب) الذين سوف يحصلون على درجات في الاختبار س تقل عن ١٢٠ ؟ وكم عدد العمال الذين سوف يحصلون على درجات تزيد عن ١٣٠ ؟

(ح) احسب معامل فاعلية التنبؤ للاختبار ص . وفسر القيمة الناتجة ؟

٨ — إذا كان تباين أخطاء التنبؤ (مربع الخطأ المعياري للتنبؤ) = ٢٠٠ ، وتباين المتغير ص = ٦٠٠ .

(أ) أوجد نسبة تباين المتغير ص الذي يمكن تفسيره بمعلومية المتغير س .
(ب) أوجد معامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص .

٩ — إذا كانت البواقي (ص — ص م) تتوزع توزيعاً اعتدالياً انحرافه المعياري ع ص . ما هي الحدود التي تنحصر فيها ٩٥٪ ، ٩٩٪ من هذه البواقي ؟

١٠ — إذا كانت الدرجات المعيارية لأربعة تلاميذ في المتغير س هي — ٢ ، — ١,٦٨ ، — ٠,١٩ ، ١,١٦ ، والارتباط بين المتغير س ومتغير آخر ص يساوي ٠,٥٥ .

(أ) أوجد الدرجة المعيارية المتنبأ بها لكل منهم في المتغير ص .
(ب) أوجد الخطأ المعياري للتنبؤ .

الفصل الخامس عشر

الانحدار غير الخطي

مطابقة البيانات لبعض الدوال الرياضية

مطابقة البيانات للدالة الأسية

مطابقة البيانات لدالة القوة

مطابقة البيانات للدالة اللوغاريتمية

مطابقة البيانات لدالة القطع المكافئ.

مقدمة :

عرضنا في الفصل السابق العلاقة الخطية بين متغيرين وإيجاد خط أحسن مطابقة للبيانات الخاصة بالمتغيرين . ولكن ربما لا يجد الباحث في جميع الأحوال أن هناك خطا مستقيما يشير إلى الاتجاه العام الذي يتخذه أحد المتغيرين بالنسبة للمتغير الآخر ، بل يجد أن الاتجاه يشير إلى علاقة غير خطية أى منحنية .

وقد ناقشنا في الفصل الحادى عشر كيفية حساب معامل الارتباط بين متغيرين العلاقة بينهما منحنية باستخدام نسبة الارتباط (η) .

ولكننا سنناقش في هذا الفصل مشكلة التنبؤ أو الانحدار إذا كانت العلاقة بين المتغيرين غير خطية ، وإيجاد أفضل منحنى مطابقة أو أفضل دالة رياضية تطابق البيانات . وسوف نعرض في هذا الفصل أربعة أنواع من هذه الدوال هى الدالة الأسية Exponential ، ودالة القوة Power ، والدالة اللوغاريتمية Logarithmic ، ودالة القطع المكافئ Parabola . وعادة يبدأ الباحث برسم شكل انتشارى لأزواج قيم المتغيرين على ورقة رسم بياني عادية ، فإذا وجد أن العلاقة تقترب من الخطية فما عليه إلا أن يستخدم طرق الانحدار الخطى التى عرضنا لها في الفصل السابق . أما إذا وجد أن النقط لا تميل إلى التراكم حول خط مستقيم ، وأن العلاقة تبدو منحنية فيمكنه استخدام ورقة رسم بياني لوغاريتمى ويوجد نوعان من هذا الورق ، النوع الأول يقسم فيه المحور الأفقى إلى أقسام متساوية مثل ورقة الرسم البياني العادية ، بينما يقسم المحور الرأى تقسيما لوغاريتميا . أى أن الأقسام على هذا المحور ليست متساوية ، وإنما تتبع النظام اللوغاريتمى ، وتسمى هذه الورقة ورقة رسم بياني شبه لوغاريتمى . Semi—Log Paper . أما النوع الثانى فيقسم فيه كل من المحورين تقسيما لوغاريتميا ، وتسمى هذه الورقة ورقة رسم بياني لوغاريتمى على كل من المحورين Log—Log Paper

مطابقة البيانات للدالة الأسية :

Exponential Function

إذا وجد الباحث من التمثيل البياني للعلاقة بين المتغيرين على ورقة رسم شبه لوغاريتمى Semi-Log Paper أن هذه العلاقة خطية ، أى أن تحويل ميزان قياس أى من المتغيرين إلى ميزان لوغاريتمى يجعل العلاقة تبدو خطية ، فإن هذا يكون دليلاً على أن العلاقة بين قيم كل من ص ، س الملاحظة تأخذ شكل منحنى الدالة الأسية التى على الصورة :

$$ص = اب^س \dots \dots \dots (١)$$

وهذا يعنى أن قيم ص ترتبط بقيم س بعلاقة أسية . حيث يكون المتغير المستقل س عبارة عن قوى ب .

ويمكن كتابة هذه المعادلة على الصورة اللوغاريتمية الآتية :

$$لو ص = لو ا + س (لو ب) \dots \dots \dots (٢)$$

حيث (لو) ترمز إلى لوغاريتم العدد للأساس ١٠ . ونلاحظ أن هذه المعادلة تمثل علاقة خطية بين قيم س الأصلية وقيم لو ص .

وبذلك يمكن استخدام طرق الانحدار الخطى التى عرضنا لها في الفصل السابق ، ولسكن بعد أن نضع لو ص بدلا من ص ، لو ا بدلا من ا . لو ب بدلا من ب في الصورتين رقمي ٢ ، ٤ المستخدمتين في إيجاد قيمتى كل من ب ص س ، ا ص س في الفصل السابق .

وبذلك تصبح الصورتان كالآتي :

$$لو ب ص س = \frac{ن مح س (لو ص) - مح س (لو ص)}{ن مح س - (مح س)^2} \dots \dots (٣)$$

$$\text{لو اس س} = \frac{\sum (\text{لو ص}) - (\text{لو ب ص س}) \sum \text{س}}{ن} \quad (٤)$$

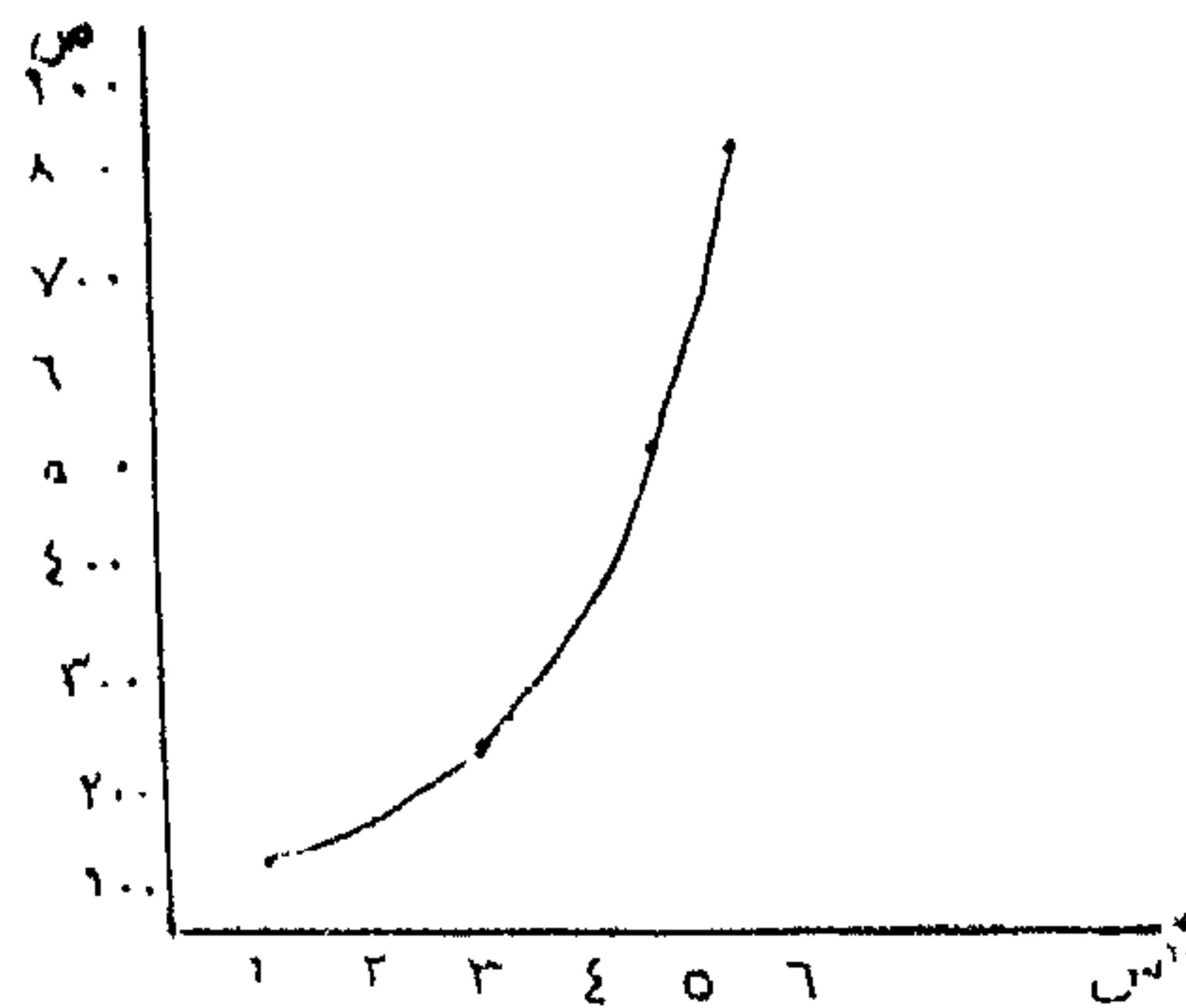
وبالمثل في حالة انحدار س على ص .

ولتوضيح كيفية تطبيق هاتين الصورتين . نفترض أن لدينا البيانات الآتية الخاصة بالمتغيرين س ، ص المبينة بجدول رقم (٨٦) :

س	ص
١	١١٢
٢	١٤٩
٣	٢٣٨
٤	٣٥٤
٥	٥٨٠
٦	٨٦٧

جدول رقم ٨٦

فإذا رسمنا شكلاً كالتالي رقم (٦٣) ليوضح العلاقة بين المتغيرين ، فإننا نلاحظ أن العلاقة غير خطية .



شكل رقم ٦٣

علاقة غير خطية بين المتغيرين

ولسكن تصبح هذه العلاقة خطية إذا حولنا ميزان قياس ص إلى ميزان
لوغاريتمي كما هو مبين بالشكل رقم (٦٤) . ولذلك فإن البيانات تطابق
الدالة الأسية .



شكل رقم (٦٤)

علاقة خطية بين متغيرين ممثلة على
ورقة رسم بياني شبه لوغاريتمي

ولإيجاد معادلة انحدار ص على س يجب أن نوجد قيمة كل من لو ب ص س
، لو أ ص س . ولذلك نكون جدولاً كالآتي :

س	ص	لوص	س لوص	س
١	١١٢	٢,٠٩٤٢	٢,٠٤٩٢	١
٢	١٤٩	٢,١٧٣٢	٤,٣٤٦٤	٤
٣	٢٣٨	٢,٣٧٦٦	٧,١٢٩٨	٩
٤	٣٥٤	٢,٥٤٩٠	١٠,١٩٦٠	١٦
٥	٥٨٠	٢,٧٦٣٤	١٣,٨١٧٠	٢٥
٦	٨٦٧	٢,٩٣٨٠	١٧,٦٢٨٠	٣٦
المجموع ٢١		١٤,٨٤٩٤	٥٥,١٦٦٤	٩١

جدول رقم ٨٧

خطوات ايجاد معادلتى الانحدار عندهما
تكون البيانات مطابقة للدالة الاسية

وبالتعويض فى المعادلتين السابقتين رقمى ٣ ، ٤ نجد أن :

$$\text{لوص س} = \frac{(١٤,٨٤٩٤)(٢١) - (٥٥,١٦٦٤)(٦)}{٢(٢١) - (٩١)(٦)}$$

$$= ٠,١٨٣$$

وبالكشف فى جدول الاعداد المقابلة للوغاريتمات (يمكن أن يرجع الباحث
إلى أحد الجداول الرياضية) نجد أن :

$$\text{ب ص س} = ١,٥٢٤$$

$$\text{لوا ص س} = \frac{(٢١)!(٠,١٢) - ١٤,٨٤٩٤}{٦}$$

$$= ٢٠,٥٤٩$$

وبالكشف فى جداول الاعداد المقابلة للوغاريتمات نجد أن :

$$أ ص ر س = ١١٣,٥$$

وبذلك تكون معادلة منحنى الدالة الأسية التي تعتبر أفضل تمثيل للعلاقة بين المتغيرين س ، ص هي :

$$ص م = ١١٣,٥ (١,٥٢٤)^س$$

حيث ص م هي قيمة ص المتنبأ بها

وهذه يمكن كتابتها على الصورة اللوغاريتمية الآتية :

$$لو ص م = لو ١١٣,٥ + س لو ١,٥٢٤$$

فإذا أردنا التنبؤ بقيمة ص بمعلومية قيمة س = ١٠ مثلاً ، فما علينا إلا أن نعوض في المعادلة اللوغاريتمية عن ص = ١٠ ، وبذلك نحصل على :

$$لو ص م = ٢,٠٥٤٩ + ١٠ \times ٠,١٨٣$$

$$= ٣,٨٨٤٩$$

وبالكشف في جدول الأعداد المقابلة للوغاريتمات نجد أن :

$$ص م = ٧٦٧١,٨٥$$

مطابقة البيانات لدالة القوة :

Power Function

إذا وجد الباحث من التمثيل البياني للعلاقة بين المتغيرين على ورقة Log-Log Paper أن العلاقة تبدو خطية في حين أنها لم تبد كذلك عندما استخدم ورقة رسم بياني شبه لوغاريتمية Semi-Log Paper فإن هذا يكون دليلاً على أن العلاقة بين قيم س ، ص الملاحظة تأخذ منحنى دالة القوة التي على الصورة :

ص = اُس ب (۵)

وہذا تربط قیم سے بقوی مہینہ قیم سے ۔

ويمكن كتابة هذه المعادلة على الصورة اللوغاريتمية الآتية :

(٦) لو ص = لو أ + ب لو س

ونلاحظ أن هذه المعادلة تمثل علاقة خطية بين $\log S$ ، و $\log C$. وبذلك يمكن أيضاً إيجاد معادلة الانحدار باستخدام طرق الانحدار الخطي التي عرضنا لها في الفصل السابق . ولكن يجب أن نضع $\log S$ بدلاً من S ، $\log C$ بدلاً من C ، لو أبدلنا S في الصورتين السابقتين رقمي ٣ ، ٤ المستخدمتين في إيجاد قيمتي $\log S$ ، $\log C$ في حالة الانحدار الخطي كالتالي :

$$\frac{n \times (\text{لو س}) (\text{لو ص}) - (\text{لو ص}) (\text{لو س})}{n \times (\text{لو س})^2 - (\text{لو س})^2} = \text{ب ص س}$$

$$(Y) \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet$$

$$\frac{\sum (لوس) - \sum ب ص س}{ن} = \text{أص س}$$

$$(\wedge) \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet$$

حيث ϵ (لوس) (لوص) هي مجموع حواصل الضرب التي نحصل عليها بضرب لو غاريتم كل قيمة من قيم s في لو غاريتم القيمة التي يتناظرها من v .

۲. مجموع مربعات لوغاریتمات قیمت س .

وبالتعويض في هاتين الصورتين يمكننا إيجاد قيمة كل من A و B ،
وبذلك نستطيع الحصول على معادلة انحدار y على x وهي :

$$ص م = أ س ب$$

$$أ و لو ص م = لو أ + ب (لو س)$$

وبالمثل في حالة انحدار س على ص .

مطابقة البيانات للدالة اللوغاريتمية :

Logarithmic Function

أحيانا يجد الباحث أن هناك علاقة خطية بين قيم ص وقيم لو س عند تمثيلها على ورقة رسم بياني عادية ، أو إذا استخدم ورقة رسم بياني شبه لوغاريتمى لتمثيل العلاقة بين قيم س، ص الأصلية . فهذا يكون دليلا على أن البيانات تكون مطابقة لمنحنى الدالة اللوغاريتمية . ومن المعلوم أن الدالة اللوغاريتمية هي دالة عكسية للدالة الأسية ، وتكتب على الصورة :

$$ص = ١ + ب لو س (٩)$$

وبنفس الطريقة يمكن الحصول على معادلتى الانحدار باستخدام طرق الانحدار الخطى بعد أن نضع لو س بدلا من س فى الصورتين رقمى ٢ ، ٤ المستخدمتين فى إيجاد أ ص س ، ب ص س فى حالة الانحدار الخطى .

مطابقة البيانات لدالة القطع المكافئ :

Fitting a Parabola

إذا وجد الباحث أن النقط الام للعلاقة يشير إلى أن ص م ص تزيد في البعد ثم يقل بعد ذلك أو العكس . فإنه يمكنه أن يربط قيم ص م ب تقيما تمازليا أو تصاعديا ، وعدئذ ربما يجد أن البيانات تكون مطابقة لمعادلة القطع المكافئ التى على الصورة :

$$ص = ١ + ب١ س + ب٢ س٢ (١٠)$$

وهنا يمكن أن يستخدم الباحث المعادلات الثلاث الآتية في حساب قيمة كل من الثوابت ١ ، ب_١ ، ب_٢ في المعادلة رقم (١٠) كالآتي :

$$\text{مح ص} = \text{ن} + \text{ب}_1 (\text{مح س}) + \text{ب}_2 (\text{مح س}^2) \quad (١١)$$

$$\text{مح س ص} = \text{أ} (\text{مح س}) + \text{ب}_1 (\text{مح س}^2) + \text{ب}_2 (\text{مح س}^3) \quad (١٢)$$

$$\text{مح س}^2 \text{ ص} = \text{أ} (\text{مح س}^2) + \text{ب}_1 (\text{مح س}^3) + \text{ب}_2 (\text{مح س}^4) \quad (١٣)$$

حيث مح س ص ترمز إلى مجموع حواصل ضرب كل قيمة من قيم س في قيمة ص المناظرة لها .

مح س^٢ ص ترمز إلى مجموع حواصل ضرب مربع كل قيمة من قيم س في قيمة ص المناظرة لها .

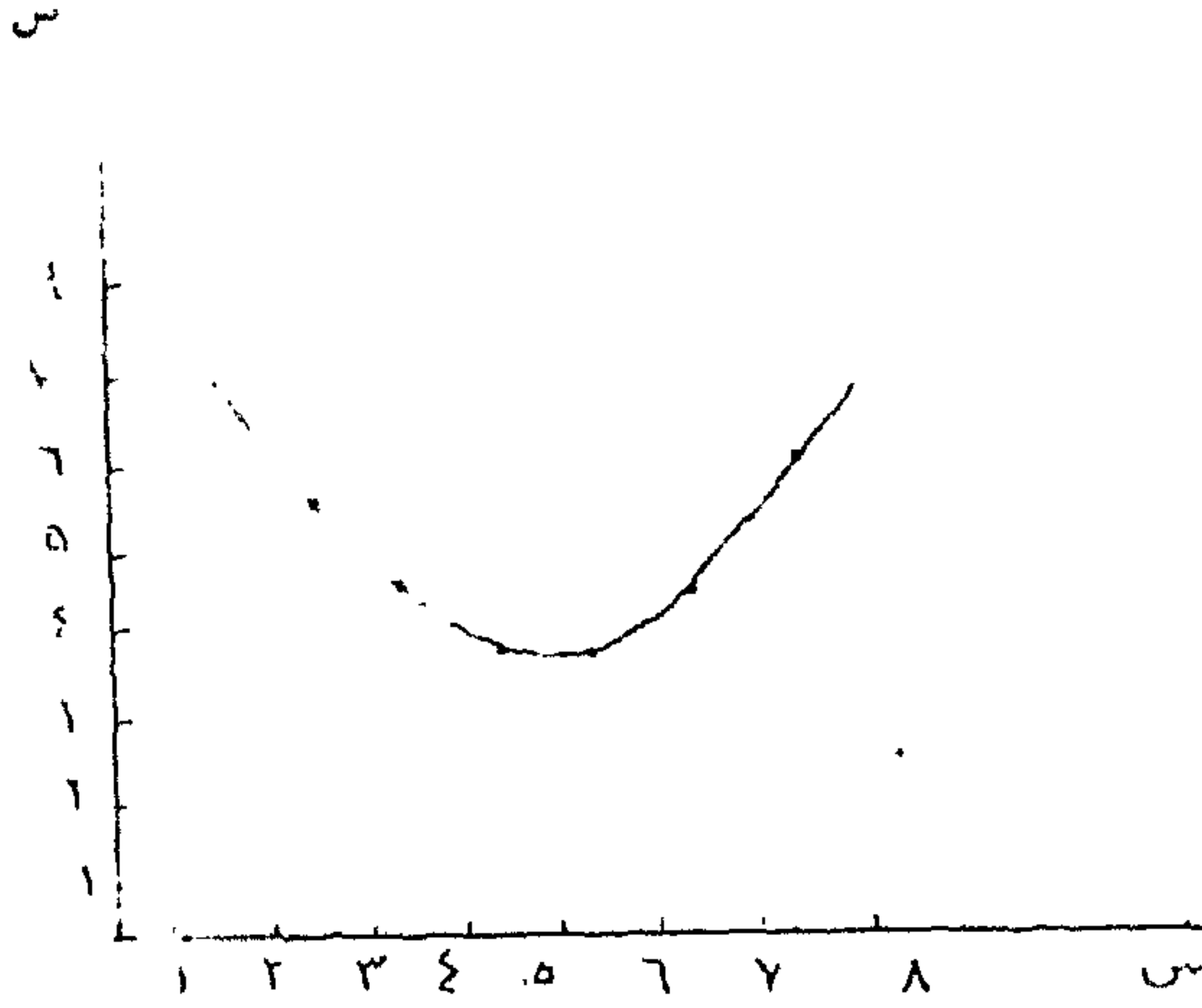
مح س^٢ ، مح س^٣ ، مح س^٤ هي مجموع القوة الثانية ، ومجموع القوة الثالثة ، ومجموع القوة الرابعة للمتغير س على الترتيب .

ويمكن توضيح كيفية تطبيق هذه المعادلات على البيانات الآتية التي في الجدول رقم (٨٨) :

س	ص
١	٧,٢
٢	٦,٧
٣	٤,٧
٤	٣,٧
٥	٤,٧
٦	٤,٢
٧	٥,٢
٨	٥,٧

جدول رقم (٨٨)

فإذا مثلنا هذه البيانات تمثيلاً بيانياً على ورقة رسم بياني عادية يمكن أن
نحصل على الشكل الآتي رقم (٦٥) :



شكل رقم (٦٥)

مطابقة البيانات لدالة القطع المكافئ

وبالانظر إلى هذا الشكل نجد أن قيم v تقل تدريجياً ، ثم تزيد بعد ذلك ،
مما يدل على أن شكل البيانات يطابق إلى حد كبير دالة القطع المكافئ .

والتعويض في المعادلات الثلاث السابقة يتطلب إيجاد قيم u ، v ،
بجس^٣ ، u ، v ، u ، v ، u ، v ، كما في الجدول الآتي :

س	ص	س ^٢	س ^٣	س ^٤	س ص	س ^٢ ص
١	٧,٢	١	١	١	٧,٢	٧,٢
٢	٦,٧	٤	٨	١٦	١٣,٤	٢٦,٨
٣	٤,٧	٩	٢٧	٨١	١٤,١	٤٢,٣
٤	٣,٧	١٦	٦٤	٢٥٦	١٤,٨	٥٩,٢
٥	٤,٧	٢٥	١٢٥	٦٢٥	٢٣,٥	١١٧,٥
٦	٤,٢	٣٦	٢١٦	١٢٩٦	٢٥,٢	١٥١,٢
٧	٥,٢	٤٩	٣٤٣	٢٤٠١	٣٦,٤	٢٥٤,٨
٨	٥,٧	٦٤	٥١٢	٤٠٩٦	٤٥,٦	٣٦٤,٨
المجموع ٣٦	٤٢,١	٢٠٤	١٢٩٦	٨٧٧٢	١٨٠,٢	١٠٢٣,٨

جدول رقم (٨٩)

خطوات ايجاد معادلتى الانحدار عندما تكون

مطابقة لدالة القطع المكافئ،

وبالتعويض فى المعادلات رقم ١١، ١٢، ١٣ نجد أن :

$$٨ = ٤٢,١ + ٣٦ب + ٢٠٤ب$$

$$١٨٠,٢ = ٣٦ + ٢٠٤ب + ١٢٩٦ب$$

$$١٠١٣,٨ = ٢٠٤ + ١٢٩٦ب + ٨٧٧٢ب$$

وبحل هذا النظام من المعادلات الثلاث لىكى نحصل على قيمة كل من أ ،

ب ، مع تقريب كل قيمة إلى رقم عشرى واحد نجد أن :

$$أ = ٩,٢ ، ب = ٢ ، ج = ٠,٢$$

وبذلك تكون معادلة القطع المكافئ هي :

$$صم = ٩,٢ - ٢س + ٠,٢س$$

ويمكن استخدام هذه المعادلة في التنبؤ بقيم المتغير ص بمعلومية قيم معينة للمتغير س .

فإذا كانت $s = ٦,٥$ فإن :

$$ص = ٩,٢ - (٢)(٦,٥) + (٠,٢)(٦,٥)^2$$

$$= ٤,٦٥$$

وإذا أردنا تقدير قيمة المتغير س عندما تكون قيمة المتغير ص أقل ما يمكن، فإننا يجب ان نعلم أن أكبر قيمة (أو أصغر قيمة) يأخذها المتغير ص في حالة القطع المكافئ الذي معادلته $ص = أ + ب_١ س + ب_٢ س^2$ هي عندما تكون

$$س = \frac{ب_١}{-٢ ب_٢}$$

وبالتعويض عن قيمة كل من $ب_١$ ، $ب_٢$ التي حصلنا عليها نجد أن :

$$س = \frac{٢}{-٠,٤} = \frac{-٢}{(٠,٢)(٢)} = ٥$$

$$\text{وبذلك تكون } ص = ٩,٢ - (٢)(٥) + (٠,٢)(٥)^2$$

$$= ٤,٢$$

وربما يتساءل الباحث كيف أن أقل قيمة تصل إليها $ص = ٤,٢$ بينما إذا نظرنا إلى الجدول رقم (٨٩) نجد أن بعض قيم المتغير ص أقل من $٤,٢$. فمثلاً إحدى هذه القيم $= ٣,٢$. ولكن يجب أن يعلم الباحث أن المتغير ص هو متغير عشوائي ، وأن معادلة القطع المكافئ التي حاولنا مطابقة البيانات لها يجب اعتبارها معادلة انحدار . فعند تفسير القيم المتنبأ بها يجب أن ننظر إليها على أنها قيم متوقعة أو متوسطات وليست دليلاً ملاحظة .

تمارين على الفصل الخامس عشر

١ — فيما يلي مجموعة من البيانات التي تشتمل على قيم كل من المتغيرين
س ، ص :

س	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
ص	٠,٨	٢,٤	٠,٤	٥,١	٧,٣	٩,٤	١٣,٥	١٩,٢

(أ) استخدم الدالة الانسية لمطابقة هذه البيانات .

(ب) استخدم ذلك في التنبؤ بقيمة المتغير ص إذا كانت س = ٩ .

٢ — فيما يلي مجموعة من البيانات التي تشتمل على قيم كل من المتغيرين
س ، ص :

س	٥	١٠	١٥	٢٠	٢٥	٣٠
ص	٦٢	٨٠	١٠٧	١٤٠	١٧٥	٢٣١

استخدم دالة القوة لمطابقة هذه البيانات .

ثم اوجد قيمة تقديرية للمتغير ص عندما تكون س = ١٢ ، وعندما تكون
س = ٢٤ .

٣ — بين هل من الممكن أن تطابق المعادلة :

$$ص = أ + ب لو س$$

البيانات الآتية التي تشتمل على قيم كل من المتغيرين س ، ص

١٠,٠	٧,٠	٤,٢	٣,٠	٢,٠	١,٧	١,٥	١,٢	س
٤,٦	٤,٢	٣,٦	٣,٢	٢,٨	٢,٦	٢,٥	٢,٢	ص

٤ — فيما يلي مجموعة من البيانات التي تشتمل على قيم متغيرين :

٣,٠	٢,٥	٢,٠	١,٥	١,٠	س
٦,٩	٨,٨	١٠,٢	٩,٨	٨,٦	ص

استخدم دالة القطع المكافئ لمطابقة هذه البيانات ، وتنبأ بقيمة المتغير ص التي تحمل قيمة المتغير ص نهاية عظمى مع التقريب لرقمين عشريين .

تشجير قزوينت قضا ابا حش على اختيار الأوسلوب الاحصائي الذي يتناسب بيانات بحثه
 (ثانيا) اذا استعمل الباحث على مستطيلين
 صف افنوع افنوع

هل هناك تميز بين المتغير المستقل والمتغير التابع ؟

لا

هل العلاقة بين المتغيرين خطية والاطلوب هو الكتب ؟

لا

نعم

ن

نعم

نسبة الارتباط

ماعد المتغيرات الت من النوع الثاني ؟

لا فحسدا على المنحني
 صلا فحسدا على انما فحسدا
 الدعوة الى ارميا ضحية

الاختصار
 المنحني

كل من المتغيرين

أحد المتغيرين

لا يوجد

هل كل من المتغيرين الثاني متغيرين
 والمتغيرين تتدبرين صلا الا فحسدا
 كل صلا فحسدا فحسدا

نعم

لا

نعم

مساعد ارتباط بين

مساعد ارتباط بين
 (مساعد ارتباط بين)

مساعد ارتباط
 الترمي

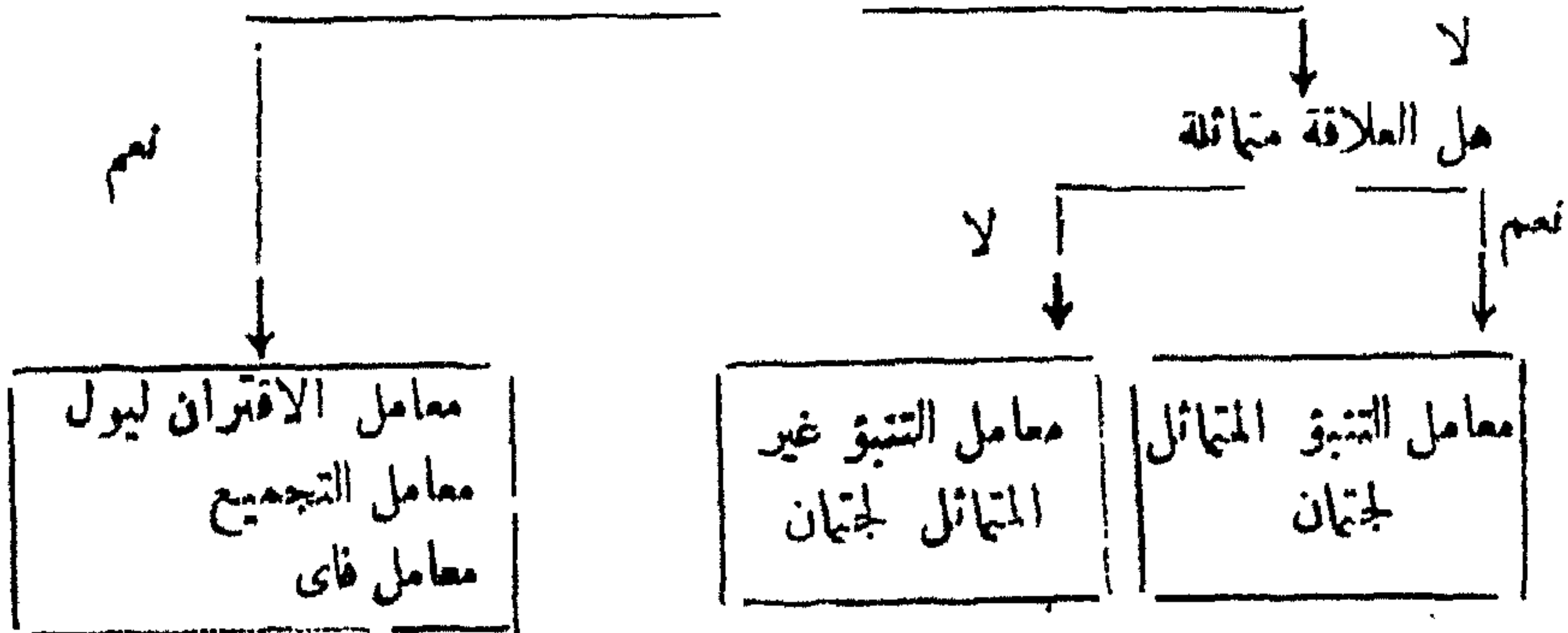
مساعد ارتباط بين
 الترمي

مساعد ارتباط بين
 الترمي

(ثالثا) إذا اشتمل البحث على متغيرين

من النوع الاسمي

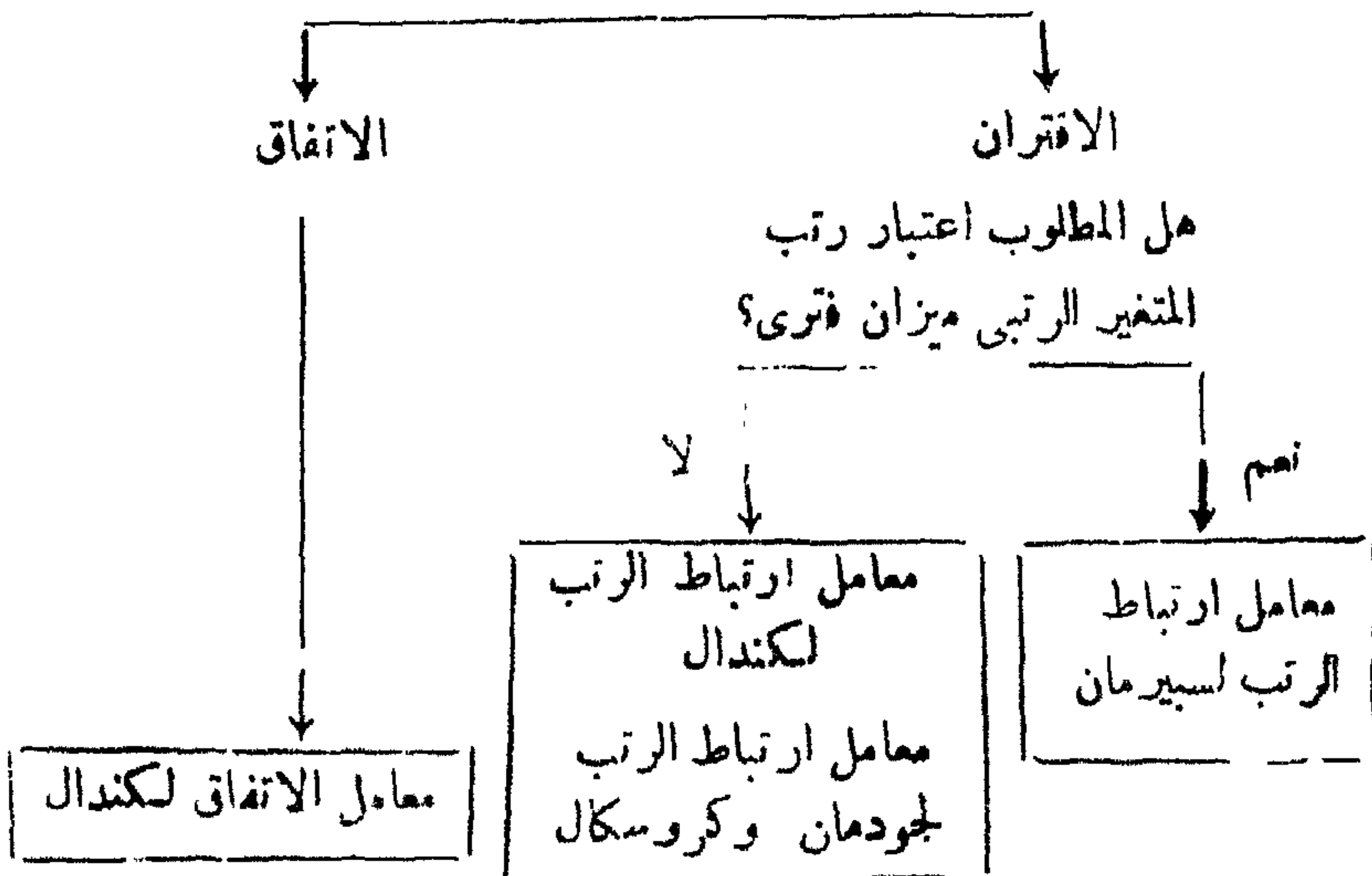
هل كل من المتغيرين يشتمل على قسمين فقط ؟



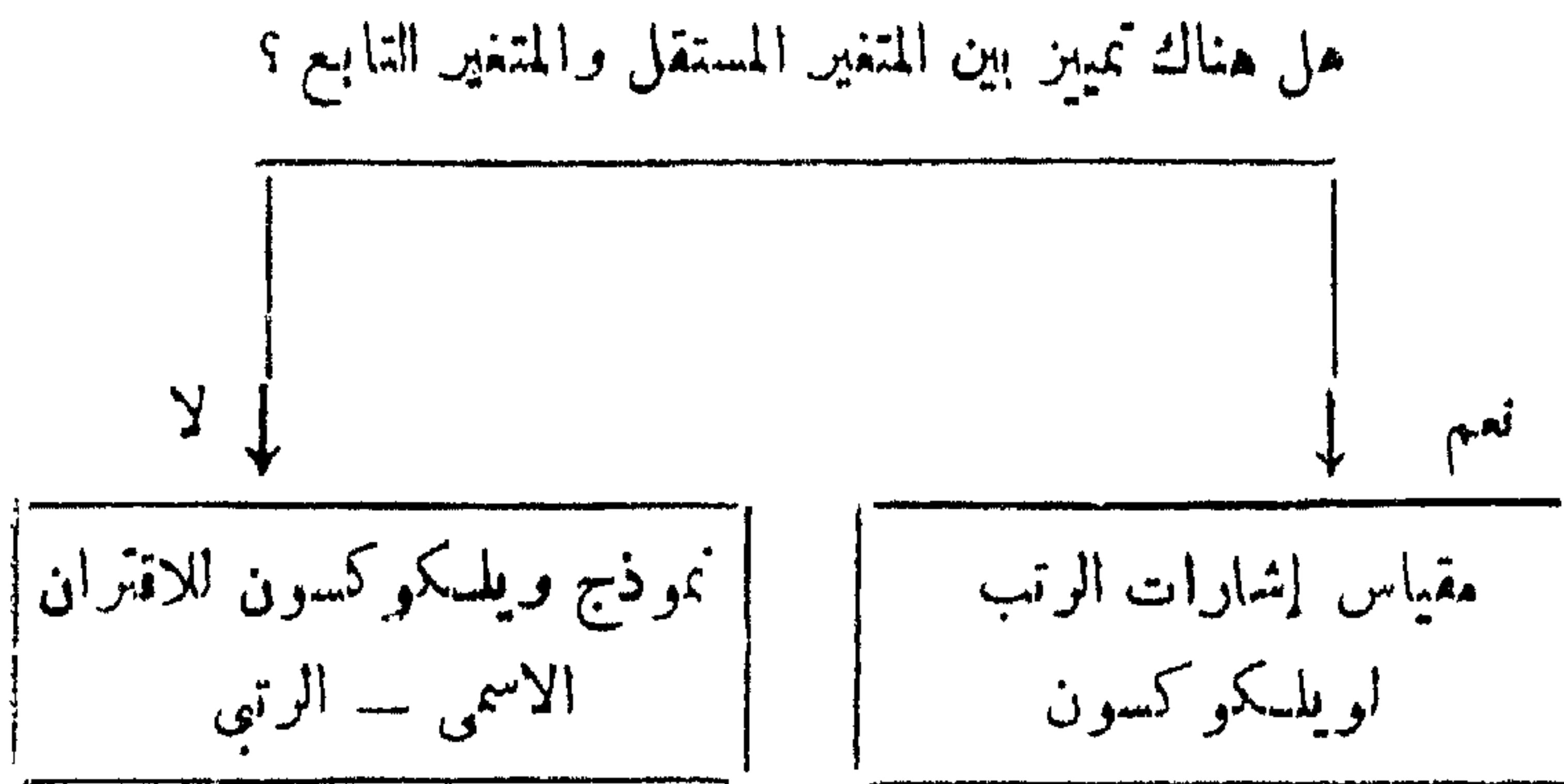
(رابعا) إذا اشتمل البحث على متغيرين

من النوع الرتبي

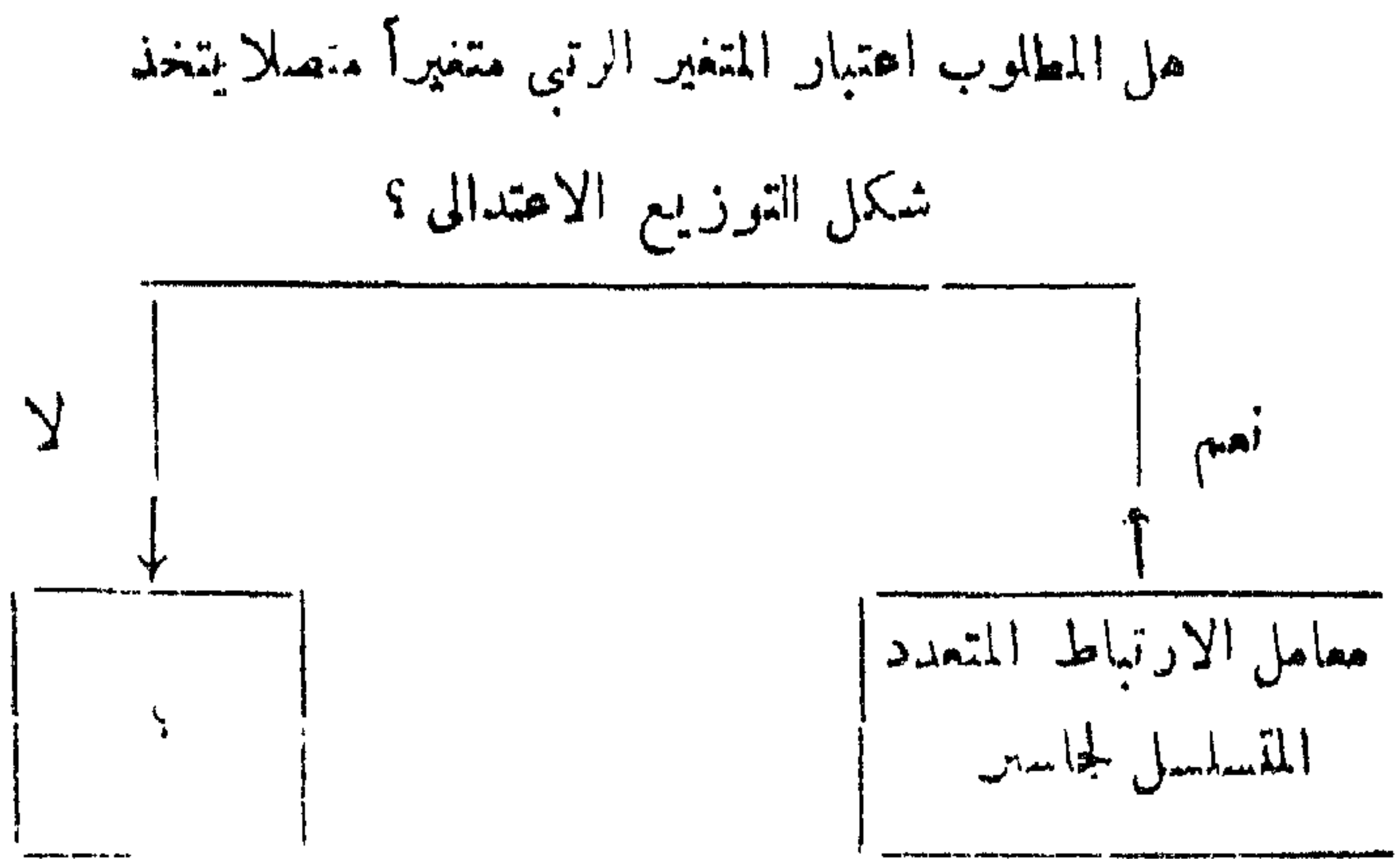
ما هو المطلوب قياسه ؟



(خامسا) إذا اشتمل البحث على متغيرين أحدهما من النوع
الرتبي والآخر من النوع الاسمي

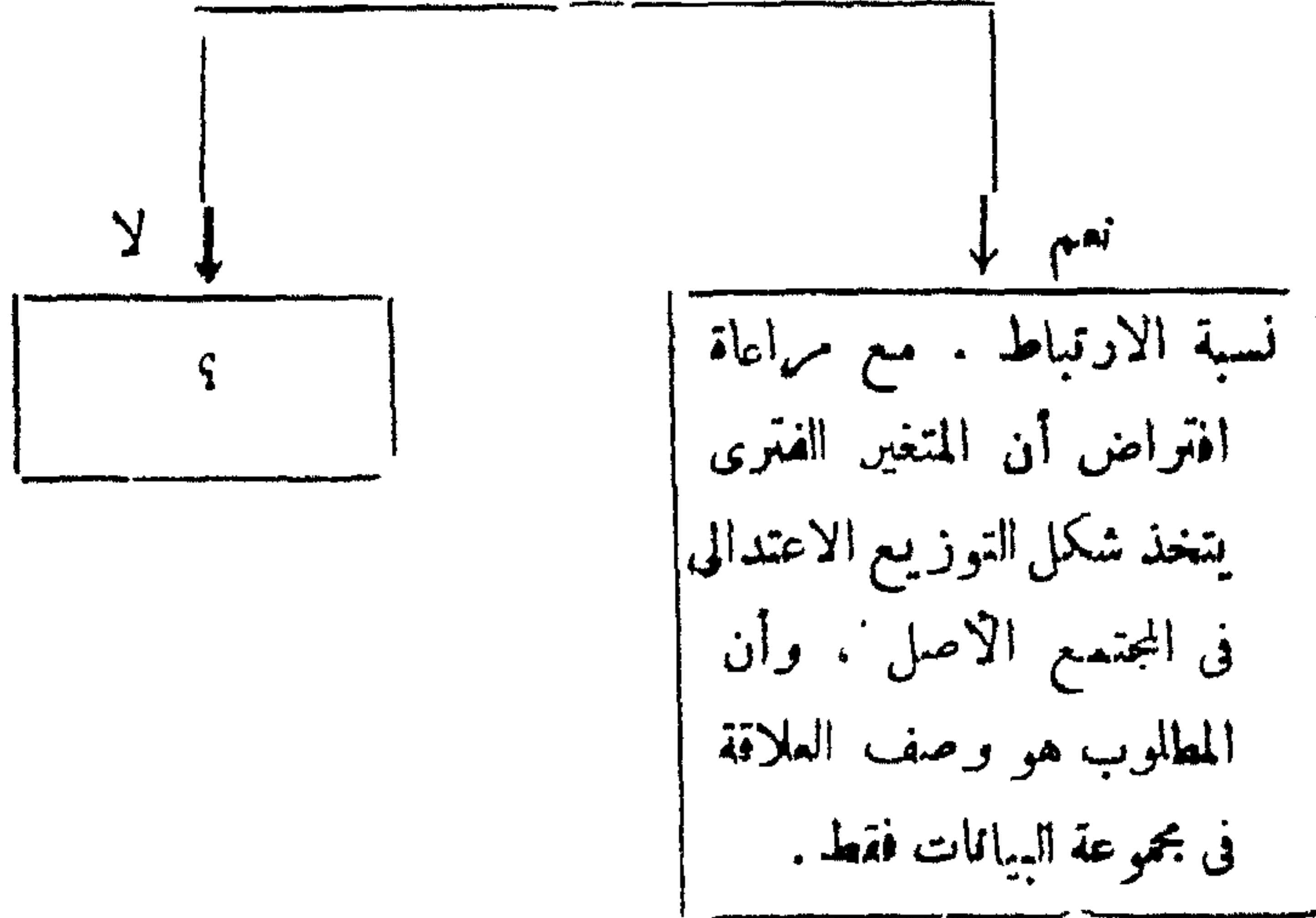


(سادسا) إذا اشتمل البحث على متغيرين أحدهما من النوع
المتري والآخر من النوع الرتبي



(سابعا) إذا اشتمل البحث على متغيرين أحدهما من النوع
الفترى والآخر من النوع الاسمى

هل المتغير الفترى هو المتغير التابع ؟



الباب الثالث

تحليل البيانات المتعددة المتغيرات

الفصل السادس عشر

تحليل الانحدار المتعدد في حالة المتغيرات الكمية

تحليل الانحدار المتعدد في حالة وجود متغيرين مستقلين
إيجاد معادلة انحدار y على x_1, x_2 مأخوذين معاً
معامل الارتباط المتعدد وتفسيره
فروض الانحدار المتعدد

تحليل الانحدار المتعدد في حالة وجود ثلاثة متغيرات مستقلة
تحليل الانحدار المتعدد باستخدام الحاسب الآلي
التمثيل الهندسي للانحدار المتعدد
تقلص معامل الارتباط المتعدد

مقدمة :

عرضنا في البابين الأول والثاني طرق تحليل البيانات ذات المتغير الواحد ، والبيانات ذات المتغيرين . ولكن السلوك الإنساني معقد حقا وليس من البساطة بحيث يعتمد الباحث النفسى والتربوى فى دراسته لظاهرة نفسية أو تربوية معينة على متغير واحد أو متغيرين فقط . إذ أن الباحث يتوقع عادة وجود متغيرات متعددة تؤثر فى ظاهرة نفسية معينة . وإذا أردنا التعبير عن ذلك بأسلوب إحصائى نقول أن تباين المتغيرات التابعة يكون عادة دالة للمتغيرات المصاحبة فى كثير من المتغيرات المستقلة التى تتفاعل مع بعضها .

فتلا ربما يستطيع الباحث التنبؤ بتحصيل الطلاب فى مواد دراسية معينة بمعلومية درجاتهم فى اختبار للذكاء . إلا أنه ربما يستطيع أيضا التنبؤ بتحصيلهم بمعلومية متغيرات أخرى مثل درجاتهم فى التحصيل فى هذه المواد فى أعوام سابقة ، أو دافعتهم للإنجاز والتحصيل ، أو بعض سمات شخصياتهم وغير ذلك . فكل من هذه المتغيرات ربما يكون له تأثير على الأداء الأكاديمى للطلاب ، وبالتالى يسهم كل منها بقدر ما فى التنبؤ بهذا الأداء .

وتحليل الانحدار المتعدد يمكن الباحث من تحليل العلاقات بين متغير تابع ومتغيرين مستقلين أو أكثر ، والتنبؤ بقيمة المتغير التابع بمعلومية قيم المتغيرات المستقلة . وبالطبع يكون التنبؤ باستخدام المتغيرات المستقلة مجتمة أفضل من التنبؤ باستخدام أى منها على حدة . بشرط أن يكون الارتباط بين هذه المتغيرات منخفضة ، وارتباط كل منها بالمتغير التابع مرتفعا .

وللانحدار المتعدد جانبان من جوانب تحليل البيانات أحدهما جانب وصفى ، وفيه يكون الاهتمام منصبا على طرق تحليل وتلخيص العلاقة الخطية بين المتغير التابع وبمجموعة المتغيرات المستقلة . والآخر جانب استدلالى ، وفيه يكون

الاهتمام منصبا على طرق الاستدلال على العلاقات في المجتمع الاصل باستخدام البيانات المستمدة من عينة البحث . وبالرغم من الارتباط الوثيق بين الجانبين في تحليل البيانات ، إلا أنه ربما يكون من المناسب معالجة كل منهما على حدة حتى يتسنى للباحث تصور مفهوم الانحدار المتعدد كأسلوب إحصائي وصفي تحليلي ، وكأسلوب استدلالى تفسيري يتميز بالعمومية والشمول .

ولذلك فإننا سنقتصر في هذا الجزء من الكتاب على الجانب الوصفي للانحدار المتعدد ، ونتناول الجانب الاستدلالي للانحدار في الجزء الثاني من الكتاب الذي يختص بالأساليب الاستدلالية في تحليل البيانات .

كما سنقتصر في هذا الباب على مناقشة تحليل الانحدار المتعدد في حالتى وجود متغيرين مستقلين ، وثلاثة متغيرات مستقلة من النوع السكى أو النوعى (السكىنى) أى من المستوى الفترى أو الاسمى حتى يتسنى للباحث فهم أساسيات هذا الأسلوب الإحصائى الذى يعتبر نظاما عاما تبنى على أساسه مختلف الأساليب الإحصائية الأخرى مثل تحليل المسارات ، والتحليل العاملى ، وتحليل الدالة التمييزية ، وتحليل الارتباط بين مجموعتين من المتغيرات وغيرها .

ونظراً لأن تحليل المسارات يتناول طرق إيجاد العلاقات التركيبية وتفسير العلاقات المتشابكة التى تشتمل عليها البيانات المتعددة المتغيرات ، وهذا يعتبر من أهم استخدامات تحليل الانحدار المتعدد، فإننا سوف نعرض أيضاً في فصل مستقل من فصول هذا الباب أسلوب تحليل المسارات الذى يعتبر من الأساليب الإحصائية المستحدثة في تحليل البيانات . وقد أصبح يستخدم بكثرة في البحوث الاجتماعية والنفسية والتربوية فى الآونة الأخيرة .

تحليل الانحدار المتعدد فى حالة وجود متغيرين مستقلين :

عرضنا فى الفصل الرابع عشر موضوع الانحدار الخطى البسيط لمتغير تابع

(ص) على متغير مستقل واحد (س)، وذكرنا أن معادلة خط الانحدار ص على س هي :

$$\text{ص} = \text{ب ص س} + \text{أ ص س} \quad (١)$$

حيث ص م ترمز إلى قيم ص المتنبأ بها

أ ص س ترمز إلى الجزء الذي يقطعه خط الانحدار من محور الصادات .

ب ص س ترمز إلى ميل خط الانحدار ، ويسمى بمعامل الانحدار ، أو الوزن التقديرى للمتغير س .

س ترمز إلى قيم المتغير المستقل .

ويمكن استخدام هذه المعادلة في التنبؤ أو تقدير قيم ص بمعلومية قيم س .

ولتقدير قيمة كل من الثابتين أ ، ب في هذه المعادلة ذكرنا أنه يمكن استخدام طريقة المربعات الصغرى التى نستطيع عن طريقها تحديد الخط المستقيم الذى يجعل مجموع مربعات الأخطاء الناجمة عن التنبؤ نهاية صغرى . وعندئذ تكون

$$\text{أ ص س} = \overline{\text{ك ه}} - \text{ب ص س} \quad (٢)$$

$$\text{ب ص س} = \frac{\text{ن م ج س ص} - (\text{م ج س}) (\text{م ج ص})}{\text{ن م ج س}^2 - (\text{م ج س})^2} \quad (٣)$$

وفى الحقيقة أن تحليل الانحدار المتعدد فى حالة وجود متغيرين مستقلين هو امتداد لتحليل الانحدار الخطى البسيط ، وتنطبق عليه نفس الأفكار الرئيسية فيما عدا أن العمليات الحسابية فى هذه الحالة تكون أكثر مشقة .

فالمعادلة العامة للانحدار فى حالة وجود متغيرين مستقلين هي :

$$\text{ص م} = \text{أ} + \text{ب}_1 \text{س}_1 + \text{ب}_2 \text{س}_2 + \dots + \text{ب}_n \text{س}_n \quad (٤)$$

حيث ص م ترمز إلى قيم ص المتنبأ بها بمعلومية المتغيرين س_١ ، س_٢ .
، ب_١ ، ب_٢ ترمز إلى معامل الانحدار أو الوزن المقدّر لكل من المتغيرين
س_١ ، س_٢ على الترتيب .

والصورة المستخدمة لحساب الثابت أ هي امتداد للمعادلة رقم (٢) كالآتي :

$$\text{أ} = \text{ص} - \text{ب}_1 \text{س}_1 - \text{ب}_2 \text{س}_2 - \dots - \text{ب}_n \text{س}_n \quad (٥)$$

ولإيجاد قيمة كل من أ ، ب_١ ، ب_٢ يمكن استخدام طريقة المربعات الصغرى
التي سبق استخدامها في حالة الانحدار الخطي البسيط للحصول على ثلاث معادلات
تشتمل على أ ، ب_١ ، ب_٢ .

وهذه المعادلات هي :

$$\text{بج س}_1 \text{ص} = \text{ب}_1 \text{بج س}_1 + \text{ب}_2 \text{بج س}_2 + \dots + \text{أ بج س}_1$$

$$(٦) \dots\dots\dots$$

$$\text{بج س}_2 \text{ص} = \text{ب}_1 \text{بج س}_1 + \text{ب}_2 \text{بج س}_2 + \dots + \text{أ بج س}_2$$

$$(٧) \dots\dots\dots$$

$$\text{بج ص} = \text{ب}_1 \text{بج س}_1 + \text{ب}_2 \text{بج س}_2 + \dots + \text{أ ن} \quad (٨)$$

وتسمى هذه المعادلات الثلاث ، المعادلات المعتادة Normal Equations .

ويمكن اختزال هذه المعادلات إلى معادلتين فقط إذا استخدمنا الانحرافات
قيم المتغيرات س_١ ، س_٢ ، ص عن متوسط كل منها . وسنرمز لهذه الانحرافات
بالرموز س_١ ، س_٢ ، ص ، والمعادلتان هما :

$$\text{بج س}_1 \text{ص} = \text{ب}_1 \text{بج س}_1 + \text{ب}_2 \text{بج س}_2 + \dots + \text{ب}_n \text{بج س}_n \quad (٩)$$

$$\text{بج س}_2 \text{ص} = \text{ب}_1 \text{بج س}_1 + \text{ب}_2 \text{بج س}_2 + \dots + \text{ب}_n \text{بج س}_n \quad (١٠)$$

ويمكن حل هاتين المعادلتين آنيا لكي نحصل على قيمة كل من ب_١ ، ب_٢ .

وهما نفس القيمتين اللتين نحصل عليهما من حل المعادلات رقم ٦ ، ٧ ، ٨ ،
وبذلك توفر للباحث بعض الجهد والوقت .

وتيسيراً على الباحث يمكنه استخدام المعادلتين الآتيتين مباشرة لإيجاد قيمة
كل من b_1 ، b_2 وهما :

$$b_1 = \frac{(مجموع\ 1\ ص) (مجموع\ 2\ ص) - (مجموع\ 1\ س) (مجموع\ 2\ س)}{(مجموع\ 1\ س)^2 - (مجموع\ 2\ س) (مجموع\ 1\ ص)} \quad (١١)$$

$$b_2 = \frac{(مجموع\ 1\ س) (مجموع\ 2\ ص) - (مجموع\ 1\ ص) (مجموع\ 2\ س)}{(مجموع\ 1\ س)^2 - (مجموع\ 2\ س) (مجموع\ 1\ ص)} \quad (١٢)$$

$$\text{حيث : } مجموع\ 1\ س = مجموع\ 1\ ص - \frac{(مجموع\ 1\ س)^2}{ن} \quad (١٣)$$

$$مجموع\ 2\ س = مجموع\ 2\ ص - \frac{(مجموع\ 2\ س)^2}{ن} \quad (١٤)$$

$$مجموع\ 1\ س \cdot مجموع\ 2\ س - \frac{(مجموع\ 1\ س) (مجموع\ 2\ س)}{ن} \quad (١٥)$$

$$مجموع\ 1\ ص \cdot مجموع\ 2\ س - \frac{(مجموع\ 1\ ص) (مجموع\ 2\ س)}{ن} \quad (١٦)$$

$$مجموع\ 1\ ص \cdot مجموع\ 2\ ص - \frac{(مجموع\ 1\ ص) (مجموع\ 2\ ص)}{ن} \quad (١٧)$$

والسكى اوضح للباحث كيفية تطبيق هذه المعادلات في حالة وجود متغيرين مستقلين تقدم المثال الآتى :

نفترض اننا اردنا ليجاد معادلة انحدار درجات مجموعة من الطلاب في مادة الرياضيات في الصف الاول بالمرحلة الثانوية (المتغير التابع ص) بمعلومية درجاتهم في أحد اختبارات الاستعداد الرياضى (المتغير المستقل الاول س_١) ، ودرجات تحصيلهم في الرياضيات في نهاية المرحلة الإعدادية (المتغير المستقل الثانى س_٢) . وهذه الدرجات مبينة في الجدول الآتى (رقم ٩٠) .

ص	س _١	س _٢	ص	س _١	س _٢
٢	٢	٥	٤	٤	٣
١	٢	٤	٣	٣	٦
٢	١	٣	٦	٥	٧
١	٤	٣	٦	٦	٥
٥	٤	٤	١٠	٧	٩
٤	٤	٥	٩	٩	٦
٧	٥	٦	٧	١٠	٤
٦	٤	٤	٦	٩	٥
٧	٧	٦	٩	٦	٧
٨	٦	٤	١٠	٤	٩

جدول رقم (٩٠)

فألخطوة الاولى : يوجد بمجموع قيم كل من المتغيرات ص ، س_١ ، س_٢ ، ومتوسط كل منها ، ومجموع مربعات هذه القيم ، ومجموع حواصل ضرب القيم المتناظرة لكل منها مثنى مثنى ، والانحراف المعياري لكل منها كالآتى :

(٤٠ — التحليل)

$$\begin{aligned} \text{مجموع ص} &= 113 , & \overline{\text{ص}} &= 5,65 , & \text{مجموع ص}^2 &= 792 \\ \text{مجموع س}_1 &= 102 , & \overline{\text{س}_1} &= 5,15 , & \text{مجموع س}_1^2 &= 637 \\ \text{مجموع س}_2 &= 105 , & \overline{\text{س}_2} &= 5,25 , & \text{مجموع س}_2^2 &= 611 \end{aligned}$$

$$\text{مجموع ص} = 665$$

$$\text{مجموع س}_1 = 660$$

$$\text{مجموع س}_2 = 660$$

$$\begin{aligned} \text{الانحراف المعياري غير المتحيز للتغير ص} &= \sqrt{\frac{\text{مجموع (ص - } \overline{\text{ص}})^2}{1 - \text{ن}}} \\ &= \sqrt{\frac{104,00}{19}} \\ &= 2,368 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{الانحراف المعياري غير المتحيز للتغير س}_1 &= \sqrt{\frac{\text{مجموع (س}_1 - \overline{\text{س}_1})^2}{1 - \text{ن}}} \\ &= \sqrt{\frac{106,00}{19}} \\ &= 2,368 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{والانحراف المعياري غير المتحيز للتغير س}_2 &= \sqrt{\frac{\text{مجموع (س}_2 - \overline{\text{س}_2})^2}{1 - \text{ن}}} \\ &= \sqrt{\frac{59,75}{19}} \\ &= 1,7733 \end{aligned}$$

والخطوة الثانية : يستخدم المعادلات رقم ١٣ ، ١٤ ، ١٥ ، ١٦ ، ١٧ لإيجاد مجموع مربعات انحرافات قيم كل من ص ، س_١ ، س_٢ عن متوسط كل منها ، وكذلك مجموع انحرافات حواصل الضرب كالتالي :

$$١٥٤,٥٥ = \frac{٢(١١٣)}{٢٠} - ٧٩٣ = \text{مجموع } ٢$$

$$١٠٦,٥٥ = \frac{٢(١٠٣)}{٢٠} - ٦٣٧ = \text{مجموع } ١$$

$$٥٩,٧٥ = \frac{٢(١٠٥)}{٢٠} - ٦١١ = \text{مجموع } ٢$$

$$٨٣,٥٥ = \frac{(١١٣)(١٠٣)}{٢٠} - ٦٦٥ = \text{مجموع } ١$$

$$٦٦,٧٥ = \frac{(١١٣)(١٠٥)}{٢٠} - ٦٦٠ = \text{مجموع } ٢$$

$$١١,٢٥ = \frac{(١٠٥)(١٠٣)}{٢٠} - ٥٦٠ = \text{مجموع } ٢$$

وجميع هذه المقاييس الإحصائية يتم حسابها بطريقة آلية باستخدام برامج الحاسب الالكترونى الجاهزة . ولكن فى حالة وجود متغيرين مستقلين ربما يحتاج الباحث فقط إلى آلة حاسبة صغيرة لإيجاد قيم هذه المقاييس .

وفى الحقيقة توجد طرق متعددة لحساب هذه المقاييس الإحصائية اللازمة لتحليل الانحدار المتعدد ، ولكننا فضلنا طريقة بمجموع المربعات لسهولة حسابها مباشرة من البيانات ، كما أنها تستخدم فى كثير من المقاييس الإحصائية التى سنعرض لها فى الجزء الثانى من الكتاب مثل تحليل التباين ، وتحليل التباين وغيرهما .

ويمكن تلخيص النتائج التى حصلنا عليها فيما سبقت فى الجدول الآتى رقم

ص	س _١	س _٢
١٥٤,٥٥	٨٣,٠٥	٦٦,٧٥
(٠,٦٤٧١)	١٠٦,٥٥	١٩,٢٥
(٠,٦٩٤٦)	(٠,٢٤١٢)	٥٩,٧٥
٢,٨٥٢	٢,٣٦٨	١,٧٧٣٣
٥,٦٥	٥,١٥	٥,٢٥
الانحراف المعياري		
المتوسط		

جدول رقم (٩١)

ملخص نتائج المقاييس الاحصائية اللازمة لتحليل الانحدار المتعدد
في حالة وجود متغيرين مستقلين

ونظراً لأن الباحث سوف يحتاج إلى معاملات الارتباط بين كل متغيرين من
المتغيرات س_١ ، س_٢ ، فإنه يمكن أن يحسب هذه المعاملات باستخدام طريقة
الدرجات الحام مباشرة كالآتي :

$$r_{س١ ص} = \frac{(١١٣)(١٠٣) - (٦٦٥)(٢٠)}{[\sqrt{(١١٣) - (٧٩٣)(٢٠)}][\sqrt{(١٠٣) - (٦٣٧)(٢٠)}]} = ٠,٦٤٧١$$

$$r_{س٢ ص} = \frac{(١٠٥)(١٠٣) - (٦٦٠)(٢٠)}{[\sqrt{(١١٣) - (٧٩٣)(٢٠)}][\sqrt{(١٠٥) - (٦١١)(٢٠)}]} = ٠,٦٩٤٦$$

$$r_{س١ س٢} = \frac{(١٠٥)(١٠٣) - (٥٦٠)(٢٠)}{[\sqrt{(١٠٥) - (٦١١)(٢٠)}][\sqrt{(١٠٣) - (٦٣٧)(٢٠)}]} = ٠,٢٤١٢$$

وهذه القيم مبينة في خلايا الجدول رقم (٩١) بين قوسين ، وقد حسبنا معاملات الارتباط السابقة لأهميتها في :

١ — إيجاد معادلة الحدار S_1 على S_2 ، S_3 بعد حساب قيم الثوابت أ ، ب ، S_4 ، وسوف تستخدم هذه المعادلة في التنبؤ بتحصيل طالب معين في الرياضيات في الصف الأول بالمرحلة الثانوية بمعلومية درجاته في اختبار الاستعداد الرياضي ، ودرجات تحصيله في الرياضيات في نهاية المرحلة الإعدادية .

٢ — معرفة نسبة التباين الكلى لتوزيع المتغير S_1 الذي يمكن تفسيره بمعلومية المتغيرين S_2 ، S_3 ، أى معرفة العلاقة بين التركيب الخطى Linear Combination للمتغيرين المستقلين والمتغير التابع ، ويمكن استخدام مربع معامل الارتباط المتعدد Multiple Correlation الذي سنعرض له بعد قليل للتعبير عن هذه العلاقة .

٣ — معرفة الإسهام النسبي لكل من المتغيرين المستقلين S_2 ، S_3 في التنبؤ بقيمة المتغير التابع S_1 . وسوف نستخدم الأوزان B_2 ، B_3 في إلقاء بعض الضوء على هذا الإسهام .

ولكننا سوف نحتاج إلى مقاييس أخرى أكثر دقة لتفسير هذا الإسهام النسبي بعضها يعتمد على مربع معامل الارتباط المتعدد .

٤ — معرفة الدلالة الإحصائية لمقدار ما يسهم به كل من المتغيرين المستقلين S_2 ، S_3 في التنبؤ بالمتغير S_1 . ولكننا سنرجى هذا حين مناقشة الأساليب الاستدلالية في تحليل البيانات في الجزء الثاني من الكتاب .

إيجاد معادلة انحدار ص على س_١ ، س_٢ معا :

لإيجاد معادلة انحدار ص على س_١ ، س_٢ في المثال السابق يجب أن نستعين بالمقاييس الإحصائية التي تم حسابها لإيجاد قيمة كل من ب_١ ، ب_٢ باستخدام المعادلتين (١) ، (٢) كالآتي :

$$B_1 = \frac{(66,75)(19,25) - (59,75)(83,05)}{2(19,25) - (59,75)(106,55)} = 0,6133$$

$$B_2 = \frac{(83,05)(19,25) - (66,75)(106,55)}{2(19,25) - (59,75)(106,55)} = 0,9195$$

ويمكن إيجاد قيمة أ باستخدام المعادلة رقم (٥) كالآتي :

$$A = 0,65 - (0,6133)(0,15) - (0,9195)(0,25) = 2,3359$$

وبذلك تكون معادلة انحدار ص على س_١ ، س_٢ هي :

$$ص = 2,3359 + 0,6133 س_1 + 0,9195 س_2$$

وإذا نظرنا إلى الجدول رقم (٩٠) نجد أن قيمة ص الفعلية المقابلة لقيمة س_١ = ٢ ، س_٢ = ٥ تساوي ٢ ، في حين أن القيمة المتنبأ بها والتي حصلنا عليها من معادلة الانحدار تساوي ٣,٤٨٨٢ . وبذلك يكون الفرق ف بين القيمتين هو — ١,٤٨٨٢ ، وهذا الفرق يعبر عن خطأ التنبؤ أو ما يسمى ببواقي التنبؤ — Residual ، وهو يساوي (ص — ص_م) .

ويمكن الحصول على مقدار أخطاء التنبؤ أو البواقى لجميع قيم x المبينة فى جدول رقم (٩٠) . وهذه الأخطاء أو البواقى مبينة فى الجدول الآتى رقم (٩٢) ، وكذلك مربع هذه البواقى ، وقيم x المتنبأ بها أى x م ، ومربعات هذه القيم ، وحاصل ضرب قيم x فى x م .

وسوف تفيد هذه القيم فى حساب قيمة معامل الارتباط المتعدد .

ف = ص - صم	صم = ا + ب، ص + ب، ص	ص	ب	ا
١,٤٨٨٢ -	٣,٤٨٨٢	٥	٢	٢
٢,١٨٢ -	٣,١٨٢٠	٤	٣	١
٠,٩٦٤١	١,٠٣٥٩	٣	١	٢
١,٨٧٥٨ -	٢,٨٧٥٨	٣	٤	١
١,٢٠٤٧	٣,٧٩٥٣	٤	٤	٥
٠,٧١٤٨ -	٤,٧١٤٨	٥	٤	٤
٠,٧٥٢٤	٦,٢٤٧٦	٦	٥	٧
٢,٢٠٤٧	٣,٧٩٥٣	٤	٤	٦
٠,٤٧٤٢ -	٧,٤٧٤٢	٦	٧	٧
٢,٩٧٨١	٥,٠٢١٩	٤	٦	٨
١,١٢٤٢	٥,٨٧٥٨	٣	٤	٤
٢,٠٢١٠ -	٥,٠٢١٠	٦	٣	٣
١,١٦٧١ -	٧,١٦٧١	٧	٥	٦
٠,٠٥٨٦	٥,٩٤١٤	٥	٦	٦
٠,٢٣٢٧ -	١٠,٢٣٢٧	٩	٧	١٠
٠,٢٩٩٢	٨,٧٠٠٨	٦	٩	٩
٠,٤٧٥٠ -	٧,٤٧٥١	٤	١٠	٧
١,٧٨١٣ -	٧,٧٨١٣	٥	٩	٦
٢,٢١٩٦	٧,٧٨٠٤	٧	٦	٩
١,٦٠٧٢	٨,٣٩٢٨	٩	٤	١٠
		١٠٥	١٠٣	١١٢ مجموع

جدول رقم (٩٢)

بواقي قيم ص ، ومربع البواقي ، ومربع قيم ص ، وحاصل ضرب ص X صم

ص X صم	ص ^٢ م	ف
٦,٩٧٦٤	١٢,١٦٧٥	٢,٢١٤٧
٣,١٨٢٠	١٠,١٢٥١	٤,٧٦١١
٢,٠٧١٨	١,٠٧٣١	٠,٩٢٩٥
٢,٨٧٥٨	٨,٣٧٠٢	٣,٥١٨٦
١٨,٩٧٦٥	١٤,٤٠٤٣	١,٤٥١٣
١٨,٨٥٩٢	٢٢,٢٢٩٣	٠,٥١٠٩
٤٣,٧٣٣٢	٣٩,٠٣٢٥	٠,٥٦٦١
٢٢,٧٧١٨	١٤,٤٠٤٣	٤,٨٧٠٦
٥٢,٣١٩٤	٥٥,٨٦٣٧	٠,٢٢٩٩
٤٠,١٧٥٢	٢٥,٢١٩٥	٨,٨٦٩١
١١,٥٠٣٢	٨,٣٧٠٢	١,٢١١٨
١٥,٠٦٣٠	٢٥,٢١٠٤	٤,٠٨٩٤
٤٣,٠٠٢٦	٥١,٣٧٦٣	١,٣٦٣١
٣٥,٦٩٨٤	٣٥,٢٠٠٢	٠,٠٠٣٩
١٠٢,٣٣٧٠	٠٤,٧٠٨١	٠,٠٥٤١
٧٨,٢٠٧٢	١٧٥,٧٠٣٩	٠,٠٨٩٥
٥٢,٢٢٥٧	٥٥,٨٧٧١	٠,٢٢٥٦
٤٦,٦٨٧٨	٦٠,٥٩٨٦	٣,١٧٣٠
٧٠,٠٢٣٦	٦٠,٥٣٩٦	١,٤٨٧٤
٨٣,٩٢٨٠	٧٠,٩٣٩١	٢,٥٨٣١
٧٥٠,٧٥٧٨	٧٥١,٣١٣٠	٤٢,٢٥٣٧

وينبغي أن نلاحظ من هذا الجدول أن نصف عدد الفروق (ف) موجب والنصف الآخر سالب ، كما أن معظم هذه الفروق ضئيلة ، وهذا بالطبع ما يجب أن يكون . فقيم ١ ، ب ، ب_٢ التي سبق أن حصلنا عليها تحقق قاعدة المربعات الصغرى ، أى أن هذه القيم تجعل مربع الفروق (ف^٢) أقل ما يمكن . فمجموع الفروق أى ب ف = صفر ، بينما ب ف^٢ = ٤٢,٢٥٣٧ . ويسمى هذا المقدار بمجموع مربعات البواقي ، أى أن مجموع مربعات البواقي يدل على الجزء من المجموع الكلى للمربعات الخاص بالمتغير ص الذى لا نستطيع أن نرجعه أو ننسبه إلى الانحدار .

وفي الحقيقة يمكن أن يحصل الباحث على مجموع مربعات البواقي مباشرة دون الحاجة إلى حساب جميع المقاييس الإحصائية التى قدمناها .

والسبب فى عرضنا لها هو توضيح أهمية مفهوم مجموع المربعات Sum of Squares، فى التحليل الإحصائى للانحدار المتعدد ، وأهميته فى التحليلات الإحصائية الأخرى كما سنرى فيما بعد .

ويمكن حساب مجموع المربعات الخاصة بالانحدار باستخدام المعادلة الآتية :

$$\text{مجموع مربعات الانحدار} = \text{ب} \cdot \text{ب} \cdot \text{ر} + \text{ب} \cdot \text{ب} \cdot \text{س} + \dots \quad (١٨)$$

وبالتعويض عن قيم ب_١ ، ب_٢ ، ب_٣ ، ب_٤ من البيانات الموضحة فى المثال السابق نجد أن :

$$\begin{aligned} \text{مجموع مربعات الانحدار} &= (٠,٦١٣٣)(٨٣,٠٥) + \\ &= (٠,٩١٩٥)(٦٦,٧٥) = \\ &= ١١٢,٣١١٢ \end{aligned}$$

وهذا الناتج يدل على الجزء من المجموع الكلى للمربعات الخاص بالمتغير ص الذى يمكن أن ينسب أو يرجع إلى انحدار ص على س_١ ، س_٢ .

وقد وجدنا فيما سبق أن المجموع الكلى للمربعات الخاص بالمتغير ص

$$= ١٥٤,٥٥$$

فإذا أضفنا مجموع المربعات الخاص بالانحدار إلى مجموع مربعات البواقي ،
فإننا نحصل على المجموع الكلى للمربعات الخاص بالمتغير ص .

$$\text{ص} = \text{م} + \text{م} \\ \text{ص} \quad \text{انحدار} \quad \text{بواقي}$$

$$= ١١٢,٣١١٢ + ٤٢,٢٥٣٧$$

$$= ١٥٤,٥٦٤٩$$

وهذه تساوى تقريباً مجموع مربعات ص التى حصلنا عليها فيما سبق وهو

$$= ١٥٤,٥٥$$

معامل الارتباط المتعدد :

Multiple Correlation

يعتبر معامل الارتباط المتعدد من المقاييس الإحصائية الأساسية التى تستخدم
فى تحليل الانحدار المتعدد . ويدل معامل الارتباط المتعدد على درجة العلاقة
القائمة بين متغير تابع ومتغيرين مستقلين أو أكثر . ويعتمد معامل الارتباط
المتعدد على الارتباطات الداخلية بين المتغيرات المستقلة من ناحية ، وارتباطات
المتغيرات المستقلة بالمتغير التابع من ناحية أخرى . ويعتبر مربع معامل الارتباط
المتعدد من المقاييس الإحصائية الهامة فى تفسير الانحدار . وسوف نرمز لمعامل
الارتباط المتعدد بالرمز R ، ومربعه R^2 .

وإحدى الصور البسيطة التى يمكن استخدامها لإيجاد قيمة مربع معامل
الارتباط المتعدد والتى تعتمد على مجموع المربعات الخاص بالانحدار (سنرمز له
بالرمز م انحدار) ، والمجموع الكلى للمربعات الخاص بالمتغير ص (سنرمز له
بالرمز م م ص) هى :

$$R^2 = \frac{122 \text{ انحدار}}{122 \text{ ص}} \quad (19) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad .$$

ويمكن الحصول على معامل الارتباط المتعدد (R م) باستخراج الجذر التربيعي للطرف الأيسر من الصورة رقم (١٩) .

فإذا طبقنا هذه الصورة على البيانات المستمدة من المثال السابق نجد أن :

$$R^2 = \frac{112,2112}{104,00} = 0,7267$$

$$\text{أى أن : } R = \sqrt{0,7267} = 0,8020$$

وينبغي أن يلاحظ الباحث أن معامل الارتباط المتعدد هو معامل ارتباط بيرسون بين قيم المتغير التابع ص ، وقيم ص ص المتنبأ بها والتي تعتبر تركيباً خطياً للمتغيرين ص ، ص .

ويمكن استخدام صورة معامل ارتباط بيرسون رقم (٣) التي عرضنا لها في الفصل السابع في التوصل إلى صورة مماثلة لحساب قيمة معامل الارتباط المتعدد وهي :

$$R^2 = \frac{(\sum \text{ص ص م})^2}{\sum \text{ص ص م}^2 \sum \text{ص ص م}^2} \quad (20) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad .$$

$$\text{أى أن : } R = \sqrt{\frac{\sum \text{ص ص م}}{\sum \text{ص ص م}^2 \sum \text{ص ص م}^2}} \quad (21) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad .$$

ويمكن الحصول على قيم \bar{y}_m من \bar{y}_m^2 ، \bar{y}_m ، \bar{y}_m^2 باستخدام القيم المبينة في أسئلة الجدول رقم (٩٢).

$$\bar{y}_m^2 = \bar{y}_m^2 - \frac{(\sum \bar{y}_m)^2}{n}$$

$$= \frac{(113)^2}{20} - 700,7491$$

$$= 112,2991$$

$$\bar{y}_m = \bar{y}_m - \frac{(\sum \bar{y}_m)(\sum \bar{y}_m)}{n}$$

$$= \frac{(113)(113)}{20} - 700,7078$$

$$= 112,3078$$

وينبغي ملاحظة أن \bar{y}_m يجب أن يكون مساويا \bar{y}_m على وجه التقريب ، فالفرق هنا يساوي ٠,٠٨٨.

وقد سبق أن وجدنا قيمة $\bar{y}_m^2 = 104,00$.

وبالتعويض في الصورة رقم (٢١) نجد أن :

$$r = \frac{112,3078}{\sqrt{(112,2990)(104,00)}} = 0,8020$$

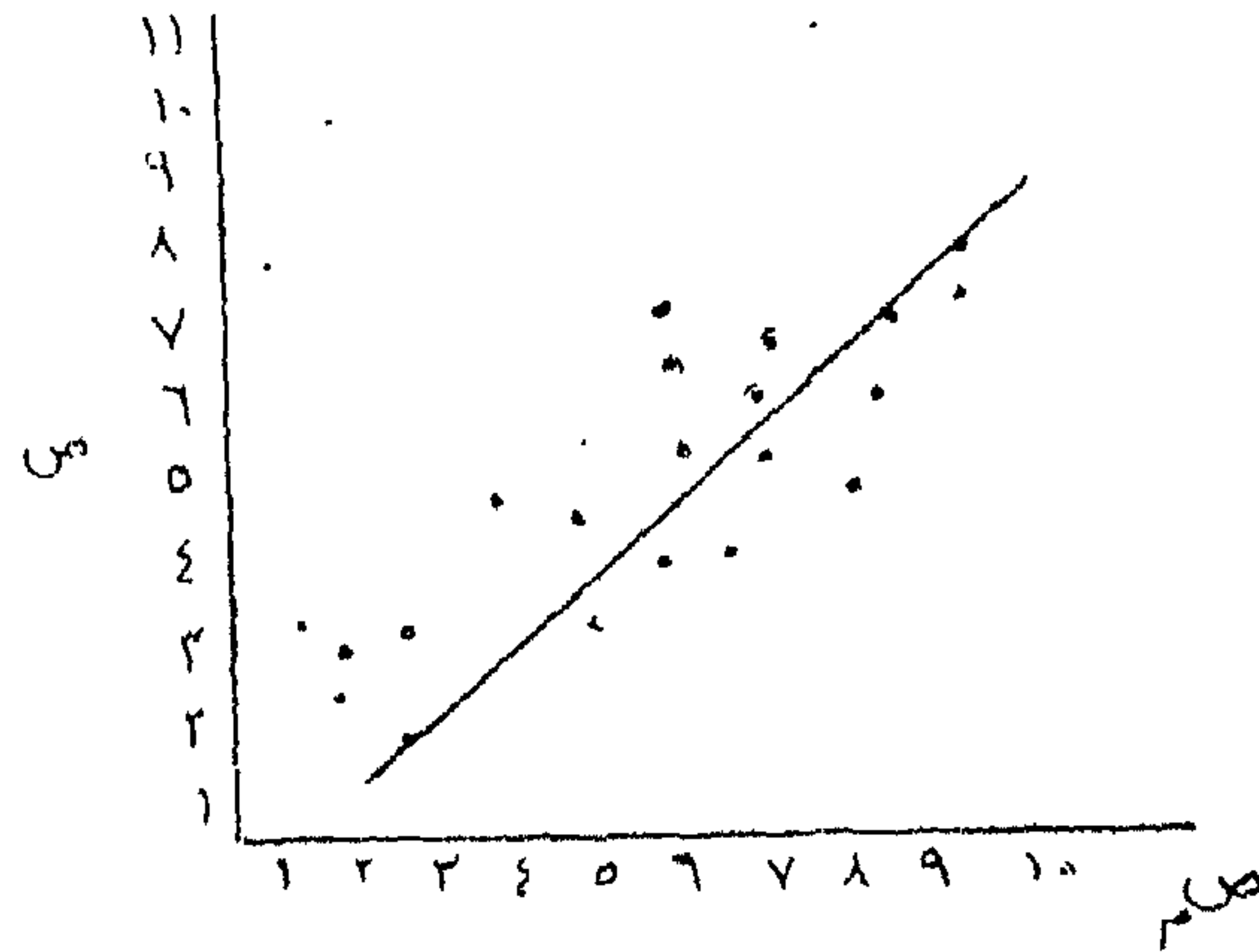
$$r_m = (0.8525)^2 = 0.7267$$

وهي تساوي القيمة التي حصلنا عليها باستخدام الورقة رقم (١٩) .

ونظراً لأن r_m هو معامل الارتباط الخطي المتعدد بين المتغير v والمتغيرين v_1 ، v_2 ، وأن v_m هي قيم v المتنبأ بها بعد أخذ تأثير كل من المتغيرين v_1 ، v_2 على المتغير v في الاعتبار ، لذلك فإن معامل الارتباط بين v ، v_m يساوي معامل الارتباط الخطي المتعدد بين المتغير v والمتغيرين v_1 ، v_2 معاً .

تفسير معامل الارتباط المتعدد :

لتوضيح مفهوم معامل الارتباط المتعدد وطبيعة الانحدار المتعدد ربما يكون من الأفضل تمثيل العلاقة بين قيم المتغير v ، وقيم v_m المتنبأ بها في المثال السابق والموضحة بمجدول رقم (٩٢) تمثيلاً بيانياً في الشكل الآتي رقم (٦٦) :



شكل رقم (٦٦)

تمثيل العلاقة بين قيم المتغير v ، وقيم v_m المتنبأ بها في المثال السابق

وهذا الشكل يشبه الشكل الانتشاري للمتغيرين s ، v الذى عرضنا له عند مناقشتنا للانحدار الخطى البسيط ، غير أننا فى هذه الحالة مثلنا المتغير v على المحور الأفقى ، والمتغير s على المحور الرأسى .

وفى الحقيقة يمكننا اعتبار المتغير v (المتغير المستقل فى هذه الحالة) هو الانحدار المركب من كل من المتغيرين المستقلين s_1 ، s_2 بدلا من s فى حالة الانحدار الخطى البسيط .

ونظراً لأن معامل الارتباط المتعدد فى هذا المثال يساوى ٨٥٢٥ ، وهى قيمة مرتفعة ، لذلك فإننا نلاحظ أن النقط الممثلة لكل من v ، s تراكم بصورة واضحة حول خط الانحدار . فمعامل الارتباط المتعدد والذى سنرمز له بطريقة أخرى بالرمز r أى الارتباط بين المتغير التابع v ، والمتغيرين المستقلين s_1 ، s_2 معا ، هو تعبير رمزى لما يمثله الشكل البيانى رقم (٦٦) .

فسكما زاد تراكم النقط حول خط الانحدار دل ذلك على ارتفاع قيمة معامل الارتباط المتعدد . ويجب أن يلاحظ الباحث أنه يمكنه رسم خط الانحدار بتوصيل النقطة المناظرة لقيمة A (الجزء المقطوع من محور الصادات) وهى فى هذه الحالة $\approx - ٢,٣٣٥٩$ ، بنقطة تقاطع متوسط كل من v ، s وهما $٥,٦٥$ ، $٥,٦٥$. فإذا وقعت جميع النقط على خط الانحدار ، يكون معامل الارتباط المتعدد مساوياً الواحد الصحيح . أما إذا انشثرت النقط بطريقة عشوائية حول خط الانحدار كان معنى هذا أن معامل الارتباط المتعدد يقترب من الصفر .

وبمعنى آخر يشير معامل الارتباط المتعدد وبخاصة مربع هذا المعامل إلى مقدار أو درجة العلاقة بين المتغير التابع v والمتغيرين المستقلين s_1 ، s_2 معا . ويمكن تفسير مربع هذا المعامل فى ضوء مفهوم التباين المشترك الذى عرضنا

له في الفصل الرابع عشر . ففي المثال السابق وجدنا أن $R^2 = 0,7297$ ، وهذا يعنى أن $0,72, 97\%$ من تباين المتغير Y يرجع إلى X أو يمكن تفسيره بالمتغيرين S_1 ، S_2 معا .

وهنا يجب أن يلاحظ الباحث أنه يمكن أن نطلق على مربع معامل الارتباط المتعدد اسم «معامل التحديد» كما هو الحال عند تربيع مربع ارتباط حاصل ضرب المزوم لبيرسون . إلا أن قيم معامل الارتباط المتعدد (R^2) تتراوح بين صفر، ١، في حين أن قيم معامل ارتباط بيرسون تتراوح بين -1 ، $+1$ بما في ذلك الصفر .

ففي هذا المثال نستطيع القول بأن $0,72, 97\%$ من التباين الكلى لتوزيع درجات اختبار الرياضيات في نهاية الصف الأول لمجموعة الطلاب يمكن تفسيره بمعلومية التركيب الخطى للمتغيرين المستقلين ، وهما درجات اختبار الاستعداد الرياضى ، ودرجات اختبار الرياضيات في نهاية المرحلة الإعدادية .

وبهذا نكون قد ألقينا الضوء على المشكلة الثانية التي ذكرناها فيما سبق ، وهى مشكلة معرفة نسبة التباين الكلى لتوزيع المتغير Y الذى يمكن تفسيره بمعلومية المتغيرين S_1 ، S_2 معا .

الإسهام النسبي لكل من المتغيرين S_1 ، S_2 فى التنبؤ بقيم المتغير Y :

والآن نود أن نلقى بعض الضوء على مشكلة إسهام كل من المتغيرين المستقلين S_1 ، S_2 فى التنبؤ بقيم المتغير التابع Y وهى المشكلة الثالثة التي ذكرناها فيما سبق .

وفى الحقيقة تختلف طرق مواجهة هذه المشكلة . فالاعتماد على قيم معامل الانحدار أى الأوزان B_1 ، B_2 لا يجعل التفسير واضحاً فى تحليل الانحدار المتعدد . ومع هذا فإننا سوف نبدأ بهذا التفسير ثم نعرض بعد ذلك تفسيراً أكثر دقة باستخدام طريقة أخرى .

فقد سبق أن ذكرنا في الفصل الرابع عشر عند عرضنا للانحدار الخطي البسيط أن معامل الانحدار b في معادلة الانحدار $y = a + bx$ يعني أنه إذا تغيرت y بقدر الوحدة تتغير x بقدر b من الوحدات ، وأطلقنا على الرمز b اسم « ميل خط الانحدار Regression Slope » .

ولكن الأمر يكون أكثر تعقيداً في حالة الانحدار المتعدد نظراً لوجود أكثر من معامل انحدار واحد ، ففي حالة وجود متغيرين مستقلين يصبح لدينا معاملا انحدار b_1 ، b_2 ، وكلما زاد عدد المتغيرات المستقلة زاد تبعاً لذلك عدد معاملات الانحدار بنفس القدر .

ومشكلة تفسير الأهمية النسبية لكل من المتغيرين المستقلين x_1 ، x_2 في التنبؤ بقيم المتغير التابع y باستخدام قيمة كل من b_1 ، b_2 تكون مضللة إلى حد كبير . والسبب في ذلك أن هذه القيم تعتمد على ترتيب إدخال المتغيرين المستقلين في معادلة الانحدار . فإذا أدخلنا x_1 أولاً يليها x_2 كما هو الحال في المثال السابق فإن قيمة كل من b_1 ، b_2 تساوي ٠,٦١٣٣ ، ٠,٩١٩٥ على الترتيب كما رأينا فيما سبق .

وإذا كان ميزان قيم المتغير x_1 هو نفس ميزان قيم المتغير x_2 أو هو نفسه تقريباً ، بمعنى أن تكون قيم كل من المتغيرين x_1 ، x_2 متساوية تقريباً ، كما هو الحال في المثال السابق - إذ تتراوح قيم كل من المتغيرين بين ١ ، ١٠ - فإنه يمكن اعتبار قيمة كل من b_1 ، b_2 تدل على الأهمية النسبية لكل من المتغيرين x_1 ، x_2 . أي أن المتغير x_1 في هذه الحالة يسهم بقدر أكبر من إسهام المتغير x_2 في التنبؤ بقيم المتغير y .

ولكن نزداد المشكلة تعقيداً إذا علمنا أن تغيير ترتيب إدخال المتغيرين x_1 ، x_2 في معادلة الانحدار يؤدي إلى تغيير قيمة كل من معاملي الانحدار b_1 ، b_2 . إذ ربما تصبح قيمة b_1 أكبر من قيمة b_2 وبذلك ينعكس التفسير .

ومن هنا فإن الاعتماد على قيم معاملات الانحدار في تفسير الأهمية النسبية للمتغيرات المستقلة في التنبؤ بالمتغير التابع يكون مضللاً . ولذلك فإننا سنعرض طريقة أخرى تساعد على هذا التفسير بدرجة أكثر دقة من الطريقة السابقة .

طريقة حساب انحدار ص على س_١ ، س_٢ كل على حدة :

نظراً لأن إسهام كل من المتغيرين س_١ ، س_٢ في التنبؤ بقيم المتغير التابع ص يختلف عن إسهام المتغيرين معا في هذا التنبؤ ، فإن الباحث يجب عليه أن يبحث عن نسبة تباين المتغير ص الذي يمكن تفسيره إذا أضيف المتغير المستقل س_١ أو س_٢ إلى معادلة الانحدار . فالهدف الرئيسي من إضافة متغيرات مستقلة غير مرتبطة بعضها ببعض — أو ترتبط فيما بينها ارتباطاً منخفضاً — إلى معادلة الانحدار هو زيادة دقة التنبؤ وإمكانية تفسير أكبر قدر من تباين المتغير التابع . أو بمعنى آخر يكون الهدف من إضافة متغير مستقل جديد في معادلة الانحدار هو خفض مجموع مربعات البواقي .

فالتباين الكلي للمتغير ص لا يختلف بإضافة أو استبعاد أى من المتغيرات المستقلة . وإضافة مجموع المربعات الخاص بالانحدار إلى مجموع مربعات البواقي يساوي دائماً المجموع الكلي للمربعات .

ولذلك فإننا نبدأ بإيجاد الانحدار الخطي البسيط للمتغير ص على المتغير المستقل الأول س_١ ، ونحسب قيمة كل من ب_١ ، س_٢ انحدار ، س_٢ بواقي .

فلإيجاد ب_١ نستخدم الصورة الآتية التي سبق أن استخدمناها في الفصل الرابع عشر .

$$ب_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (S_1 - \bar{S}_1)(V - \bar{V})}{\sum_{i=1}^n (S_1 - \bar{S}_1)^2}$$

وبالتعويض من البيانات التي حصلنا عليها في المثال السابق نجد أن :

- ٩٤٣ -

$$٠,٧٧٩ = \frac{٨٣,٠٥}{١٠٦,٥٥} = ب١$$

$$\frac{ب٢(ب١ ص١)}{ب١ ص١} = انحدار ب٢$$

$$٦٤,٧٣ = \frac{ب٢(٨٣,٠٥)}{١٠٦,٥٥} =$$

$$٦٤,٧٣ - ١٥٤,٥٥ = ب٢ بواقي$$

$$٠,٨٩,٨٢ =$$

ثم نحسب مربع معامل الارتباط بين المتغير التابع ص والمتغير المستقل س
باستخدام الصورة الآتية :

$$\frac{انحدار ب٢}{ب٢ ص١} = ر١ ص١$$

$$٠,٤١٨٨ = \frac{٦٤,٧٣}{١٥٤,٥٥} =$$

$$وبذلك تكون ر١ ص١ = \sqrt{٠,٤١٨٨} = ٠,٦٤٧٢$$

أى أن ٠,٤١,٨٨ / من تبين المتغير ص وهو درجات اختبار الرياضيات فى
الصف الأول الثانوى يمكن تفسيره بمعلومية درجات اختبار الاستعداد الرياضى .

ويجب أن يلاحظ الباحث أن معامل الارتباط ر بين ص ، س كما هو مبين
بالجدول رقم (٩١) السابق يساوى ٠,٦٤٧١ ، ر١ = (٠,٦٤٧٢) = ٠,٤٢
تقريباً .

وهي نفس القيمة التي حصلنا عليها باستخدام مقاييس الانحدار المتعدد .
أي أنه يمكننا اعتبار أن معامل ارتباط بيرسون بين متغيرين والانحدار الخطي
البسيط حالتان خاصتان من معامل الارتباط المتعدد والانحدار المتعدد .

والخطوة التالية هي أن نوجد انحدار المتغير التابع ص على المتغير المستقل
الثاني س_٢ كالآتي :

$$b_2 = \frac{\sum s_2 \bar{v}}{\sum s_2^2}$$

$$1,12 = \frac{66,70}{59,70}$$

$$r_{22} = \frac{(\sum s_2 \bar{v})^2}{\sum s_2^2} =$$

$$74,07 = \frac{(66,70)^2}{59,70}$$

$$r_{22} \text{ باقى} = 104,00 - 74,07 = 79,98$$

ثم نحسب مربع معامل الارتباط بين المتغير ص ، والمتغير س_٢ كالآتي :

$$r_{22}^2 = \frac{r_{22}}{r_{22}}$$

$$0,4825 = \frac{74,07}{104,00}$$

$$\text{وبذلك تكون } R_{ص} = \sqrt{0,4825} = 0,6946$$

وهي نفس القيمة المبينة في الجدول رقم ٩١ .

أى أن $0,48,25\%$ من تباين المتغير S يمكن تفسيره بمعلومية المتغير S_p وهو درجات اختبار الرياضيات في نهاية المرحلة الإعدادية .

ومن هذا يتضح أن كلا من المتغيرين S_p ، S يسهم على حدة بقدر متساو تقريبا في تباين المتغير S . ولكن يجب معرفة الدلالة الإحصائية لهذا الإسهام ، بمعنى هل هذا الإسهام يرجع إلى محض صدفة أم هو إسهام حقيقى ؟ وإجابة هذا السؤال تحتاج من الباحث الرجوع إلى الأساليب الاستدلالية في تحليل البيانات وهو ما سنهتم به في الجزء الثانى من الكتاب .

والآن ربما نود معرفة هل إضافة المتغير S_p إلى المتغير S في معادلة الانحدار قد أسهمت في زيادة قدرتنا على التنبؤ بالمتغير التابع S ؟

ويمكن الإجابة على ذلك بالاستعانة بقيمة كل من $R_{ص}^2$ ، $R_{ص_p}^2$.

فإذا طرحنا $R_{ص}^2$ من $R_{ص_p}^2$ نحصل على الجزء من التباين الذى أسهم به المتغير S_p فى التنبؤ .

$$\text{أى أن } R_{ص_p}^2 - R_{ص}^2 = 0,21 - 0,10$$

$$= 0,11$$

$$= 0,2079$$

أى أن المتغير S_p أسهم بنسبة $20,79\%$ فى تباين المتغير S عند إضافته إلى المتغير S فى معادلة الانحدار ، وهي بالطبع نسبة كبيرة . ويجب هنا أيضا أن نختبر الدلالة الإحصائية لهذه الإضافة .

وينبغي أن يلاحظ الباحث أنه عندما حسبنا R^2 ص. ١ من الانحدار ص على ص، فقط وجدنا أن R^2 ص. ١ = ٠,٤١٨٨، بينما انخفضت هذه القيمة إلى ٠,٣٠٧٩ بعد إضافة المتغير المستقل ص، إلى المتغير المستقل ص، في معادله الانحدار.

ويمكن تلخيص مجموع المربعات الخاص بالمتغير ص، ومجموع مربعات البواقي في حالة استخدام المتغير ص، بمفرده، وفي حالة إضافة المتغير ص، إلى المتغير ص، في معادلة الانحدار في الجدول الآتي رقم (٩٣) :

س	ص ^٢	انحدار ص ^٢	بواقي ص ^٢	مقدار النقص الذي حدث في ص ^٢ بواقي
المتغير ص،	١٥٤,٥٥	٦٤,٧٣	٨٩,٨٢	
المتغيرين ص، ص	١٥٤,٥٥	١١٢,٣١	٤٢,٢٥	٤٧,٥٧

جدول رقم (٩٣)

ويتضح من هذا الجدول أن إضافة المتغير ص، إلى المتغير ص، في معادلة الانحدار أدى إلى خفض مجموع مربعات البواقي بقدر ٤٧,٥٧، أو بمعنى آخر زيادة مجموع المربعات الخاص بالانحدار من ٦٤,٧٣ إلى ١١٢,٣١ أي بقدر ٤٧,٥٨،

وهذا يعادل $\frac{٤٧,٥٨}{١٥٤,٥٥}$ أي حوالي ٠,٣١، كما بينا فيما سبق.

وبوجه عام إذا كان لدينا مجموعة من المتغيرات المستقلة ص، ص، ص، ص، ...، ص، التي يمكن استخدامها تفسير التباين الكلي للمتغير التابع ص، فإننا سوف نجد في هذه الحالة أن R^2 ص. ١ = ٠,٣٢١، ...، ١، وعندئذ يتساوى

كل من مجموع المربعات الخاص بالانحدار والمجموع الكلي للمربعات وهو ١٥٤,٥٥ ، ويصبح مجموع مربعات البواقي صفراً . ولكن نظراً لأننا لم نستخدم في المثال السابق هذه المتغيرات المستقلة جميعاً ، وإنما استخدمنا متغيرين فقط هما S_1 ، S_2 ، فقد وجدنا أن مجموع المربعات الخاص بالانحدار S على S_1 فقط

$$يساوى ٦٤,٧٢ ، ونسبة تباين المتغير التابع = \frac{٦٤,٧٢}{١٥٤,٥٥} = ٠,٤١٨٨$$

ومجموع المربعات الخاص بالانحدار S على S_1 ، S_2 معا يساوى ١١٢,٣١١٢ ،

$$ونسبة تباين المتغير التابع = \frac{١١٢,٣١١٢}{١٥٤,٥٥} = ٠,٧٢٦٧$$

والمقداران ٠,٤١٨٨ ، ٠,٧٢٦٧ هما قيمتا R^2 ص ١٠ ، R^2 ص ٢١٠ .

وينبغي أن يلاحظ الباحث أن إضافة متغير مستقل في حالة وجود متغير مستقل آخر في معادلة الانحدار المتعدد بغرض زيادة التنبؤ بمتغير تابع لا يضيف عادة قدراً كبيراً . بل مربع معامل الارتباط المتعدد (R^2 م) وذلك لأن معظم المتغيرات المستقلة المستخدمة في البحوث النفسية والتربوية تكون مرتبطة فيما بينها . أما إذا كانت قيمة معامل الارتباط بين المتغيرين المستقلين S_1 ، S_2 = صفراً فإنه يمكننا في هذه الحالة إضافة مربع معامل الارتباط بين S_1 ، S_2 لكي نحصل على R^2 ص ٢١٠ . أى أننا نستطيع في هذه الحالة اعتبار أن :

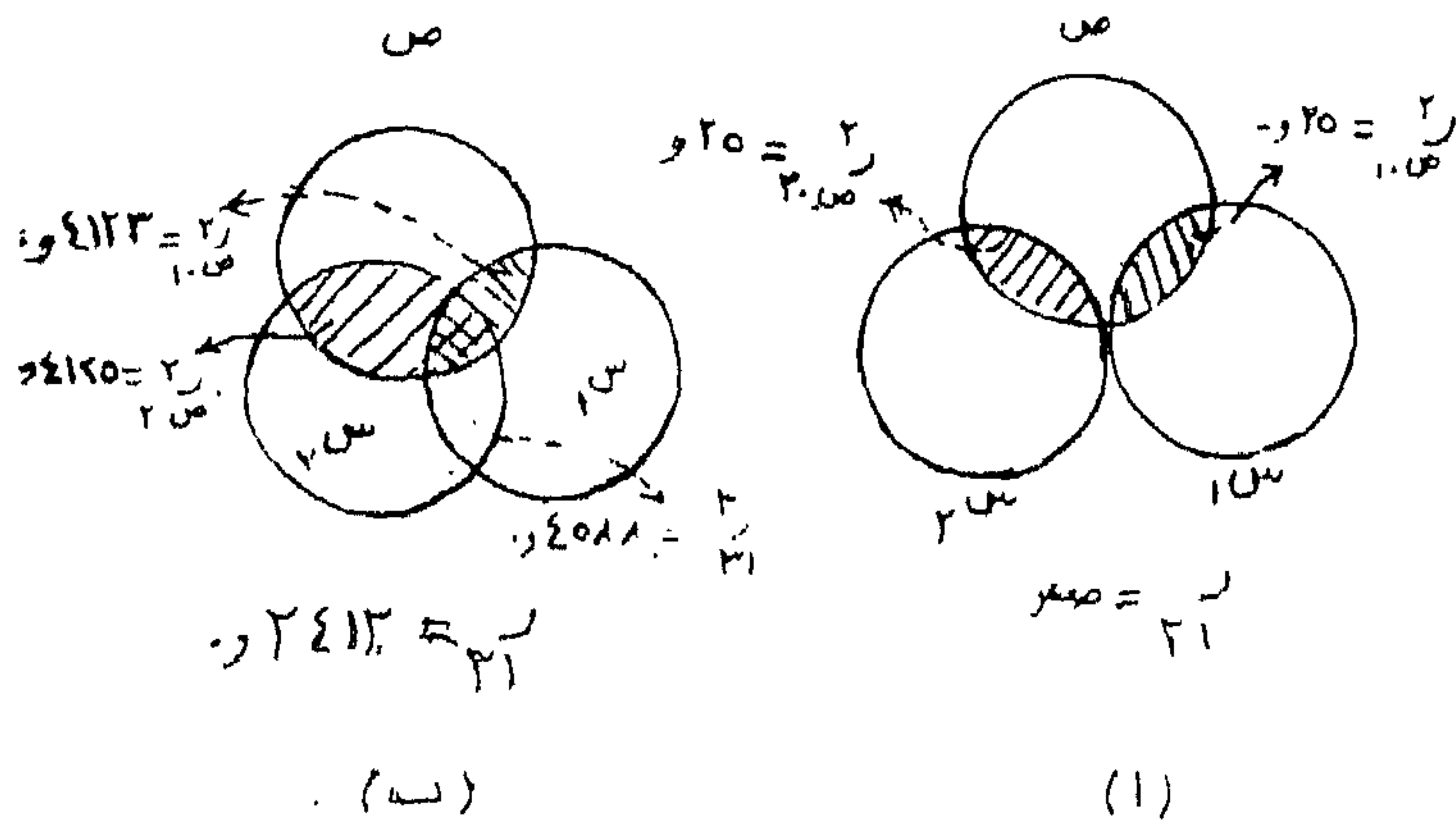
$$R^2 \text{ ص } ٢١٠ = R^2 \text{ ص } ١٠ + R^2 \text{ ص } ٢٠$$

وبالطبع يندر وجود مثل هذه الحالة في البحوث النفسية والتربوية . ولذلك كلما زاد الارتباط بين المتغيرين S_1 ، S_2 قل إسهام المتغير S_2 في التنبؤ بالمتغير التابع S على افتراض أن المتغير المستقل S_1 قد أسهم بقدر ما في هذا التنبؤ .

فإذا أضاف الباحث متغيراً ثالثاً وليكن S_3 ، وكان مرتبطاً ارتباطاً مرتفعاً بكل من المتغيرين المستقلين S_1 ، S_2 يقل إسهام هذا المتغير في التنبؤ بالرغم من أنه ربما يكون ارتباطه بالمتغير التابع مرتفعاً .

ولكن وجدنا في المثال السابق أن الارتباط بين المتغيرين المستقلين S_1 ، S_2 يساوي ٠,٢٤١٢ كما هو مبين في الجدول رقم (٩١) ، وهي قيمة منخفضة إلى حد ما . وقد أسهم المتغير S_3 في التنبؤ بدرجات التحصيل بقدر مساو تقريباً لإسهام المتغير S_1 .

ويمكن توضيح هذه النتائج | بشكل من الآتي رقم (٦٧) المأخوذ عن كيرفيلجر



شكل رقم (٦٧)

تمثيل تباین المتغيرات S_1 ، S_2 ، S_3 في الجائتين

$$0.2412 = \frac{2}{10} = \text{صفر} = \frac{2}{10}$$

ويتضح من هذا الشكل أنه يمكن تمثيل تباین كل من المتغيرات S_1 ، S_2 ، S_3 بدائرة .

وفي الشكل الأيمن معادل الارتباط بين المتغيرين المستقلين S_1 ، S_2 = صفر ،

ر^ص ١.٠ = ٠.٥٠ ، ر^ص ٢.٠ = ٠.٥٠ ، وبتربيع قيمة كل من ر^ص ١.٠ ،
ر^ص ٢.٠ وجمع النتائج نحصل على تباين المتغير ص الذي يمكن تفسيره بمعلومية
المتغيرين س_١ ، س_٢ معا . أى أن :

$$ر^2_{ص} = ٠.٢٥ + ٠.٢٥ = ٠.٥٠$$

أما الشكل الأيسر فهو يلخص نتائج المثال الذى عرضنا له فى هذا الفصل
حيث $r_{٢١} = ٠.٢٤١٢$ وهو الارتباط بين المتغيرين المستقلين س_١ ، س_٢ .
ويمثل الجزء الناتج من تقاطع الدائرتين س_١ ، س_٢ مربع هذا الارتباط . ولسكننا
لا نستطيع الحصول على تباين المتغير ص الذى يمكن تفسيره بمعلومية س_١ ، س_٢
بإضافة ر^٢ ص_١ الى ر^٢ ص_٢ كما هو الحال فى الشكل الأيمن حيث $r_{٢١} =$
صفر ، بل يجب أن نطرح الجزء المظلل بمربعات صغيرة ، وهو يمثل الجزء من
تباين المتغير ص الذى يشترك فيه كل من المتغيرين س_١ ، س_٢ حتى لا ندخله فى
حسابنا مرتين .

ومشكلة ارتباط بعض أو جميع المتغيرات المستقلة ارتباطا مرتفعا عند تحليل
الانحدار المتعدد تعرف فى الإحصاء باسم Multicollinearity . وهذا الارتباط
المرتفع يمكن أن يسبب للباحث بعض المشكلات عند استخدامه طريقة الانحدار
المتعدد فى تحليل بيانات بحثه نذكر منها :

١ — إذا كان أحد المتغيرات المستقلة على الأقل دالة خطية تامة لمتغير مستقل
آخر أو لمتغيرات مستقلة أخرى فى معادلة الانحدار ، فإنه لا يمكن إيجاد قيمة
وحيدة لكل معامل من معاملات الانحدار . وإذا كان الارتباط بين أى اثنين من
هذه المتغيرات تتراوح قيمته بين ٠.٨ ، ١.٠ ربما لا يكون يمكننا حل المعادلات
المعاداة لإيجاد قيمة معاملات الانحدار بسبب عدم وجود معكوس ضربى لمصفوفة
الارتباطات بين المتغيرات المستقلة .

٢ — عدم ثبات تقدير معاملات الانحدار من عينة إلى أخرى

٣ — كلما زادت الارتباطات بين المتغيرات المستقلة رادت الحاجة إلى ضبط التأثيرات المتداخلة لهذه المتغيرات على المتغير التابع .

لهذا يجب على الباحث أن يتأكد عند إضافته متغير مستقل إلى معادلة الانحدار بفرض زيادة فاعلية التنبؤ أن يكون ارتباط هذا المتغير الجديد بأي من المتغيرات المستقلة الأخرى منخفضاً وفي نفس الوقت يكون ارتباطه بالمتغير التابع ارتباطاً مرتفعاً .

أي أن الدائرة التي تمثل تباين المتغير المستقل S_x مثلاً يجب أن تتقاطع مع الدائرة التي تمثل تباين المتغير التابع S_y ، ولكنها لا يجب أن تتقاطع مع أي من الدوائر التي تمثل تباين المتغيرات المستقلة الأخرى $S_1, S_2, S_3, \dots, S_k$ ، أو على الأقل تكون الأجزاء الناتجة من تقاطعها مع كل منها ضئيلة . أما إذا كان هناك ارتباط مرتفع بين المتغيرات المستقلة فإنه لا توجد طريقة مناسبة لإجراء تحليل الانحدار المتعدد باستخدام هذه المتغيرات ، ويوصي الباحث عندئذ بأن يضم المتغيرات المرتبطة ارتباطاً مرتفعاً معاً ويكون منها متغيراً جديداً مركباً Composite Variable يستخدمه في معادلة الانحدار بدلاً من استخدام المتغيرات المسكونة له . أو يختار فقط أحد هذه المتغيرات المرتبطة ارتباطاً مرتفعاً تمثل البعد المطلوب في معادلة الانحدار .

الفروض التي يجب أن يتحقق منها الباحث إذا أراد استخدام الانحدار المتعدد :

يتطلب الاستخدام الذكي لأي أسلوب إحصائي في تحليل البيانات معرفة الباحث للأساس المنطقي الذي بني عليه هذا الأسلوب .

وتحليل الانحدار يتطلب بعض الفروض التي يجب أن تتحقق في البيانات المطلوب تحليلها ، وفي الحقيقة أن معظم هذه الفروض لها أهميتها في الجانب الاستدلالي من تحليل وتفسير الانحدار المتعدد ، ولكنها لا تعتبر ضرورية

إذا اقتصر الباحث في التحليل على الجانب الوصفي أى حساب بعض المقاييس الإحصائية التي عرضنا لها في هذا الفصل مثل معادلات الانحدار ، ومعامل الارتباط المتعدد . ونظرا لأننا اقتصرنا في هذا الكتاب على الأساليب الوصفية في تحليل البيانات ، فإننا سوف نتناول هذه الفروض بالمناقشة التفصيلية في الجزء الثاني من الكتاب الذي يختص بالأساليب الاستدلالية في تحليل البيانات. ولكن يجب أن يراعى الباحث أن تكون العينة المستخدمة عشوائية وكبيرة نسبيا وأن تكون المتغيرات من المستوى الفترى والعلاقة بينها خطية .

إذ ربما يدخل الباحث في اعتباره التفاعل القائم بين المتغيرات إذا تبين له أن العلاقة ليست خطية بأن يضيف حدودا من الدرجة الثانية أو الثالثة مثلا في معادلة الانحدار . ولذلك ربما يكون من المفيد رسم الشكل الانتشارى لبواقي الانحدار Residuals ، وفحص النقط العام لهذه البواقي حول مستوى الانحدار للتأكد من خطية أو انحناء العلاقة بين المتغيرات . ويجب أن نوضح للباحث أنه بالرغم من أن الانحدار المتعدد يعتمد على متغيرات من المستوى الفترى أو النسبى إلا أنه يمكن استخدام متغيرات من المستوى الاسمى في معادلة الانحدار ، وهو ما سنعرض له في الفصل الثامن عشر .

تحليل الانحدار المتعدد في حالة وجود ثلاثة متغيرات مستقلة :

الصورة العامة لمعادلة الانحدار في حالة وجود ثلاثة متغيرات مستقلة S_1 ، S_2 ، S_3 هي :

$$S_4 = A + B_1 S_1 + B_2 S_2 + B_3 S_3 + \dots + (22)$$

ويمكن إيجاد انحرافات كل قيمة من قيم المتغيرات المستقلة ، والقيم المتنبأ بها عن متوسط كل منها . وسنرمز لهذه الانحرافات بالرموز S_1^* ، S_2^* ، S_3^* . وبذلك تصبح المعادلة (٢٢) في صورتها الانحرافية كما يأتي :

$$\text{ص}^{\text{م}} = 1 + \text{ب}_1 \text{س}_1 + \text{ب}_2 \text{س}_2 + \text{ب}_3 \text{س}_3 + \dots \quad (23)$$

كما يمكن اشتقاق أربع معادلات معتادة Normal Equations من المعادلة رقم (٢٢) باستخدام طريقة المربعات الصغرى كما في حالة وجود متغيرين مستقلين . غير أننا نحتاج هنا إلى أربع معادلات حتى تتمكن من إيجاد قيمة كل من أ ، ب_1 ، ب_2 ، ب_3 . وهذه المعادلات هي :

$$\text{ب}_1 \text{س}_1 \text{ص} = \text{ب}_1 \text{س}_1 \text{ب}_1 + \text{ب}_2 \text{س}_1 \text{ب}_2 + \text{ب}_3 \text{س}_1 \text{ب}_3 + \dots \quad (24)$$

$$\text{ب}_2 \text{س}_2 \text{ص} = \text{ب}_1 \text{س}_2 \text{ب}_1 + \text{ب}_2 \text{س}_2 \text{ب}_2 + \text{ب}_3 \text{س}_2 \text{ب}_3 + \dots \quad (25)$$

$$\text{ب}_3 \text{س}_3 \text{ص} = \text{ب}_1 \text{س}_3 \text{ب}_1 + \text{ب}_2 \text{س}_3 \text{ب}_2 + \text{ب}_3 \text{س}_3 \text{ب}_3 + \dots \quad (26)$$

$$\text{ب}_4 \text{س}_4 \text{ص} = \text{ب}_1 \text{س}_4 \text{ب}_1 + \text{ب}_2 \text{س}_4 \text{ب}_2 + \text{ب}_3 \text{س}_4 \text{ب}_3 + \text{ب}_4 \text{س}_4 \text{ب}_4 + \dots \quad (27)$$

ويستطيع الباحث حل هذه المعادلات الأربع باستخدام جبر المصفوفات أو بأي طريقة أخرى للحصول على ثوابت معادلة الانحدار وهي أ ، ب_1 ، ب_2 ، ب_3 .

ويمكن أيضاً أن نشق ثلاث معادلات معتادة تعتمد على انحرافات قيم المتغيرات عن متوسط كل منها باستخدام المعادلة رقم (٢٣) وهذه المعادلات هي :

$$\text{ب}_1 \text{س}_1 \text{ص} = \text{ب}_1 \text{س}_1 \text{ب}_1 + \text{ب}_2 \text{س}_1 \text{ب}_2 + \text{ب}_3 \text{س}_1 \text{ب}_3 + \dots \quad (28)$$

$$\text{ب}_2 \text{س}_2 \text{ص} = \text{ب}_1 \text{س}_2 \text{ب}_1 + \text{ب}_2 \text{س}_2 \text{ب}_2 + \text{ب}_3 \text{س}_2 \text{ب}_3 + \dots \quad (29)$$

$$، \text{ مَج س }_٢ \text{ ص } = \text{ ب }_١ \text{ مَج س }_١ \text{ ص }_٢ + \text{ ب }_٢ \text{ مَج س }_٢ \text{ ص }_٢ + \text{ ب }_٣ \text{ مَج س }_٣ \text{ ص }_٢ \text{ ، } \dots \dots \dots (٣٠)$$

ويمكن أن يعرض الباحث في هذه المعادلات بنفس الطريقة التي اتبعت في حالة وجود متغيرين مستقلين ، ثم يحصل المعادلات الثلاث الناتجة ليحصل على الثوابت $\text{ب}_١$ ، $\text{ب}_٢$ ، $\text{ب}_٣$.

وبذلك يستطيع إيجاد معادلة انحدار ص على $\text{س}_١$ ، $\text{س}_٢$ ، $\text{س}_٣$ مجتمعة في صورتها الانحرافية .

وبالطبع يمكن تعميم الافكار السابقة على أى عدد من المتغيرات المستقلة . إلا أنه كلما زاد عدد هذه المتغيرات كلما زاد تعقيد العمليات الحسابية التي يجب على الباحث أن يجريها لكي يحصل على المقاييس الإحصائية اللازمة لتحليل الانحدار المتعدد . ولذلك يجب أن يلجأ الباحث إلى إحدى وحدات الحاسبات الالكترونية إذا كانت بيانات بحثه تشتمل على أكثر من ثلاثة متغيرات . وتوجد برامج إحصائية جاهزة تسمى Canned Programs يمكن أن يستخدمها الباحث مباشرة بعد إدخال البيانات الخاصة بالمتغير التابع والمتغيرات المستقلة . وهذه البيانات ربما تكون هي الدرجات الخام الخاصة بالمتغيرات ، أو معاملات الارتباط بين المتغيرات . وهذا يعتمد على التعليمات الخاصة ببرامج الحاسب الالكترونى . وهنا ربما يستعين بأحد المتخصصين في برمجة الحاسبات الالكترونية أو أى شخص مدرب على استخدام هذه الحاسبات ، أو ربما يحصل الباحث على تدريب سريع على طرق تجهيز البيانات Data Processing ليقوم بنفسه بعد ذلك باستخدام هذه البرامج . ويمكن أن يستعين بالطرق والمفاهيم التي قدمنا لها في هذا الفصل في تفسير النتائج Outputs التي يحصل عليها .

كما يمكن للباحث أن يرجع إلى دليل مجموعة أو حزمة برامج تحليل البيانات في البحوث الاجتماعية .

وبخاصة الطبقات الحديثة منها ، أو غيرها من البرامج المتاحة لكي يطلع على مجموعة البرامج الجاهزة التي يمكنه الاستعانة بها في تحليل بيانات بحثه . ويجب أن تؤكد مرة أخرى أن هذا لا يغنى الباحث عن الفهم المستنير لطبيعة بيانات بحثه ، والأسئلة التي يود الإجابة عليها باستخدام هذه البيانات قبل أن يختار الأساليب الإحصائية المناسبة .

تحليل الانحدار المتعدد باستخدام الحاسب الإلكتروني :

عرضنا فيما سبق الطرق المعتادة المستخدمة في تحليل الانحدار المتعدد وهي تعتمد على اختيار الباحث لمجموعة من المتغيرات المنبئة Predictor Variables على أساس نظري أو فكري ، وتضمينها في معادلة الانحدار مرة واحدة . وربما تفيد هذه الطريقة في تقدير الأهمية النسبية لهذه المتغيرات في التنبؤ بالمتغير التابع . ولكن كثيراً ما يهدف الباحث إلى محاولة التوصل إلى أفضل مجموعة من المتغيرات المنبئة التي يمكن الاستعانة بها في التنبؤ الجيد بمتغير تابع معين . وهنا يهتم بالحصول على أعلى قيمة لمربع معامل الارتباط المتعدد .

ولكن نظراً لأن معظم المتغيرات في البحوث النفسية والتربوية تكون مرتبطة ببعضها كما سبق أن ذكرنا ، فإنه يمكن اختيار مجموعة صغيرة من هذه المتغيرات بحيث تجعل قيمة مربع معامل الارتباط المتعدد مساوية للقيمة التي يحصل عليها إذا استخدم جميع المتغيرات .

وتنصب المشكلة هنا على اختيار أفضل هذه المتغيرات من حيث التكلفة ، وإمكانية الحصول على أدوات لقياسها بدقة . وسهولة تطبيق هذه الأدوات .

وبالطبع لا يوجد أسلوب أمثل لاختيار مثل هذه المجموعة من المتغيرات ، وإنما يعتمد ذلك على طبيعة البحث والهدف منه والإطار النظري الذي يسترشده به الباحث في عملية الاختيار . بيد أنه إذا كان هدف الباحث الرئيسي هو اختيار أقل عدد من المتغيرات التي يستطيع عن طريقها تفسير أكبر قدر من تباين المتغير

التابع ، فإنه يمكنه استخدام إحدى الطرق الآتية التي صممت لهذا الغرض . وبما هو جدير بالذكر أن معظم هذه الطرق يجب إجراؤها باستخدام الحاسب الآليكتروني بسبب كثرة وتعقد العمليات الحسابية التي تتطلبها .

١ - طريقة إضافة المتغيرات على التوالي :

Forward (Stepwise) Inclusion

الخطوة الأولى التي تتبع عند إجراء هذه الطريقة هي أن تحسب جميع معاملات الارتباط بين كل من المتغيرات المستقلة والمتغير التابع . ويتم تضمين المتغير المستقل الذي يكون معامل ارتباط حاصل ضرب العزوم بينه وبين المتغير التابع أعلى هذه المعاملات في معادلة الانحدار .

ويلى ذلك تضمين المتغير المستقل التالى الذى يؤدي إلى زيادة ملحوظة في مربع معامل الارتباط المتعدد (R^2_M) في المعادلة بعد أن يؤخذ في الاعتبار المتغير الذى تم تضمينه أولاً . ثم يلى ذلك تضمين المتغير الثالث الذى يرتبط بالمتغير التابع ارتباطاً عالياً بعد عزل أثر المتغيرين المستقلين السابقين في معادلة الانحدار ، وتستمر هذه العملية بقدر ما لدى الباحث من متغيرات مستقلة .

في كل حالة مراعاة المحك الإحصائي المطلوب أى الدلالة الإحصائية للزيادة التى تحدث في مربع معامل الارتباط نتيجة لتضمين متغير مستقل جديد في المعادلة

ولكن يجب أن يعلم الباحث أنه كلما زاد حجم العينة تكون الزيادة في قيمة R^2_M لها دلالة إحصائية حتى لو كانت هذه الزيادة طفيفة . وهذا يبين أهمية حجم العينة في تحليل الانحدار المتعدد .

ولذلك يجب على الباحث أن يرتكن إلى محك آخر إلى جانب محك الدلالة الإحصائية ، وليكن هذا المحك مرتبطاً بأهمية ونسبة المتغير الجديد الذى يتم تضمينه في معادلة الانحدار .

إذ ربما لا يجهن الباحث فائدة تذكر من إضافة متغير مستقل يكون له دلالة إحصائية ولكن لا يكون له معنى يذكر . وعلى كل حال يجب على الباحث أن يقرر بنفسه ما إذا كانت التكلفة والفائدة توازي ما يضيفه المتغير المستقل الجديد من تفسير منطقي لتباين المتغير التابع . وبالطبع يمكن أن يختلف هذا الحكم الجديد من موقف بحثي إلى آخر .

وما هو جدير بالذكر أن الحاسب الآلي يتولى عملية ترتيب تضمين المتغيرات المستقلة في معادلة الانحدار ، وبذلك لا يكون للباحث الحرية في حذف أى من هذه المتغيرات المستقلة من المعادلة .

٢ - طريقة حذف المتغيرات على التوالي .

Backward Elimination

ونقطة البدء في هذه الطريقة هي تضمين جميع المتغيرات المستقلة التي لدى الباحث في معادلة الانحدار ، وحساب مربع معامل الارتباط المتعدد بينها وبين المتغير التابع . ويتم حذف المتغير الذي لا يؤدي حذفه إلى إنقاص قيمة مربع معامل الارتباط المتعدد حتى أن كل متغير ينظر إليه وكأنه قد تم تضمينه مؤخراً في معادلة الانحدار .

وبهذا تستطيع ملاحظة أى المتغيرات المستقلة تضيف أقل إضافة عندما يتم تضمينها مؤخراً فى المعادلة . ويمكن — كما فى الطريقة الأولى — تقدير النقص الذى يحدث فى مربع معامل الارتباط المتعدد نتيجة لحذف متغير مستقل تبعاً لمحك الدلالة الإحصائية إلى جانب المحركات الأخرى .

فإذا لم يتم حذف أى من المتغيرات المستقلة ينتهى البرنامج . أما إذا تم حذف أحدها ، فإن البرنامج يستمر بنفس الطريقة حتى ينتهى من جميع المتغيرات . وإذا أدى حذف أحد المتغيرات إلى نقص له دلالة أو أهمية فى قيمة مربع معامل الارتباط المتعدد ينتهى البرنامج عند هذا الحد .

ومن الجدير بالذكر أن كلا من الطريقتين السابقتين لا تؤدي بالضرورة إلى اختيار نفس مجموعة المتغيرات المستقلة .

والدليل على ذلك أنه في الطريقة الأولى لا يتم حذف أحد المتغيرات المستقلة التي تشتمل عليها معادلة الانحدار حتى إذا انعدمت أهميته عقب تضمين المتغيرات المستقلة الأخرى في المعادلة . أما في الطريقة الثانية فإنه ينظر إلى متغير مستقل معين في ضوء ما تسهم به المتغيرات المستقلة الأخرى مجتمعة . ولذلك ربما يتم حذف أحد المتغيرات إذا استخدمت الطريقة الثانية بينما يستبقى إذا استخدمت الطريقة الأولى . كما أن الطريقة الثانية تحتاج إلى وقت أطول لإجرائها من الطريقة الأولى .

٣ - طريقة إضافة وحذف المتغيرات تدريجياً :

Stepwise Regression

تجمع هذه الطريقة بين ميزات كل من الطريقتين السابقتين ، وهي تعتبر تعديلاً للطريقة الأولى . فهي تتلافى أحد العيوب الرئيسية لهذه الطريقة ، وهو استبعاد أحد المتغيرات المستقلة الذي يتم تضمينه في معادلة الانحدار على الرغم من فقدان أهميته بالنسبة لغيره من المتغيرات التي يتم تضمينها بعد ذلك في المعادلة .

وتجرى اختبارات الدلالة الإحصائية في نهاية كل خطوة لتحديد مدى إسهام كل متغير مستقل تم تضمينه في معادلة الانحدار كما لو كان قد تم تضمينه مؤخراً في المعادلة .

وبهذا يمكن حذف أحد هذه المتغيرات التي ربما كان في البداية له قيمة تنبؤية .

٤ - طريقة توفيق المتغيرات :

Combinatorial Solution

يتم في هذا البرنامج فحص جميع التوافيق الممكنة للمتغيرات المستقلة ، واختيار

(٤٢ - التحليل)

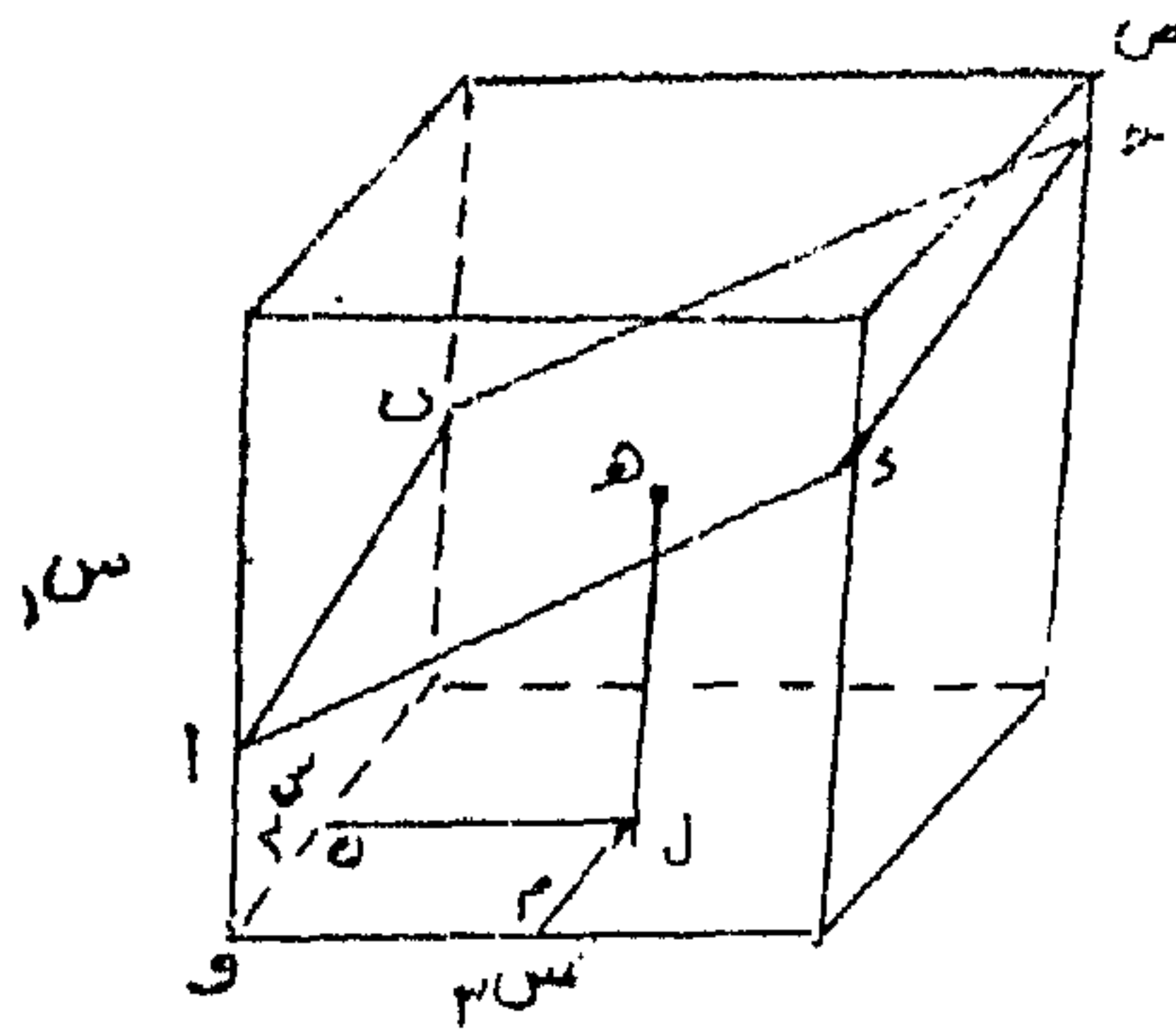
أفضل توفيقاً من هذه المتغيرات التي يمكن باستخدامها تفسير أكبر قدر من تباين المتغير التابع .

التمثيل الهندسي للانحدار المتعدد :

سبق أن ذكرنا في الفصل الرابع عشر أنه إذا كان لدينا متغيران أحدهما مستقل (س) ، والآخر تابع (ص) ، فإن معادلة انحدار ص على س يمكن تمثيلها هندسياً بخط مستقيم .

فكل زوج من الملاحظات أو القيم المشاهدة يمكن تمثيله بنقطة من المستوى . فإذا رسمنا شكلاً انتشارياً لهذه الأزواج من القيم ، فإن الخط المستقيم يكون بمثابة خط أحسن مطابقة أو خط الانحدار ، لأن النقاط تكون متراكمة حوله وتميل إلى أن تنحدر واقعة عليه .

وبالمثل إذا كان لدينا ثلاثة متغيرات أحدهما متغير تابع S_1 ، والمتغيران الآخران مستقلان S_2 ، S_3 ، فإن كل ثلاث قيم S_2 ، S_3 من الملاحظات التي تناظر المتغيرين المستقلين S_2 ، S_3 ، والمتغير التابع S_1 يمكن تمثيلها بنقطة في الفراغ الثلاثي الأبعاد كما هو موضح بالشكل الآتي رقم (٦٨) :



شكل رقم (٦٨)
التمثيل الهندسي للانحدار المتعدد
حيث يمثل المستوى أ ب جء مستوى الانحدار

ويوضح من هذا الشكل أن أى نقطة مثل ه لها ثلاثة أبعاد s_1 ، s_2 ، s_3 . فإذا كانت جميع معاملات الارتباط بين المتغيرات الثلاثة موجبة ، فإن جميع النقاط سوف تميل إلى التراكم حول قطر متوازي المستطيلات و s_3 . وعندئذ يمكن إيجاد أفضل مستوى مطابقة لمجموعة النقاط الواقعة في الفراغ الثلاثي الأبعاد ، وهو مثل في الشكل بالمستوى أ ب ج د الذى يسمى بمستوى الانحدار .

Regression Plane.

ويمكن التعبير رياضياً عن هذا المستوى بالمعادلة :

$$s_1 = a + b_1 s_2 + b_2 s_3$$

حيث أ هى نقطة تقاطع المستوى مع المحور s_1 ، أى المسافة أ و ، b_1 هى ميل المستقيم أ د ، b_2 هى ميل المستقيم أ ب ، s_1 هى قيمة المتغير التابع المتنبأ بها .

فإذا افترضنا أن درجة فرد ما تمثل على المحور s_1 بالبعد و م ، وعلى المحور s_2 بالبعد و ن ، فإنه يمكننا تعيين النقطة ل التى تقع في المستوى و م لن . ونقيم من النقطة ل عموداً على هذا المستوى حتى يلاقى مستوى الانحدار أ ب ج د في النقطة ه . ويمكن عندئذ اعتبار المسافة ل ه تمثل أفضل تقدير لدرجة هذا الفرد في المتغير التابع s_1 بمعلومية درجته في كل من المتغيرين المستقلين s_2 ، s_3 . ونعنى بأفضل تقدير أن مستوى الانحدار هو ذلك المستوى الذى يحمل بمجموع مربعات الانحرافات عنه الموازية للمحور s_1 نهاية صغرى .

وهنا يجب أن يلاحظ الباحث أن التمثيل الهندسى للانحدار المتعدد في حالة وجود متغيرين مستقلين يعتبر امتداداً طبيعياً للانحدار الخطى البسيط .

إلا أننا نستخدم في هذه الحالة مستوى الانحدار بدلاً من خط الانحدار . ويمكن أيضاً تعميم الفكرة بحيث تشمل على الحالة التى يكون لدينا فيها ثلاثة متغيرات مستقلة أو أكثر .

تقلص معامل الارتباط المتعدد :

Shrinkage in Multiple Regression

ذكرنا فيما سبق أن معامل الارتباط المتعدد هو مقياس لفاعلية التنبؤ لعينة معينة ، ويمكن الحصول على قيمته بإيجاد الارتباط بين الدرجات أو القيم المتنبأ بها على أساس معادلة الانحدار ، ودرجات أو قيم المتغير التابع . والمهدف من التوصل إلى مجموعة من الأوزان في تحليل الانحدار المتعدد هو جعل الارتباط بين المتغيرات المستقلة والمتغير التابع أكبر ما يمكن . فإذا طبق الباحث مجموعة الأوزان التي حصل عليها من عينة معينة على عينة أخرى ، فإن الارتباط بين الدرجات الموزونة للمتغيرات المستقلة والمتغير التابع للعينة الثانية سوف تكون قيمته أقل من قيمة معامل الارتباط المتعدد التي حصل عليها من العينة الأولى . وتعرف هذه الظاهرة باسم " تقلص معامل الارتباط المتعدد Shrinkage " . والسبب في انخفاض قيمة معامل الارتباط المتعدد هو أننا نعالج قيم معامل ارتباط بيرسون على أنها خالية من الخطأ ، وهذا بالطبع يتنافى مع ما يحدث في الواقع . ولذلك فإن أخطاء الصدفة تراكم وتؤدي إلى قيم متحيزة (أي أكبر من القيم الفعلية) لمعامل الارتباط المتعدد . ويتأثر مقدار هذا التحيز بقيم معامل الارتباط المتعدد في المجتمع الذي تستمد منه عينة البحث ، وحجم العينة ، ونسبة عدد المتغيرات المستقلة إلى عدد أفراد العينة .

ويوصى بعض خبراء الإحصاء بأن يكون هناك ٣٠ فردا لكل متغير مستقل ، ولكن هذه لا تعتبر قاعدة مسلما بها في جميع الحالات . إذ يرى البعض الآخر أن حجم العينة يجب أن يكون مساويا ٤٠٠ فرد ، وكلما زاد هذا العدد زاد ثبات نتائج تحليل الانحدار المتعدد . ولذلك ينصح كيرلنجر Kerlinger أن تكون العينات كبيرة العدد إلى حد ما .

وبالرغم من أننا لا نستطيع تحديد درجة التحيز في حساب قيمة معامل

الارتباط المتعدد ، إلا أنه يمكننا تقدير مقدار التقلص الذي يحدث في هذه القيمة بتطبيق الصورة الرياضية الآتية :

$$r_m^2 = 1 - \frac{1 - \eta}{1 - \eta - m} (r_m^2 - 1) \dots\dots\dots (٢١)$$

حيث r_m^2 : ترمز إلى تقدير مربع معامل الارتباط المتعدد في المجتمع.

η و r_m^2 ترمز إلى مربع معامل الارتباط المتعدد الذي نحصل عليه من العينة موضع البحث .

η ترمز إلى عدد أفراد العينة .

m ترمز إلى عدد المتغيرات المستقلة .

وكما زاد كل من حجم العينة ، وعدد المتغيرات المستقلة قل مدى التحيز الذي يحدث في قيمة r_m^2 . فإذا كانت $r_m^2 = ٠,٧٠٧$ أي $(r_m^2 = ٠,٥٠٠)$ $\eta = ٢٦$ $m = ١٠$ فإن $r_m^2 = ٠,١٦٧$ وتكون $r_m^2 = ٠,٤٠٩$ فهنا يكون مقدار التقلص في معامل الارتباط المتعدد كبيراً .

ويوضح كيرلنجر Kerlinger كيف يتأثر مقدار هذا التقلص بقيمة النسبة بين حجم العينة وعدد المتغيرات المستقلة بأن افترض ثلاث نسب مختلفة وهي :

$$١ : ٥ ، ١ : ٢٠ ، ١ : ٥٠$$

فإذا كان عدد المتغيرات المستقلة $m = ٣$ ، فإن عدد أفراد العينات الثلاث $\eta = ١٥ ، ٩٠ ، ١٥٠$ على الترتيب

وإذا افترضنا أن مربع معامل الارتباط بين المتغيرات المستقلة الثلاثة والمتغير التابع يساوي ٠,٣٦، فإن :

$$r_{12}^2 \text{ في الحالة الأولى} = 1 - \frac{1 - 10}{1 - 3 - 10} \times 0,64 = 0,19$$

$$r_{13}^2 \text{ في الحالة الثانية} = 1 - \frac{1 - 90}{1 - 3 - 90} \times 0,64 = 0,34$$

$$r_{23}^2 \text{ في الحالة الثالثة} = 1 - \frac{1 - 100}{1 - 3 - 100} \times 0,64 = 0,30$$

ويتضح من هذه الحالات الثلاث أن قيمة r_{12}^2 وهي ٠,١٩ تساوي تقريباً نصف قيمة r_{13}^2 وهي ٠,٣٦، عندما تكون النسبة ١ : ٥، ويقل مقدار تقلص قيمة r_{23}^2 بقدر ٠,٠٢، عندما تكون النسبة ١ : ٣٠. أما إذا كانت النسبة ١ : ٥٠ فإن مقدار التقلص المتنبأ به يصبح حوالى ٠,٠١.

ويجب أن يلاحظ الباحث أن الصورة السابقة رقم (٣١) يمكن تطبيقها إذا استخدمت جميع المتغيرات المستقلة في معادلة الانحدار.

أما إذا استخدمت إحدى الطرق التي يتم فيها اختيار المتغيرات في معادلة الانحدار عن طريق الحاسب الآلي، فإن أخطاء الصدقة تتراكم بدرجة أكبر، وذلك لأن أفضل مجموعة من المتغيرات المستقلة التي يتم اختيارها من مجموعة أكبر تكون عرضة للأخطاء الناتجة عن ارتباط هذه المتغيرات بالمتغير التابع من ناحية والأخطاء الناتجة عن ارتباط المتغيرات المستقلة فيما بينها من ناحية أخرى. ويمكن التخلص من بعض هذه الأخطاء إذا اختار الباحث عينة كبيرة نسبياً (ولتكن حوالى ٥٠٠ فرد).

وربما تكون أفضل طريقة لتقدير درجة التقلص التي تحدث في قيمة مربع معامل الارتباط المتعدد هي إجراء ما يسمى بالصدق المستعرض Cross—Validation.

ويمكن تحقيق ذلك بأن يختار الباحث عينتين يجرى على إحداهما تحليل الانحدار المتعدد، وبحسب قيمة مربع معامل الارتباط المتعدد، وكذلك يوجد معادلة الانحدار. ثم يطبق هذه المعادلة على المتغيرات المستقلة للعينتين الثانية، وبذلك يمكنه الحصول على قيمة صم (أى القيمة المتنبأ بها) لكل فرد في هذه العينة . وبحسب معامل ارتباط بيرسون بين الدرجات الملاحظة (ص) للعينتين الثانية والدرجات المتنبأ بها (صم) لنفس العينة. وهذا المعامل الناتج (صم) يشبه معامل الارتباط المتعدد الذي استخدمه الباحث في الحصول على معادلة الانحدار للعينتين الأولى. والفرق بين هذين المعاملين يكون بمثابة تقدير لمقدار التقلص الذي حدث في قيمة ر^٢م . فإذا كان مقدار هذا التقلص صغيراً يستطيع الباحث عندئذ استخدام معادلة الانحدار التي حصل عليها من العينة الأولى في أغراض التنبؤ المستقبلي . ويرى موزير Mosier أن معادلة الانحدار التي تعتمد على ضم أكثر من عينة واحدة معاً تكون أكثر ثباتاً لأن العينة المركبة الناجمة سوف تكون أكبر حجماً . ولذلك يوصى الباحث بأن يضم العينتين الأولى والثانية معاً إذا وجد أن مقدار التقلص المتنبأ به في قيمة ر^٢م صغيراً ، ويستخدم معادلة الانحدار المستمدة من بيانات هذه العينة المركبة في التنبؤ المستقبلي .

ومن هذا يتضح أن إجراء طريقة الصدق المستعرض تحتاج إلى عينتين ، فإذا لم يتمكن الباحث من الحصول عليهما يمكنه أن يختار عينة واحدة كبيرة ولتسكن ٥٠٠ فرد ويقسمها إلى مجموعتين بطريقة عشوائية يستخدم إحداها في إيجاد معادلة الانحدار الأصلية ويستخدم الأخرى في التحقق من هذه المعادلة لتقدير التقلص الذي حدث في قيمة مربع معامل الارتباط المتعدد .

ويرى كثير من الباحثين أننا يجب أن نعتمد على طريقة الصدق المستعرض

المزدوج Double Cross - Validation بدلا من طريقة الصدق المستعرض
لزيادة الدقة . وهذه الطريقة تتطلب تطبيق طريقة الصدق المستعرض مرتين .

ولكى يجرى الباحث ذلك عليه أن يحسب مربع معامل الارتباط المتعدد
لكل من عينتين (أو يقسم عينة كبيرة إلى مجموعتين بطريقة عشوائية) . ويوجد
معادلة الانحدار لكل منهما . ثم يطبق معادلة الانحدار التي حصل عليها من إحدى
العينتين على المتغيرات المستقلة للعينة الأخرى . ويوجد مربع معامل الارتباط
المتعدد عن طريق حساب قيمة r^2 . وبذلك يكون لديه قيمتان لمربع

معامل الارتباط المتعدد تم حسابهما مباشرة من كل من العينتين . وكذلك قيمتان
لمربع معامل الارتباط المتعدد تم حسابهما من معادلتى الانحدار لعينتين مختلفتين .
وبهذا يستطيع دراسة الفروق بين مربع كل من معاملى الارتباط وكذلك الفروق
بين معادلتى الانحدار .

فإذا اتفقت النتائج يمكن أن يضم العينتين معاً ويحسب معادلة الانحدار في
هذه الحالة ليستخدما في التنبؤ .

ولذلك نوصى الباحث أن يستخدم طريقة الصدق المستعرض المزدوج كلما
أمكنه ذلك إذا كان الهدف من بحثه استخدام تحليل الانحدار المتعدد في أغراض
التنبؤ المستقبلى ، وبذلك يستطيع التحقق من صدق نتائج التحليل .

تمارين على الفصل السادس عشر

١ — لماذا يفضل استخدام تحليل الانحدار المتعدد على الانحدار البسيط في البحوث النفسية والتربوية؟ ومتى لا يكون هذا الاستخدام صحيحاً؟

٢ — فيما يلي مجموعة من درجات التحصيل في القراءة (المتغير التابع ص) ، ودرجات الاستعداد اللفظي (المتغير المستقل الأول س_١) ، ودرجات اختبار في الذكاء (المتغير المستقل الثاني س_٢) لمجموعة تتكون من عشرة تلاميذ في الصف الثامن :

ص	٢	١	١	١	٥	٤	٧	٦	٧	٨
س _١	٢	٢	١	١	٣	٤	٥	٥	٧	٦
س _٢	٤	٤	٤	٣	٦	٦	٣	٤	٣	٣

(أ) احسب المقاييس الاحصائية اللازمة لإيجاد معادلة انحدار ص على

س_١ ، س_٢ .

(ب) أوجد مقدار ما يسهم به المتغير س_١ ، س_٢ معاً في تفسير تباين المتغير

التابع ص .

(ج) أوجد مقدار ما يسهم به المتغيرين س_١ ، س_٢ كل على حدة في تفسير

تباين المتغير التابع ص .

٣ — فيما يلي مجموعة من البيانات الافتراضية لمتغيرين مستقلين س_١ ، س_٢ ،

ومتغير تابع ص .

٦	٧	٥	٥	٤	٣	١	١	٢	٢	س١
٣	٣	٤	٦	٤	٦	٣	٥	٤	٥	س٢
٨	٧	٦	٧	٤	٥	١	١	١	٢	ص

(أ) أوجد المتوسط والانحراف المعياري لكل متغير ومجموع المربعات ، ومجموع حواصل ضرب الانحرافات ، ومعامل ارتباط بيرسون بين كل متغيرين .

(ب) أوجد قيم ثوابت معادلة الانحدار ، ومجموع المربعات الخاصة بالانحدار ، ومجموع مربعات البواقي .

(ج) أوجد معادلة انحدار ص على س١ ، س٢ .

(د) أوجد مربع معامل الارتباط المتعدد ، وفسر القيمة الناتجة .

(هـ) احسب البواقي ، ومربع البواقي ، ومجموع هذه المربعات ، وفسر المجموع الناتج .

(و) احسب معامل الارتباط بين قيم ص المتنبأ بها وقيم ص الأصلية ، وفسر القيمة الناتجة .

٤ — حصل باحث على معاملات الارتباط بين أربعة متغيرات مستقلة ، وكذلك معامل الارتباط بين كل متغير مستقل والمتغير التابع .

(أ) هل يستطيع الباحث باستخدام مصفوفة الارتباطات الناتجة وحدها إجراء تحليل الانحدار المتعدد ، أى بدون استخدام الدرجات الخام ؟

(ب) ماهى المقاييس الإحصائية التى يجب أن يحصل عليها فى هذه الحالة نتيجة لهذا التحليل ؟

(ج) هل يمكنه إيجاد قيمة مربع معامل الارتباط المتعدد بمعلومية مصفوفة الارتباطات وحدها ؟

٥ - إذا كان المتوسط والانحراف المعياري لمتغير تابع $\bar{y}_1 = 24,56$ ،
 $\bar{y}_2 = 4,52$ ، ولمتغيرين مستقلين $\bar{y}_2 = 36,48$ ، $\bar{y}_3 = 16,95$ ،
 $\bar{y}_3 = 16,95$ ، $\bar{y}_3 = 0,49$ ومعامل الارتباط بين y_1 ، $y_2 = 0,70$ ،
 وبين y_1 ، $y_3 = 0,65$ ، وبين y_2 ، $y_3 = 0,33$.

احسب معامل الارتباط المتعدد بين المتغير التابع y_1 ، والمتغيرين المستقلين y_2 ، y_3 معاً .

٦ - فيما يلي مجموعة من البيانات الخاصة بدرجات ثمانية طلاب في ثلاثة اختبارات :

الطالب	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
اختبار الاستعداد اللغوي (ص)	٢	٥	٩	١١	١٢	١	٧	٧
اختبار الاستدلال اللفظي (س١)	٣	٨	٢	٤	١٠	١٥	٤	٣
اختبار الاستدلال الهندسي (س٢)	١٥	٩	٧	٣	٢	١	١٢	٤

إذا افترضنا أن درجات الاختبار y_2 ترتبط ارتباطاً خطياً بدرجات كل من الاختبارين y_1 ، y_3 .

(١) احسب مصفوفة معاملات الارتباط 3×3 بين y_1 ، y_2 ، y_3 .

(ب) أوجد معادلة انحدار y_2 على y_1 ، y_3 .

(ج) أوجد قيمة R^2 ، ، ، ،
 م ص ١٠ ص ٢٠ ص ٢١٠

٧ - هل يؤثر ترتيب إدخال المتغيرات المستقلة في معادلة الانحدار في مقدار ما يسهم به المتغير الأول الذي يتم احتواؤه في المعادلة ؟ وهل يؤثر ذلك في مقدار ما يسهم به المتغير الأخير الذي يتم احتواؤه ؟ وما سبب ذلك ؟

٨ - هل يؤثر ترتيب إدخال المتغيرات المستقلة في معادلة الانحدار في قيم معاملات الانحدار ؟ وهل يؤثر هذا الترتيب في مربع معامل الارتباط المتعدد ؟ وإذا كان الأمر كذلك فما هي الصعوبات التي تواجه الباحث النفسى عند تفسير البيانات الفعلية ؟

٩ - فيما يلي ثمانية متغيرات . تخير بعضاً منها وضع ثلاثة فروض بحشية يمكن اختبار صحتها باستخدام تحليل الانحدار المتعدد مع العناية باختيار المتغيرات المستقلة والمتغير التابع . والمتغيرات هي :

التحصيل اللغوى ، مفهوم الذات ، الذكاء ، المستوى الاجتماعى والاقتصادى ، مستوى الطموح ، الجنس ، التحصيل فى القراءة ، دافع الانجاز .

١٠ - افترض أن لديك مشكلة بحشية تتطلب تفسيراً عليها لسمة التعصب . وافترض أيضاً أن هناك ستة متغيرات مستقلة ترتبط بهذه السمة مثل التسليطية ، التطرف الدينى ، التعليم ، المحافظة ، المستوى الاجتماعى ، العمر ، وبعض هذه المتغيرات المستقلة ترتبط فيما بينها بدرجات متفاوتة .

(أ) ما هي الشروط التي ينبغي توفرها للتنبؤ بدرجة أفضل بسمة التعصب .

(ب) هل من المحتمل أن تزيد دقة التنبؤ بإضافة أكثر من هذه المتغيرات

المستقلة في معادلة الانحدار ؟ ولماذا ؟

الفصل السابع عشر

طرق الضبط الاحصائي

معامل الارتباط الجزئي وشبه الجزئي

معامل الارتباط الجزئي

استخدام تحليل الانحدار في حساب

معامل الارتباط الجزئي

معامل الارتباط شبه الجزئي (معامل ارتباط الجزء)

تفسير الانحدار المتعدد في ضوء الارتباط شبه الجزئي

مقدمة :

عرضنا في الفصل السابق مفهوم الانحدار المتعدد وكيفية الحصول على معادلة الانحدار في حالة وجود متغيرين مستقلين أو أكثر ، وتفسير مقدار ما تسهم به المتغيرات المستقلة مجتمعة ، وما تسهم به كل منها على حدة في التنبؤ بقيم المتغير التابع باستخدام مفهوم معامل الارتباط المتعدد . وسنفردها هذا الفصل لمناقشة أحد الموضوعات الهامة المرتبطة بتحليل الانحدار المتعدد وبغيره من طرق تحليل البيانات المتعددة المتغيرات ، وهو موضوع الضبط الإحصائي Statistical Control .

فالارتباط والانحدار المتعدد يهدفان إلى دراسة العلاقة بين مجموعة من المتغيرات للاستفادة بها في التنبؤ بالظاهرة السلوكية وتفسيرها . وهذا بالطبع يتطلب نوعاً من الضبط والتحكم في العوامل العارضة أو المختربة التي ربما تؤثر في التفسير ، ويمكن إجراء هذا الضبط أو التحكم بطرق متعددة منها الضبط التجريبي Experimental Control الذي يتم عن طريق التصميمات التجريبية المختلفة Experimental Designs. والضبط الإحصائي ، وهو ما سنتناوله في هذا الفصل بشيء من التفصيل .

ونقصد بالضبط الإحصائي استخدام الطرق الإحصائية في عزل تأثير متغير أو أكثر من العلاقة بين متغير مستقل أو أكثر ومتغير تابع . وبذلك نتحكم في تأثير بعض المتغيرات على المتغير التابع حتى يتسنى للباحث دراسة العلاقة الفعلية بين المتغيرات المستقلة المطلوبة والمتغير التابع .

ولتوضيح ذلك نعرض المثال الآتي :

نفترض أننا طبقنا اختبارين أحدهما يقيس الذكاء والآخر يقيس القدرة النفسية حركية على مجموعة من الأطفال في أعمار مختلفة .

ونظراً لأن الذكاء يزيد بزيادة العمر وكذلك القدرة النفسحركية فإن درجات اختبار الذكاء سوف ترتبط بدرجات اختبار القدرة النفسحركية لأن كلا منهما يرتبط بالعمر ارتباطاً موجباً .

ويمكن عزل أثر العمر من العلاقة بين درجات الاختبارين عن طريق الضبط الإحصائي لإيجاد العلاقة الفعلية بين المتغيرين .

وتوجد مقاييس إحصائية مختلفة تستخدم في الضبط الإحصائي أهمها :

١ — معامل الارتباط الجزئي Partial Correlation .

٢ — معامل الارتباط شبه الجزئي Semi-Partial Correlation .

وأحياناً يطلق عليه معامل ارتباط الجزء Part Correlation .

وسوف نعرض فيما يلي هذين النوعين من المعاملات لأهميتهما في تحليل الانحدار المتعدد ، وتحليل المسارات Path Analysis الذي سنعرض له في الفصل التاسع عشر .

معامل الارتباط الجزئي :

معامل الارتباط الجزئي هو مقياس إحصائي للعلاقة الخطية بين متغيرين بعد عزل تأثير المتغيرات الأخرى . ويتم عزل تأثير هذه المتغيرات عن طريق تعديل قيم المتغير التابع والمتغيرات المستقلة بحيث تأخذ درجات المتغير المطلوب عزل أو ضبط تأثيره في الاعتبار .

وفكرة عزل تأثير متغير ثالث من العلاقة بين متغيرين يمكن التعبير عنها بأسلوب إحصائي دقيق . فإذا افترضنا أن لدينا ثلاثة متغيرات X_1 ، X_2 ، X_3 . وأن جزءاً من مقدار الارتباط بين المتغيرين X_1 ، X_2 ربما يكون نتيجة لارتباط كل منهما بالمتغير الثالث X_3 . فكما سبق أن ذكرنا في الفصل الرابع عشر أن أي قيمة من قيم المتغير X_3 أو X_4 يمكن تقسيمها إلى جزئين .

جزء يمكن التنبؤ به بمعلومية المتغير s_3 ، والآخر هو قيمة الباقي Residual أو الخطأ الناتج عن تقدير s_1 أو s_2 بمعلومية s_3 . وهذان الجزءان مستقلان أى غير مرتبطين .

والارتباط بين مجموعتي البواقى أو أخطاء التقدير الناتجة عن التنبؤ بقيم المتغير s_1 أو s_2 بمعلومية s_3 هو معامل الارتباط الجزئى، ويرمز له بالرمز $r_{12.3}$ أى هو الارتباط بين المتغيرين s_1 و s_2 بعد عزل تأثير المتغير s_3 . وهو الجزء من الارتباط المتبقى بعد عزل تأثير المتغير الثالث .

وبعبارة أخرى $r_{12.3}$ هو الارتباط بين البواقى بعد عزل تأثير المتغير s_3 من كل من المتغيرين s_1 ، s_2 .

ويسمى معامل الارتباط الجزئى فى هذه الحالة بمعامل الارتباط الجزئى من الرتبة الأولى First—order Partial ، .

والصورة الرياضية المستخدمة فى حساب معامل الارتباط الجزئى من الرتبة الأولى هى :

$$(1) \quad \dots\dots\dots \frac{r_{23}r_{13} - r_{12}}{r_{23}^2 - 1 \quad r_{13}^2 - 1} = r_{12.3}$$

ولتوضيح كيفية تطبيق هذه الصورة نفترض أن s_1 ، s_2 هما درجات اختبارين فى الذكاء والقدرة النفسحركية على الترتيب لمجموعة من الأطفال مختلفة الأعمار .

ولنفترض أن s_3 هو متغير العمر ، وأن الارتباط بين المتغيرات الثلاثة هو :

$$r_{12} = 0,55 \quad , \quad r_{13} = 0,60 \quad , \quad r_{23} = 0,50$$

وبذلك يكون معامل الارتباط الجزئى باستخدام الصورة السابقة رقم (١) هو :

$$r = \frac{(0,5)(0,60) - 0,55}{\sqrt{(0,50) - 17} \sqrt{(0,60) - 17}} = 0,31$$

$$= 0,36$$

ويمكن تفسير هذه القيمة باستخدام مفهوم التباين المشترك . فجزء التباين المشترك بين المتغيرين S_1 و S_2 ، $r_{12}^2 = (0,55)^2 = 0,303$ وجزء التباين المشترك بين S_1 و S_3 بعد عزل تأثير المتغير S_2 $r_{13}^2 = (0,36)^2 = 0,130$ =

وبذلك يكون جزء التباين المشترك الناتج عن تأثير العمر يساوي $0,303$ - $0,130 = 0,173$ ، أى أن النسبة المئوية للارتباط الناتج عن تأثير متغير العمر

$$= \frac{0,173}{0,303} \times 100 = 57\%$$

والنسبة المئوية للارتباط الناتج عن تأثير عوامل أخرى $100 - 57 = 43\%$

وبما لا شك فيه أنه يمكننا تثبيت أو ضبط متغير العمر بالطرق التجريبية وذلك بأن نختار مجموعة عمرية واحدة من الأطفال ، ثم نوجد الارتباط بين درجات الاختبارين لهذه المجموعة .

وبذلك لا يكون للعمر تأثير على مقدار الارتباط بين درجات الاختبارين . غير أن استخدام مفهوم الارتباط الجزئى يحقق نفس الفكرة ولكن بالطرق الإحصائية .

وفى حالة وجود ثلاثة متغيرات يمكن أن نحسب ثلاثة معاملات ارتباط جزئية من الرتبة الأولى هى : r_{12}, r_{13}, r_{23} بتطبيق صور رياضية مماثلة للصورة رقم (١) السابقة كالآتى :

$$(٢) \dots\dots\dots \frac{r_{٣١}r_{٢١} - r_{١١}^2}{r_{٣٣} - ١٧} \frac{r_{٣١}r_{٢١} - r_{١١}^2}{r_{٢٢} - ١٧} = ٢٠.٣١$$

$$(٣) \dots\dots\dots \frac{r_{٣٢}r_{٢٢} - r_{٢٢}^2}{r_{٣٣} - ١٧} \frac{r_{٣٢}r_{٢٢} - r_{٢٢}^2}{r_{٢٢} - ١٧} = ١٠.٣٢$$

ويجب أن يعلم الباحث أن الارتباط الجزئي لا يقتصر على ثلاثة متغيرات فقط، إذ توجد معاملات ارتباط جزئية من رتب أعلى. وتحدد رتبة معامل الارتباط بعدد المتغيرات المطلوب عزل تأثيرها. فمثلاً إذا كان لدينا أربعة متغيرات x_1, x_2, x_3, x_4 ، فإنه يمكننا الحصول على معاملات ارتباط جزئية من الرتبة الثانية Second-Order Partial مثل $r_{٣٠.٣١}$ وهذا الرمز يعنى أننا نوجد معامل الارتباط بين المتغيرين المستقلين x_1, x_2 بعد عزل تأثير المتغيرين x_3, x_4 .

والصورة الرياضية المستخدمة في حساب معامل الارتباط الجزئي من الرتبة الثانية هي :

$$(٤) \dots\dots\dots \frac{r_{٤٢}r_{٣١} - r_{٣١}^2}{r_{٤٢} - ١٧} \frac{r_{٤١}r_{٣١} - r_{٣١}^2}{r_{٤١} - ١٧} = ٤٣.٣١$$

وبالطبع يزداد تعقيد العمليات الحسابية كلما زادت رتبة معاملات الارتباط الجزئية، أي كلما زاد عدد المتغيرات التي يريد الباحث عزل تأثيرها. ولذلك فإن برامج الحاسب الإلكتروني الخاصة بتحليل الانحدار المتعدد تجرى عادة العمليات التي تتطلبها إيجاد معاملات الارتباط الجزئية. ولكن نظراً لصعوبة تفسير مثل هذه المعاملات وبخاصة التي من الرتبة الثانية وما فوقها، فإن الباحث نادراً ما يلجأ إلى حساب معاملات أعلى رتبة من الرتبة الأولى.

طريقة أخرى لحساب معامل الارتباط الجزئي :

يمكن حساب معامل الارتباط الجزئي باستخدام طريقة أخرى أكثر تعميماً .
وهي تعتمد على معامل الارتباط المتعدد . فاستخدامها يتطلب حساب هذه
المعاملات . وينصح كيرلنجر Kerlinger الباحث ألا يستخدم هذه الطريقة
إلا إذا كان لديه قيم معاملات الارتباط المتعدد أثناء تحليل الانحدار المتعدد .
فن المعلوم أن حساب هذه القيم يتطلب وقتاً وجهداً كبيراً .

والهدف من ذكر هذه الطريقة هنا هي أنها تمكن الباحث من تصور العلاقة
بين تحليل الانحدار المتعدد ومعاملات الارتباط الجزئية .

ولتوضيح ذلك نفترض أن لدينا متغيرين مستقلين X_1 ، X_2 . فلإيجاد
معامل الارتباط الجزئي بين المتغير التابع Y والمتغير المستقل X_1 بعد عزل تأثير
المتغير المستقل X_2 نطبق الصورة الرياضية الآتية :

$$\frac{(1 - r_{2Y}^2) - (1 - r_{12}^2)(1 - r_{1Y}^2)}{1 - r_{12}^2} = r_{1Y}^2$$

..... (٥)

حيث r_{1Y}^2 ترمز إلى مربع معامل الارتباط الجزئي بين المتغير التابع
 Y ، والمتغير المستقل X_1 بعد عزل تأثير المتغير المستقل
 X_2 .

، r_{2Y}^2 ترمز إلى تباين المتغير التابع Y الذي يمكن تفسيره
بمعلومية المتغير المستقل X_2 .

، r_{12}^2 ترمز إلى تباين المتغير التابع Y الذي يمكن تفسيره
بمعلومية المتغيرين المستقلين X_1 ، X_2 .

وبالطبع المقدار ١ - R^2 ص ٢١٠ هو تباين المتغير التابع V الذي لا يرجع إلى انحدار V على S_1 ، S_2 معاً .

أما إذا كان لدينا ثلاثة متغيرات مستقلة S_1 ، S_2 ، S_3 ، فإنه يمكننا إيجاد معامل الارتباط الجزئي بين المتغير التابع V . والمتغير المستقل S_3 بعد عزل تأثير المتغيرين المستقلين S_1 ، S_2 بتطبيق الصورة الرياضية الآتية :

$$\frac{(1 - R^2_{210}) - (1 - R^2_{310})}{1 - R^2_{210}} = R^2_{321}$$

(٦)

حيث R^2_{321} ترمز إلى مربع معامل الارتباط الجزئي المطلوب .

R^2_{210} ترمز إلى تباين المتغير التابع V الذي يمكن تفسيره بمعلومية المتغيرين المستقلين S_1 ، S_2 معاً .

R^2_{310} ترمز إلى تباين المتغير التابع V الذي يمكن تفسيره بمعلومية المتغيرات المستقلة S_1 ، S_2 ، S_3 مجتمعة .

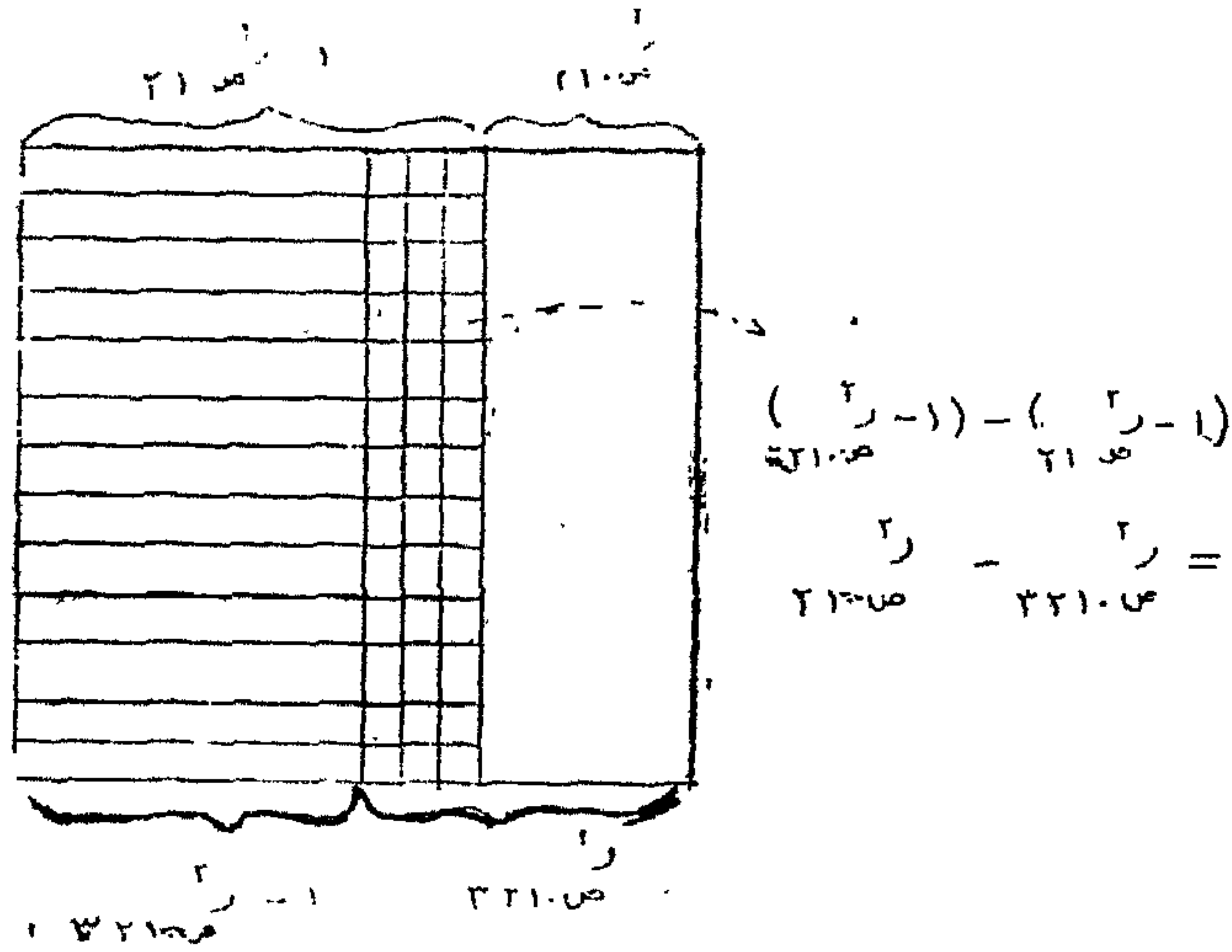
ونلاحظ أن المقدار (١ - R^2_{310}) يدل على تباين المتغير V الذي لا يرجع إلى المتغيرات المستقلة S_1 ، S_2 ، S_3 مجتمعة . والمقدار (١ - R^2_{210}) يدل على تباين المتغير V الذي لا يرجع إلى المتغيرين المستقلين S_1 ، S_2 معاً .

أى أن البسط في الصورة رقم (٦) عبارة عن الفرق بين تباين بواقى انحدار V على S_1 ، S_2 وتباين بواقى انحدار V على S_1 ، S_2 ، S_3 .

فإذا قسمنا هذا الفرق على تباين بواقى انحدار V على S_1 ، S_2 (وهو

التباين الأكبر (ينتج لدينا ما يسمى « بالتباين الجزئي Partial Variance » ، ومعامل الارتباط الجزئي هو الجذر التربيعي لهذا التباين الجزئي .

ويوضح كيرلنجر Kerlinger التباين الجزئي R^2 ص ٢١٠٣ وبالتالى معامل الارتباط الجزئي ص ٢١٠٣ بالشكل التخطيطي الآتى رقم (٦٩) :



شكل رقم (٦٩)

تمثيل التباين الجزئي

وبالنظر إلى هذا الشكل نجد أن مساحة المستطيل الأكبر تمثل التباين الكلى للمتغير التابع ص ، وهى تساوى الواحد الصحيح . والجوء من المساحة المظلل بخطوط أفقية يمثل المقدار $(1 - R^2 \text{ ص } ٢١٠)$ ، والجوء من المساحة المظلل بخطوط رأسية فى نفس الوقت مقسم إلى مربعات صغيرة نتيجة تقاطعه مع الجزء من المساحة المظلل بخطوط أفقية يمثل المقدار $(1 - R^2 \text{ ص } ٢١٠) - 1 -$

$R^2 \text{ ص } ٢٢١$

وبلاحظ أن التباين σ^2 ص. ٢١٠ ، التباين σ^2 ص. ٣٢١ يمثلان في الشكل .

وبذلك يكون التباين الجزئي عبارة عن النسبة بين المساحة المقسمة إلى مربعات صغيرة إلى المساحة المظللة بخطوط أفقية . أى أن المساحة المقسمة إلى مربعات صغيرة هي التي تمثل التباين المشترك ، وهي الأساس الذي يبنى عليه تفسير معامل الارتباط الجزئي .

استخدام تحليل الانحدار المتعدد في حساب معاملات الارتباط الجزئية :

لكي نوضح للباحث كيف يمكنه استخدام تحليل الانحدار المتعدد في حساب معاملات الارتباط الجزئية نعرض المثال الافتراضي الآتي لقيم متغير تابع ص ، ومتغيرين مستقلين س_١ ، س_٢ .

ص	س _١	س _٢
١	٣	٣
٢	١	٢
٣	٢	١
٤	٤	٤
٥	٥	٥
المتوسط الحسابي	٣	٣
مجموع مربعات الانحرافات عن المتوسط	١٠	١٠
التباين $\sigma^2 = \frac{\sum (س - \bar{س})^2}{ن - ١}$	٢,٥	٢,٥
الانحراف المعياري	١,٥٨	١,٥٨
ر ^٢ ص س _١ = ٠,٧٠	ر ^٢ ص س _٢ = ٠,٦٠	ر ^٢ س _١ س _٢ = ٠,٩٠

جدول رقم (٩٤)

فإذا أردنا إيجاد معامل الارتباط الجزئي $r_{ص١ ص٢}$ فإننا نطبق الصورة رقم (١) السابقة كالآتي :

$$r_{ص١ ص٢} = \frac{(\cdot, ٩٠)(\cdot, ٦٠) - (\cdot, ٧٠)}{\sqrt{(\cdot, ٩٠)^2 - 1} \sqrt{(\cdot, ٦٠)^2 - 1}} = ٠,٤٦ \text{ تقريبا.}$$

أى أن عزل تأثير المتغير $ص٢$ من العلاقة بين المتغيرين $ص١$ ، $ص٢$ أدى إلى انخفاض قيمة معامل الارتباط بين المتغيرين من $٠,٧٠$ إلى $٠,٤٦$. وبالطبع لا يكون الانخفاض في مقدار الارتباط كبيراً إلى هذا الحد في البحوث الفعلية .

ولتوضيح مفهوم معامل الارتباط الجزئي في ضوء تحليل الانحدار نفترض أننا حسبنا قيم $ص$ المتنبأ بها باستخدام انحدار المتغير التابع $ص$ على أحد المتغيرين المستقلين وليكن $ص٢$ مثلاً . ثم أوجدنا معامل الارتباط بين المتغير التابع $ص٢$ ، وقيم $ص$ المتنبأ بها $ص٢$ ، نجد أن قيمة هذا المعامل تساوى الواحد الصحيح . أى أن $r_{ص٢ ص٢} = ١$.

فمعامل الارتباط بين قيم المتغير المنبئ ، وقيم المتغير المتنبأ به تكون قيمته مساوية الواحد الصحيح دائماً لأن قيم $ص٢$ هى نفس قيم $ص٢$ بعد ضربها في مقدار ثابت وإضافة مقدار ثابت آخر عليها . وقد ذكرنا في الفصل السابع أن هذا لا يؤثر في قيمة معامل الارتباط .

أما إذا أوجدنا معامل الارتباط بين قيم المتغير المستقل $ص٢$ والبواقي $ف$ نجد أن قيمته تساوى الصفر . وهذا صحيح دائماً لأن البواقي هى الانحرافات الناتجة عن التنبؤ بقيم المتغير التابع بمعلومية قيم المتغير المستقل .

والحقيقة أن معامل الارتباط الجزئي $ر$ معامل الارتباط بين مجموعتين من

البواقي residuals .

أى أنه إذا افترضنا أننا حصلنا على معادلة انحدار \bar{v} على \bar{s}_2 ، ومعادلة انحدار \bar{s}_1 على \bar{s}_2 وهما :

$$\bar{v}_m = \bar{a} + \bar{b} \bar{s}_2$$

$$\bar{s}_1 = \bar{a}' + \bar{b}' \bar{s}_2$$

وبعد حساب قيمة كل من الثابتين لكل معادلة على حدة ، وإيجاد قيم \bar{v}_m ، ثم حساب قيم $\bar{v}_1 = \bar{v}_m - \bar{s}_1$ ، $\bar{v}_2 = \bar{v}_m - \bar{s}_2$ ، $\bar{v}_3 = \bar{v}_m - \bar{s}_3$ نجد أن معامل الارتباط الجزئي \bar{r}_{12} هو معامل الارتباط بين \bar{v}_1 و \bar{v}_2 ، \bar{r}_{13} ، \bar{r}_{23} .

ولتوضيح ذلك نطبق هذه الخطوات على البيانات السابقة المبينة في جدول رقم (٩٤) كالآتي :

نحسب أولاً قيمة كل من الثابتين \bar{a} ، \bar{b} في معادلة انحدار \bar{v} على \bar{s}_2 باستخدام المعادلتين :

$$\bar{b} = \frac{\bar{c}_{v s_2}}{\bar{c}_{s_2 s_2}}$$

$$\bar{a} = \bar{v} - \bar{b} \bar{s}_2$$

$$\text{حيث نجد أن } \bar{b} = 0,60 \times \frac{1,58}{1,58} = 0,60$$

$$\bar{a} = 1,2 - (0,60)(3) = 0,2$$

وبذلك تكون معادلة انحدار \bar{v} على \bar{s}_2 هي :

$$ص_م = ١,٢ + ٠,٦ س_٢$$

وبنفس الطريقة نحسب قيمة كل من الثابتين آ ، ب ، ونوجد معادلة انحدار
س_١ على س_٢ وهى :

$$س_١ = ٠,٢ + ٠,٩ س_٢$$

وباستخدام هاتين المعادلتين يمكن إيجاد قيم ص_م ، س_١ المناظرة لقيم
ص ، س_١ الموضحة فى الجدول رقم (٩٤) ، وكذلك البواقي ف_١ ، ف_٢ ،
وهذه مبينة فى الجدول الآتى رقم (٩٥) :

ف _۲	س _۱	س _۲	س _۳	ف _۱	ص _۱ = ۳,۰,۹ + ۰,۳	ص _۲ = ۳,۰,۶ + ۱,۲	ص _۳	س _۲	ص _۳
صفر	۳	۳	۳	۲,۰-	۳,۰ = ۲,۷ + ۰,۳	۳ = ۱,۷ + ۱,۲	۱,۲	۲	۱
۱,۱-	۱	۲	۲	۰,۴-	۲,۱ = ۱,۸ + ۰,۳	۲,۴ = ۱,۱ + ۱,۲	۱,۲	۲	۲
۰,۸	۲	۱	۱	۱,۲	۱,۲ = ۰,۹ + ۰,۳	۱,۸ = ۰,۰ + ۱,۲	۱,۲	۱	۲
۰,۱	۴	۴	۴	۰,۴	۳,۹ = ۳,۶ + ۰,۳	۳,۶ = ۲,۱ + ۱,۲	۱,۲	۴	۴
۰,۲	۵	۵	۵	۰,۸	۴,۸ = ۴,۵ + ۰,۳	۴,۲ = ۳,۰ + ۱,۲	۱,۲	۵	۵

جدول رقم (۹۵)

ويتضح من هذا الجدول أن قيم F_1 تمثل الأخطاء الناجمة عن التنبؤ بقيم S_1 بمعلومية قيم S_2 ، وقيم F_2 تمثل الأخطاء الناجمة عن التنبؤ بقيم S_2 بمعلومية قيم S_1 .

فلإيجاد معامل الارتباط بين المتغيرين S_1 ، S_2 بعد عزل تأثير المتغير S_3 يجب أن نحسب معامل الارتباط بين البواقي F_1 ، F_2 باستخدام الدرجات الحام مباشرة كالآتي :

F_1	F_2	F_1	F_2	$F_1 F_2$
٢,٠ —	صفر	٤,٠٠	صفر	صفر
٠,٤ —	١,١ —	٠,١٦	١,٢١	٠,٤٤
١,٢	٠,٨	١,٤٤	٠,٦٤	٠,٩٦
٠,٤	٠,١	٠,١٦	٠,٠١	٠,٠٤
٠,٨	٠,٢	٠,٦٤	٠,٠٤	٠,١٦
المجموع	صفر	صفر	١,٩٠	١,٦٠

جدول رقم (٩٦)

$$r_{F_1 F_2} = \frac{N \sum F_1 F_2 - \sum F_1 \sum F_2}{\sqrt{N \sum F_1^2 - (\sum F_1)^2} \sqrt{N \sum F_2^2 - (\sum F_2)^2}}$$

$$= \frac{(5)(1,60) - (0)(0)}{\sqrt{(5)(1,90) - (0)^2} \sqrt{(5)(6,40) - (0)^2}}$$

$$= ٠,٤٦ \text{ تقريباً .}$$

وهنا يجب أن يلاحظ الباحث أنها نفس القيمة التي حصلنا عليها باستخدام صورة معامل الارتباط الجزئي رقم (١) ، : يجب أن يلاحظ أن $r_{S_1 S_2} =$ صفر ، $r_{S_1 S_3} =$ صفر .

أى أن معامل الارتباط بين متغيرين بعد عزل تأثير متغير ثالث هو معامل الارتباط بين البواقي التى نحصل عليها من انحدار كل من المتغيرين على المتغير الثالث .

معامل الارتباط شبه الجزئى أو معامل ارتباط الجزء :

من عرضنا السابق يتضح أن الباحث يستطيع أن يعزل أثر التباين غير المطلوب من كل من المتغيرين موضع البحث . ففي المثال السابق عزلنا تأثير العمر من كل من درجات اختبار الذكاء واختبار القدرة النفسحركية . ويعبر الارتباط الجزئى عن العلاقة بين درجات كل من الاختبارين بعد عزل تأثير العمر من هذه الدرجات أو ضبط تأثيره على المتغيرين بطريقة إحصائية .

والآن نفترض أن الباحث أراد أن يعزل تأثير العمر من درجات اختبار الذكاء فقط ولا يريد أن يعزل تأثيره من درجات اختبار القدرة النفسحركية . فعندئذ يمكنه استخدام نوع آخر من معاملات الارتباط يسمى معامل الارتباط شبه الجزئى Semi-Partial Correlation ، وأحيانا يسمى معامل ارتباط الجزء Part Correlation .

والصورة المستخدمة في حساب هذا المعامل والذي سنرمز له بالرمز $r_{(3.2)}$ أى الارتباط بين المتغير الأول والمتغير الثانى بعد عزل تأثير المتغير الثالث فقط هى :

$$r_{(3.2)} = \frac{r_{12} - r_{13}r_{23}}{r_{22} - r_{23}^2} \quad (7)$$

وربما يلاحظ الباحث أن الفرق بين هذه الصورة والصورة رقم (١) المستخدمة في حساب معامل الارتباط الجزئى هو أن مقام هذه الصورة يشتمل على المقدار $r_{22} - r_{23}^2$ فقط .

أما إذا أراد الباحث عزل تأثير المتغير الثالث من المتغير الأول فقط أى
 $r_{(3.1)}^2$ فإنه يمكنه استخدام الصورة الآتية :

$$r_{(3.1)}^2 = \frac{r_{12}^2 - r_{13}^2}{r_{22}^2 - 1} \quad (٨)$$

ويمكن توضيح مفهوم الارتباط شبه الجزئى وكيفية حساب قيمته بالإشارة
 إلى الجدولين رقمى (٩٤) ، (٩٥) . فى الجدول رقم (٩٥) حسبنا قيمة r_{12}
 المتنبأ بها أى r_{12} ، والبواقي r_{13} التى تساوى r_{12} - r_{13} الناتجة عن انحدار
 المتغير r_{12} على المتغير r_{13} .

فإذا حسبنا معامل الارتباط بين قيم r_{12} ، r_{13} بالمبينة بالجدولين رقم (٩٤) ،
 (٩٥) ، فإن قيمة المعامل الناتجة وهى ٠,٣٧ . تمثل العلاقة بين المتغيرين r_{12} ، r_{13}
 بعد عزل تأثير المتغير r_{13} من المتغير r_{12} فقط .

ويمكننا أيضاً إيجاد العلاقة بين المتغيرين r_{12} ، r_{13} بعد عزل تأثير المتغير
 r_{13} من المتغير r_{12} فقط باستخدام الصورة رقم (٧) كالآتى :

$$r_{(2.1)}^2 = \frac{r_{12}^2 - r_{13}^2}{r_{22}^2 - 1}$$

وبالتعويض عن قيم معاملات الارتباط المدونة أسفل جدول رقم (٩٤)
 نجد أن :

$$r_{(2.1)}^2 = \frac{(0,90)(0,60) - (0,70)^2}{(0,90) - 1} = 0,37$$

وهي نفس القيمة التي حصلنا عليها بإيجاد معامل الارتباط بين ف ، ص .
ويمكن حساب معاملات ارتباط شبه جزئية من رتب أعلى كما هو الحال في
معاملات الارتباط الجزئية . ويمكن أن يستفيد الباحث من هذه المعاملات في
التحليل المتقدم للارتباط والانحدار المتعدد ، وفي تفسير نتائج هذا التحليل .
فمعامل الارتباط $r_{(٤٣.٢)}$ هو معامل ارتباط شبه جزئي من الرتبة الثانية . وهو
يدل على الارتباط بين المتغيرين ١ ، ٢ بعد عزل تأثير كل من المتغيرين ٣ ، ٤ من
المتغير ٢ فقط . وبعبارة أخرى $r_{(٤٣.٢)}$ هو معامل الارتباط بين المتغيرين
١ ، ٢ بعد استبعاد المقدار المشترك بين المتغير ٢ والمتغيرين ٣ ، ٤ .

والصورة المستخدمة في حساب هذا المعامل هي :

$$\frac{(٣٠.٤)^{٢} - (٣٠.٤)^{٢} - (٣٠.٢)^{٢}}{(٣٠.٤)^{٢} - ١} = (٤٣.٢)^{٢}$$

(٩) . . .

أما معامل الارتباط $r_{(٥٤٣.٢)}$ فهو معامل ارتباط شبه جزئي من الرتبة
الثالثة . وهو يدل على الارتباط بين المتغيرين ١ ، ٢ بعد عزل تأثير كل من
المتغيرات ٣ ، ٤ ، ٥ من المتغير ٢ فقط . ويمكن الحصول على معاملات ارتباط
شبه جزئية من رتب أعلى من ذلك .

تفسير الانحدار المتعدد في ضوء مفهوم الارتباط شبه الجزئي :

ذكرنا فيما سبق أن المتغيرات المستقلة التي تستخدم عادة في البحوث النفسية
والتربوية تكون مرتبطة إلى حد كبير . وهذه تؤدي إلى بعض المشكلات عند
تحليل الانحدار المتعدد .

فإذا كانت جميع معاملات الارتباط بين المتغيرات المستقلة تساوى صفراً ، فإن مربع معامل الارتباط المتعدد بين المتغيرات المستقلة مجتمعة والمتغير التابع يساوى مجموع مربعات معاملات الارتباط بين كل متغير مستقل والمتغير التابع .

أى أن :

$$R^2_{ص٢١٠٠٠} = R^2_{ص١} + R^2_{ص٢} + \dots + R^2_{صن} \quad (١٠)$$

وبذلك نستطيع تحديد مقدار تباين المتغير التابع الذى يمكن تفسيره بمعلومية كل متغير من المتغيرات المستقلة نظراً لعدم وجود ارتباط بين هذه المتغيرات . وبالطبع يندر وجود مثل هذه الحالة فى البحوث النفسية والتربوية . إذ عادة تشتمل المواقف البحثية على متغيرات مرتبطة . وهنا يحاول الباحث التغلب على هذه المشكلة بأن يجرى نوعاً من التعديل على هذه المتغيرات المرتبطة بحيث تصبح متعامدة Orthogonal أى يصبح الارتباط بينها صفراً .

ويستخدم الارتباط الجزئى والارتباط شبه الجزئى فى إجراء مثل هذا التعديل .

ويمكن تعميم الصورة رقم (١٠) على أى عدد من المتغيرات المستقلة المرتبطة .
فى حالة أربعة متغيرات مثلاً تصبح الصورة كالتى :

$$R^2_{ص٣٢١٠} = R^2_{ص١} + R^2_{ص(١٠٢)} + R^2_{ص(٢١٠٣)} + R^2_{ص(٣٢١٠٤)} \quad (١١)$$

وبالنظر إلى هذه الصورة نجد أن $R^2_{ص١}$ ترمز إلى التباين المشترك بين المتغير التابع والمتغير المستقل الأول ، $R^2_{ص(١٠٢)}$ ترمز إلى مربع معامل الارتباط

شبه الجزئى (معامل ارتباط الجزئى) بين المتغير التابع والمتغير المستقل الثانى بعد عزل تأثير التباين المشترك بين المتغيرين الاول والثانى ، ر^٢ص (٢١٠٣) ترمز الى مربع معامل الارتباط شبه الجزئى من الرتبة الثانية عند احتواء المتغير الثالث فى المعادلة بعد عزل تأثير التباين المشترك بينه وبين المتغيرين الاول والثانى . وبذلك نحصل على التباين الذى يسهم به هذا المتغير دون تكرار للتباين الذى أسهم به المتغيران الاول والثانى بالفعل .

أما ر^٢ص (٣٢١٠٤) فهى ترمز الى التباين المشترك بين المتغير التابع والمتغير المستقل الرابع بعد عزل تأثير المتغيرات الثلاثة الاولى من هذا المتغير المستقل فقط .

أى أن هذه الصورة تعبر عن طريقة عزل بواقى كل متغير مستقل على الترتيب من المتغيرات المستقلة التالية له ، وبذلك تصبح المتغيرات المستقلة متعامدة . فكل حد نشتمل عليه هذه الصورة يدل على نسبة التباين فى المتغير التابع الذى يسهم به كل متغير من المتغيرات المستقلة الاربعة فى معامل الارتباط المتعدد . وبالطبع يدل معامل الارتباط المتعدد على نسبة التباين الكلى فى المتغير التابع الذى تسهم به المتغيرات المستقلة مجتمعة فى معادلة الانحدار .

وهنا يجب أن نوجه نظر الباحث الى أنه يمكنه الحصول على نفس قيمة مربع معامل الارتباط المتعدد بصرف النظر عن ترتيب احتواء المتغيرات فى معادلة الانحدار . أى أن :

$$ر^٢ص ٣٢١٠ = ر^٢ص ٣١٢٠ = ر^٢ص ٢١٣٠$$

ولكن يختلف مقدار ما يسهم به كل متغير مستقل فى تباين المتغير التابع اختلافاً ملحوظاً باختلاف هذا الترتيب . فالمتغير المستقل الذى نحتويه معادلة

الانحدار أولاً سوف يسهم بلاشك بقدر أكبر في تبين المتغير التابع عما لو احتوته المعادلة مؤخراً . وبوجه عام ، كلما زادت الارتباطات بين المتغيرات المستقلة وتم احتواؤها في معادلة الانحدار مؤخراً قل تبعاً لذلك مقدار ما تسهم به في هذا التباين .

ولكي نوضح للباحث كيفية إيجاد قيمة مربع معامل الارتباط المتعدد بين متغير تابع وثلاثة متغيرات مستقلة باستخدام الصورة رقم (١١) والتي تصبح كالآتي :

$$R^2_{ص} = R^2_{ص1} + R^2_{ص2} + R^2_{ص3} \quad (١٢)$$

نفترض أن لدينا مصفوفة ارتباطات بين المتغير التابع وكل من المتغيرات المستقلة الثلاثة ، وكذلك الارتباطات بين المتغيرات المستقلة . وهذه مبينة في الجدول الآتي رقم (٩٧) :

ص	١	٢	٣
١	١,٠٠	٠,١٥	٠,٣٥
٢		١,٠٠	٠,٥٣
٣			١,٠٠
ص			١,٠٠

جدول رقم (٩٧)

فالحد الأول في الصورة رقم (١٢) وهو r_2 يدل على مربع معامل الارتباط بين المتغير التابع والمتغير المستقل الأول ، أى يساوى $r^2(0,67) = 0,4489$

أما الحد الثانى وهو r^2 ص (١٠٢) فيمكن إيجاد قيمته باستخدام الصورة رقم (٧) كالآتى :

$$r^2 \text{ ص (١٠٢)} = \frac{r^2 \text{ ص ١} - r^2 \text{ ص ١٢}}{r^2 - 1}$$

وبالتعويض من القيم المبينة في الجدول رقم (٩٧) نجد أن :

$$r^2 \text{ ص (١٠٢)} = \frac{(0,67)(0,10) - (0,53)}{r^2(0,10) - 1} = 0,4344$$

والحد الثالث r^2 ص (٢١٠٣) يمكن إيجاد قيمته باستخدام الصورة رقم (٩) وهى :

$$r^2 \text{ ص (٢١٠٣)} = \frac{r^2 \text{ ص (١٠٢)} - r^2 \text{ ص (١٠٣)}}{r^2 \text{ ص (١٠٢)} - 1}$$

وهذا يستلزم إيجاد قيمة كل من $r^2 \text{ ص (١٠٣)}$ ، $r^2 \text{ ص (٢٠١)}$ كالآتى :

$$r^2 \text{ ص (١٠٣)} = \frac{r^2 \text{ ص ٣} - r^2 \text{ ص ١٣}}{r^2 - 1}$$

— ٦٩١ —

$$\frac{(\cdot, ٢٥)(\cdot, ٦٧) - (\cdot, ٣٥)}{^2(\cdot, ٣٥) - ١\sqrt{}} = ٠,١٢٣٣ =$$

$$\frac{١٢^٣ ١٣^٣ - ٢٣^٣}{١٢^٣ - ١\sqrt{}} = (١٠٢)^٣ ,$$

$$\frac{(\cdot, ١٥)(\cdot, ٣٥) - ٠,٠٢}{(\cdot, ١٥) - ١\sqrt{}} = ٠,٠٣٢٩ =$$

وبذلك تكون نص (٢١٠٢)

$$\frac{(١٠٢)^٣ (١٠٢)^٣ - (١٠٢)^٣ - (١٠٢)^٣}{(١٠٢)^٣ - ١\sqrt{}} =$$

$$\frac{(\cdot, ٠٣٢٩ -)(\cdot, ٤٣٤٤) - ٠,١٢٣٣}{^2(\cdot, ٠٣٢٩ -) - ١\sqrt{}} = ٠,١٣٨٠ =$$

وبالتعويض في الصورة رقم (١٢) نجد أن :

$$^2(\cdot, ١٣٨٠) + ^2(\cdot, ٤٣٤٤) + ^2(\cdot, ٦٧٠٠) = ٣٢١٠ \text{ نص}$$

$$٠,٠١٩١ + ٠,١٨٨٧ + ٠,٤٤٨٩ =$$

$$٠,٦٥٦٧ =$$

أى أن نسبة التباين في المتغير التابع الذى يسهم به المتغيرات المستقلة الثلاثة

بهذا الترتيب هي ٤٤,٨٩ / ١٨,٨٧ / ١,٩١ .

وبالطبع إذا قام الباحث بإيجاد قيمة r^2 ص ٣٢١٠ باستخدام إحدى الطرق التي عرضنا لها في الفصل السادس عشر فإنه سيحصل على نفس القيمة تقريباً .

وما هو جدير بالذكر أنه كلما زاد عدد المتغيرات المستقلة كلما أصبحت العمليات الحسابية المطلوبة لإيجاد قيم معاملات الارتباط شبه الجزئية معقدة للغاية مما يستدعي استخدام الحاسب الآلي لتفادي إجراء هذه العمليات ، أو بمعنى آخر يجب في هذه الحالة أن يلجأ الباحث إلى إحدى وحدات الحاسبات الآلية لإجراء هذا النوع من التحليل الإحصائي للبيانات .

ويجب أن نؤكد مرة أخرى أن تقدير ما تسهم به المتغيرات المستقلة في تفسير تباين المتغير التابع ليس بالأمر اليسير أو المباشر . ولكن إذا استطاع الباحث أن يجد تبريراً منطقياً أو أساساً نظرياً يرتكز إليه في عملية ترتيب إدخال المتغيرات المستقلة في معادلة الانحدار ، فإنه يمكنه الاعتماد على مربعات معاملات الارتباط شبه الجزئية في هذا التقدير بالإضافة إلى الطرق الأخرى التي ذكرنا بعضها منها في الفصل السادس عشر .

ولذلك نوصي الباحث أن يصمم خطة واضحة لمشكلة وفروض بحثه ، وأن يكون لديه الأساس النظري الذي يختار في ضوءه المتغيرات التي سيتناولها في تحليل الانحدار المتعدد . فإذا كان الباحث مهتماً فقط بالتنبؤ بوجه عام بقيم المتغير التابع بمعلومية قيم المتغيرات المستقلة مجتمعة ، فإنه يمكنه إدخال هذه المتغيرات في معادلة الانحدار بأي ترتيب يراه مناسباً . إذ أن قيمة معامل الارتباط المتعدد ، وكذلك قيم المتغير التابع المتنبأ بها لا تختلف باختلاف هذا الترتيب .

أما إذا كان الباحث يهدف إلى تفسير الظاهرة موضع البحث ، ونقصد بذلك تفسير تباين المتغير التابع عن طريق معرفة مقدار ما يسهم به كل متغير من المتغيرات المستقلة في هذا التباين ، فإن ترتيب إدخال هذه المتغيرات في معادلة الانحدار يصبح أمراً هاماً .

والخلاصة أن التحليل الإحصائي للانحدار المتعدد يفيد في تفسير الظاهرة
موضع البحث عن طريق دراسة العلاقات القائمة بين المتغيرات التي تشتمل عليها
هذه الظاهرة . وفي الحقيقة يعتبر تحليل الانحدار المتعدد . كما يؤكد كوهن
Jacob Cohen و كوهن Patricia Cohen — أكثر الأساليب الإحصائية
قوة وفاعلية في تحليل هذه العلاقات ليس فقط لأغراض التنبؤ وإنما لأغراض
التفسير وبناء النظريات العلمية والتحقق من صحتها .

تمارين على الفصل السابع عشر

١ - وجد أحد الباحثين أن معامل الارتباط بين درجات مادة الرياضيات في امتحان الثانوية العامة ودرجات امتحان نهاية العام في السنة الأولى بكلية الهندسة لنفس مجموعة الطلاب بعد عزل أثر الذكاء 0.38 ، ومعامل الارتباط قبل عزل أثر الذكاء 0.54 . فسر معامل الارتباط الجزئي .

٢ - إذا افترضنا أن معامل الارتباط بين المقدرة العضلية وطول مجموعة من الأطفال من مختلف الأعمار 0.70 ، وبين المقدرة العضلية والوزن 0.80 ، وبين الطول والوزن 0.86 . ما هو أفضل تقدير للارتباط الفعلي بين المقدرة العضلية والوزن لهذه المجموعة .

٣ - إذا افترضنا أن الارتباط بين طول الفرد وقدرته اللغوية 0.55 ، وبين طوله وعمره الزمني ، وبين طول قدرته اللغوية بعد عزل أثر العمر 0.2 . فسر هذه المعاملات على فرض أنها واقعية .

٤ - فسر معنى كل من معامل الارتباط الجزئي ومعامل ارتباط الجزء باستخدام بواق الانحدار .

٥ - من المعلوم إحصائياً أن الضبط هو ضبط التباين . ما معنى ذلك ؟ وما هو دور معامل الارتباط الجزئي ومعامل الارتباط شبه الجزئي في الضبط الإحصائي ؟

٦ - فيما يلي مصفوفة معاملات الارتباط بين ثلاثة متغيرات هي : تماسك الجماعة (ص) والمشاركة في اتخاذ القرار (س) والعلاقات الإنسانية بين أفراد الجماعة (س) :

نص ١ س ٢	نص ٢ س ٢	نص ١ س ١	
٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٦٠	(أ)
٠,٩٠	(٠,٤٠)	(٠,٦٠)	(ب)
٠,٨٠	(٠,٧٠)	(٠,٩٠)	(ج)
٠,٨٠	٠,٩٠	٠,٧٠	(د)

(أ) احسب معاملات الارتباط الجزئية الآتية :

نص ١ س ١ س ٢ ، نص ٢ س ٢ س ١

(ب) احسب معاملات الارتباط شبه الجزئية نص (١ س ٢ س ١) ، نص (١ س ٢ س ٢) مع تفسير القيمة الناتجة في كل حالة .

الفصل الثامن عشر

تحليل الانحدار المتعدد في حالة المتغيرات النوعية

- المتغيرات الرمزية
- تحليل الانحدار المتعدد باستخدام المتغيرات الرمزية
- استخدامات أخرى للمتغيرات الرمزية

مقدمة :

عرضنا في الفصلين السابقين طرق تحليل الانحدار المتعدد في حالة المتغيرات الكمية . وذكرنا أن الباحث يمكنه أن يستخدم هذه الطرق في التنبؤ بمتغير تابع بمعلومية متغيرين مستقلين أو أكثر من النوع المتصل ، أى تختلف درجة الأفراد في السمة أو الصفة التي تقيسها هذه المتغيرات بحيث يمكن ترتيب هذه الدرجات بحسب مقاديرها مثل درجات اختبار في الذكاء أو التحصيل أو عدد مرات التعزيز وما إلى ذلك . وبالرغم من أن تحليل الانحدار المتعدد قد صمم بصفة خاصة بحيث يستخدم في حالة المتغيرات الكمية Quantitative Variables إلا أنه يمكن استخدامه أيضا في حالة المتغيرات النوعية Categorical Variables أى المتغيرات التي من المستوى الاسمي . ومن أمثلة هذه المتغيرات الجنس (ذكر أو أنثى) أو الديانة (مسلم أو مسيحي أو غير ذلك) أو الحالة الاجتماعية (متزوج أو أعزب أو مطلق أو أرمل) وهكذا .

وهذه المتغيرات تعتبر من النوع الاسمي أو التصنيفي . أى أن التغير يكون في النوع وليس في الدرجة كما هو الحال في المتغيرات الكمية التي تكون من المستوى الرتي أو الفترى أو النسبي .

وبذلك يتسع مجال استخدام تحليل الانحدار المتعدد بحيث يمكن التنبؤ بمتغير تابع معين من النوع الكمي بمعلومية متغيرين نوعيين أو أكثر، مثل التنبؤ بالاتجاه نحو المهن المختلفة (وهو متغير كمي متصل) بمعلومية جنس الفرد ومستوى تعليمه (وهما متغيران من النوع التصنيفي غير المتصل وغير المرتب) .

أو يمكن التنبؤ بالمتغير التابع بمعلومية متغير متصل أو أكثر بالإضافة إلى متغير نوعي أو أكثر مثل التنبؤ بالاتجاه نحو المهن المختلفة بمعلومية بعض سمات

شخصية الفرد ومستوى تعليمه . أو التنبؤ بالتحصيل الدراسي في مادة دراسية معينة بمعلومية الذكاء وأسلوب التدريس .

المتغيرات الرمزية : Dummy Variables

يتطلب تحليل الانحدار باستخدام المتغيرات النوعية أو التصنيفية إجراء نوع معين من الترميز Coding للمتغير أو المتغيرات النوعية الإشارة إلى الأقسام المختلفة التي يتسكون منها هذا المتغير أو هذه المتغيرات . فمثلا يمكن أن نرمز للذكور بالرقم ١ وللإناث بالرقم صفر إذا كان المتغير النوعي هو الجنس . أو يمكن أن نرمز للذكور بالرقم ١ والإناث بالرقم - ١ أو أى نظام ترميزي آخر ، إلا أنه يفضل استخدام نظام الصفر والواحد الصحيح نظرا لسهولة استخدامه . وتسمى المتغيرات الناتجة عن هذا الترميز بالمتغيرات الرمزية Dummy Variables ، وهي لا نصف مستوى قياس له معنى بالنسبة للمتغير النوعي ، وإنما تشير فقط إلى أقسام هذا المتغير . فإذا أراد الباحث مثلا أن يستخدم في معادلة الانحدار متغيرا نوعيا مثل مستوى التعليم الذي يشتمل على ثلاثة أقسام ، فإن المتغيرات الرمزية الثلاثة الناتجة س_١ ، س_٢ ، س_٣ ربما تكون كالآتي :

$$\begin{matrix} \text{مستوى تعليم أساسي} \\ \text{خلاف ذلك} \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1 \\ \text{صفر} \end{matrix} \quad \left\{ \begin{matrix} = \\ = \end{matrix} \right. \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \text{مستوى تعليم ثانوي} \\ \text{خلاف ذلك} \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1 \\ \text{صفر} \end{matrix} \quad \left\{ \begin{matrix} = \\ = \end{matrix} \right. \begin{matrix} S_3 \\ S_4 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \text{مستوى تعليم عالي} \\ \text{خلاف ذلك} \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1 \\ \text{صفر} \end{matrix} \quad \left\{ \begin{matrix} = \\ = \end{matrix} \right. \begin{matrix} S_5 \\ S_6 \end{matrix}$$

وبذلك نتحول أقسام المتغير النوعي إلى مجموعة من المتغيرات الرمزية ثنائية بحيث يوز الواحد الصحيح إلى انتماء الفرد إلى أحد أقسام المتغير النوعي ، والصفر إلى عدم انتمائه إلى هذا القسم .

وبالرغم من أن عدد المتغيرات الرمزية في هذا المثال ثلاثة إلا أن الباحث يمكنه استخدام اثنين منها فقط كمتغيرات مستقلة أو منبئة في معادلة الانحدار دون أن يفقد شيئاً من المعلومات .

إذ يمكن معرفة أثر المتغير الرمزي S_3 من نتائج معادلة الانحدار التي تشتمل على S_1 ، S_2 فقط . وبعبارة أخرى معرفة ما إذا كان الفرد ينتمي أو لا ينتمي إلى إحدى المجموعتين التي يمثل كل منهما المتغيرين الرمزيين S_1 ، S_2 على الترتيب تعد كافية لتحديد انتماء الفرد إلى إحدى المجموعات الثلاث . فإذا لم ينتم إلى أي من المجموعتين S_1 أو S_2 فإنه لا بد أن ينتمي إلى المجموعة S_3 .

ويمكن تمثيل المتغيرات الرمزية في المثال السابق كالآتي :

المتغير الرمزي		
S_1	S_2	
١	صفر	ج ١
صفر	١	ج ٢
صفر	صفر	ج ٣

المتغير النوعي

فالمعلومات التي يتضمنها المتغير النوعي (مستوى التعليم) الذي يشتمل على ثلاثة أقسام ج ١ ، ج ٢ ، ج ٣ أمكن تمثيلها بمتغيرين رمزيين S_1 ، S_2 بدلا من ثلاثة متغيرات رمزية S_1 ، S_2 ، S_3 . فعدم انتماء الفرد إلى إحدى المجموعتين ج ١ أو ج ٢ يعني أنه ينتمي إلى المجموعة ج ٣ .

وبالمثل يمكن تمثيل المتغير النوعى الذى يشتمل على أربعة أقسام ج_١ ، ج_٢ ، ج_٣ ، ج_٤ بثلاثة متغيرات رمزية س_١ ، س_٢ ، س_٣ كالآتى :

المتغير الرمزى

	س _١	س _٢	س _٣	
ج _١	١	صفر	صفر	المتغير النوعى
ج _٢	صفر	١	صفر	
ج _٣	صفر	صفر	١	
ج _٤	صفر	صفر	صفر	

وبوجه عام إذا اشتمل المتغير النوعى على ك من الأقسام أو المجموعات ، فإن عدد المتغيرات الرمزية اللازمة والكافية للإشارة الى انتماء الفرد إلى قسم معين أو مجموعة معينة من هذه الأقسام أو المجموعات = ك - ١ حيث ك ترمز إلى عدد أقسام المتغير النوعى . وفى حالة ما إذا كان عدد الأفراد الذين ينتمون إلى كل قسم متساوياً يكون معامل الارتباط بين أى متغيرين رمزيين مساوياً مقلوب عدد هذه المتغيرات بإشارة سالبة .

$$r_{jk} = -\frac{1}{K}$$

حيث ه ، و ترمز إلى المتغيرين الرمزيين .

تحليل الانحدار المتعدد باستخدام المتغيرات الرمزية :

Dummy Variable Multiple Regression

لتوضيح كيفية استخدام فكرة المتغيرات الرمزية في تحليل الانحدار المتعدد في حالة المتغيرات النوعية نعرض المثال الآتي :

نفترض أن باحثاً أراد أن يقوم بدراسة سلوك حل المشكلة ، فعين الأفراد بطريقة عشوائية في ثلاث مجموعات تجريبية مختلفة . وعقب الانتهاء من المعالجات التجريبية طلب من كل فرد في كل مجموعة حل مجموعة معينة من المشكلات . وفيما يلي ملخص لهذه الدرجات لكل من المجموعات الثلاث (جدول رقم ٩٨):

ج ١	ج ٢	ج ٣
٢	٣	٧
٣	٣	٦
٢	٤	٤
٥	٤	٧
٣	٢	٨
٥	٢	٤

جدول رقم (٩٨)

فلنكن نلقباً بسلوك حل المشكلة من عضوية الفرد في إحدى المجموعات التجريبية يمكن اتباع الخطوات الآتية :

الخطوة الأولى : ترمز للدرجات بالرموز ، ونكون متغيرين رمزيين س_١ ، س_٢ يمثلان أقسام متغير المعالجة التجريبية كالآتي :

المتغير الرمزي		
١س	٢س	
١	صفر	ج١
صفر	١	ج٢
صفر	صفر	ج٣

متغير المعالجة
التجريبية

فبالنسبة للمتغير س١ فرمز للأفراد الذين ينتمون إلى المجموعة التجريبية ج١ بالرقم ١ ، بينما نرّمز للأفراد الذين لا ينتمون إلى ج١ بالرقم صفر .

وبالنسبة للمتغير س٢ فرمز للأفراد الذين ينتمون إلى المجموعة التجريبية ج٢ بالرقم ١ ، بينما نرّمز للأفراد الذين لا ينتمون إلى ج٢ بالرقم صفر .

ويمكن أيضاً تكوين متغير رمزي ثالث س٣ نرّمز فيه للأفراد الذين ينتمون إلى المجموعة التجريبية ج٣ بالرقم ١ ، والذين لا ينتمون إليها بالرقم صفر ، إلا أن هذا المتغير ليس ضرورياً حيث إن المعلومات الخاصة بالانتماء إلى مجموعة معينة تكون كافية باستخدام المتغيرين الرمزيين س١ ، س٢ فقط . فالفرد الذي لا ينتمي إلى إحدى المجموعتين ج١ أو ج٢ يجب أن ينتمي إلى المجموعة ج٣ .

والجدول الآتي رقم (٩٩) يوضح نتائج تكوين هذين المتغيرين الرمزيين .

المجموعة	ص	س١	س٢
١ج	٢	١	صفر
	٣	١	صفر
	٢	١	صفر
	٥	١	صفر
	٣	١	صفر
	٥	١	صفر
٢ج	٣	صفر	١
	٣	صفر	١
	٤	صفر	١
	٤	صفر	١
	٢	صفر	١
	٢	صفر	١
٣ج	٧	صفر	صفر
	٧	صفر	صفر
	٤	صفر	صفر
	٧	صفر	صفر
	٨	صفر	صفر
	٤	صفر	صفر

جدول رقم (٩٩)

ويمكن استكمال تحليل الانحدار المتعدد في حالة المتغيرات النوعية التي في هذا المثال بنفس الطريقة التي عرضنا لها في الفصل السادس عشر في حالة المتغيرات الكمية . غير أننا هنا نستخدم المتغيرات الرهزية على أنها متغيرات مستقلة .

وفي هذا المثال يمكننا اعتبار المتغيرين الرمزيين s_1 ، s_2 متغيرين مستقلين ،
والدرجات التي حصل عليها كل فرد من أفراد المجموعات التجريبية متغيرا تابعا .
ولذلك فإن الخطوة الثانية هي أن نحصل على قيمة كل من معاملي الانحدار b_1 ،
 b_2 ، أى الوزن المقدر لكل من المتغيرين s_1 ، s_2 ، وكذلك الثابت a باستخدام
المعادلات ١١ ، ٢ ، ٥ التي سبق أن ذكرناها في الفصل السادس عشر وهي :

$$b_1 = \frac{(s_1 \text{ من } 1)(s_2 \text{ من } 2) - (s_2 \text{ من } 1)(s_1 \text{ من } 2)}{(s_1 \text{ من } 1)^2 - (s_2 \text{ من } 1)(s_1 \text{ من } 2)}$$

$$b_2 = \frac{(s_2 \text{ من } 1)(s_1 \text{ من } 2) - (s_1 \text{ من } 1)(s_2 \text{ من } 2)}{(s_2 \text{ من } 1)^2 - (s_2 \text{ من } 1)(s_1 \text{ من } 2)}$$

$$a = 1 - b_1 - b_2$$

والتعويض في هذه المعادلات من البيانات الموضحة بجدول رقم (٩٩) يتطلب
إيجاد المقادير الآتية :

$$b_1 = \frac{(s_1 \text{ من } 1)}{n} - s_1$$

$$b_1 = \frac{(6)}{18} - 6 = 2 - 6 = -4$$

$$b_2 = \frac{(s_2 \text{ من } 1)}{n} - s_2$$

$$b_2 = \frac{(6)}{18} - 6 = 2 - 6 = -4$$

$$\frac{(م_۱) (م_۲)}{ن} - م_۱ م_۲ = م_۱ م_۲$$

$$\frac{(۶) (۶)}{۱۸} - صفر =$$

$$۲ - = \frac{۳۶}{۱۸} - صفر =$$

$$\frac{(م_۱) (م_۲)}{ن} - م_۱ م_۲ = م_۱ م_۲$$

$$\frac{(۷۴) (۶)}{۱۸} - ۲۰ =$$

$$۴,۶۶۷ - = ۲۴,۶۶۷ - ۲۰ =$$

$$\frac{(م_۱) (م_۲)}{ن} - م_۱ م_۲ = م_۱ م_۲$$

$$\frac{(۷۴) (۶)}{۱۸} - ۱۸ =$$

$$۶,۶۶۷ - = ۲۴,۶۶۷ - ۱۸ =$$

$$۰,۳۳۳ = \frac{۶}{۱۸} = \overline{۰,۳۳۳}$$

$$۰,۳۳۳ = \frac{۶}{۱۸} = \overline{۰,۳۳۳}$$

— ٧٠٧ —

$$\bar{v} = \frac{74}{18} = 4,111$$

وبالتعويض في الصورة رقم (١١) نجد أن :

$$b_1 = \frac{(6,667 - 2)(4) - (4)(4,667 - 2)}{2(2 - 1) - (4)(4)}$$

$$= \frac{12,234 - 18,668}{12}$$

$$= \frac{32,002 - 2,67}{12} \approx 2,67 \text{ تقريباً}$$

ويجب أن يلاحظ الباحث أن هذا الناتج يساوى الفرق بين متوسط المجموعة ج_١ ومتوسط المجموعة ج_٢ .

وبالتعويض في الصورة رقم (١٢) نجد أن :

$$b_2 = \frac{(4,667 - 2)(4) - (4)(6,667 - 2)}{2(2 - 1) - (4)(4)}$$

$$= \frac{9,334 - 26,668}{12}$$

$$= \frac{36,002 - 3,00}{12} \approx 2,00 \text{ تقريباً}$$

وهذا الناتج يساوى الفرق بين متوسط المجموعة ج_٢ ومتوسط المجموعة ج_٣ .

ج_٣ .

وبالتعويض في الصورة رقم (٥) نجد أن :

$$1 = 4,111 - (3,67 - 0,333) - (3,00 - 0,333)$$

$$= 4,111 + 0,88911 + 0,99911 = 5,99911$$

$$= 6,00 \text{ تقريباً}$$

وهذا الناتج يساوى متوسط المجموعة ج_٣ . وهى المجموعة التى عيننا فيها لكل من المتغيرين الرمزيين س_١ ، س_٢ القيمة صفر .

وبذلك تكون معادلة انحدار ص على المتغيرين المستقلين س_١ ، س_٢ هى :

$$ص = 1 + ب_١ س_١ + ب_٢ س_٢$$

$$= 6 - ٢,٦٧ س_١ - ٣,٠٠ س_٢$$

وباستخدام هذه المعادلة يمكن أن نوجد قيمة ص المتنبأ بها بمعلومية قيمة معينة من قيم س . وهذه القيمة المتنبأ بها هى متوسط المجموعة التى تنتمى إليها هذه القيمة المعينة من قيم س .

فمثلاً بالنسبة للفرد الثانى فى كل مجموعة من المجموعات ج_١ ، ج_٢ ، ج_٣ من الجدول رقم (٩٨) ، أى الفرد الثانى والثامن والرابع عشر من الجدول رقم (٩٩) على الترتيب ، تسكون قيم ص_ص كالآتى :

$$ص_{ص} \text{ للفرد رقم } ٢ = 6 - (٢,٦٧) (١) - (٣,٠٠) (٣,٤٤) =$$

$$= ٣,٣٣$$

وهذه القيمة تساوى متوسط المجموعة ج_١ .

، صم الفرد رقم ٨ $= 6 - (2,67) (\text{صفر}) - (3,00) (1)$

$$3,00 =$$

وهذه القيمة تساوى متوسط المجموعة ج_٢

، صم الفرد رقم ١٤ $= 6 - (2,67) (\text{صفر}) - (3) (\text{صفر})$

$$6 =$$

وهذه تساوى متوسط المجموعة ج_٣

مربع معامل الارتباط المتعدد :

يمكن حساب مربع معامل الارتباط المتعدد بإحدى الطرق التى ذكرناها في
الفصل السادس عشر .

فثلا يمكن إيجاد مجموع المربعات الخاصة بالانحدار باستخدام الصورة رقم
(١٨) وهى :

مجموع مربعات الانحدار $= \sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^n \bar{y}_j^2 - \sum_{j=1}^p \bar{y}_j^2$

وبالتعويض من القيم السابقة نجد أن :

مجموع مربعات الانحدار $= (2,67 -) (4,667 -)$

$+ (3,00 -) (6,667 -)$

$$= 32,462$$

والمجموع الكلى للمربعات من جدول رقم (٩٩) :

$$\sum_{i=1}^n \bar{y}_j^2 - \sum_{j=1}^p \bar{y}_j^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^p \bar{y}_j^2)}{n}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^n (74)}{18} - 364 =$$

$$= 59,778$$

$$25,317 = 32,872 - 09,555 =$$

ويمكن إيجاد قيمة مربع معامل الارتباط المتعدد بين المتغير التابع ص والمتغيرين المستقلين الرمزيين س_١ ، س_٢ باستخدام الصورة رقم (١٩) المذكورة في الفصل السادس عشر وهي :

$$\frac{m \times m \times m}{m \times m} = m$$

$$0.043 = \frac{22,472}{59,778} =$$

أى أن ٥٤,٣ ٪ من مجموع مربعات قيم المتغير ص (الدرجات التى حصل عليها الأفراد فى مجموعة المشكلات) يمكن تفسيرها بمعلومية انتماء الفرد إلى إحدى المجموعات الثلاث . أو بمعنى آخر ٥٤,٣ ٪ من تباين الدرجات التى حصل عليها الأفراد فى مجموعة المشكلات يرجع إلى عضويتهم أو انتمائهم إلى إحدى المجموعات التجريبية الثلاث .

وبالطبع يجب أن يختبر الباحث الدلالة الإحصائية لقيمة R^2 ليتأكد من أن انتماء الفرد إلى مجموعة تجريبية معينة يسهم إسهاماً فعلياً في التنبؤ بدرجةه في مجموعة المشكلات .

استخدامات أخرى للمتغيرات الرمزية :

يمكن أن يستخدم الباحث فكرة المتغيرات الرمزية في مواجهة مشكلة الانحناء
العلاقة بين المتغيرات في تحليل الانحدار .

فمثلا اذا وجد الباحث أن العلاقة بين المتغير التابع وأحد المتغيرات المستقلة غير خطية ، ولسكنه لا يعرف على وجه التحديد طبيعة أو شكل هذه العلاقة ، فإنه يمكنه في هذه الحالة تجزئة هذا المتغير المستقل إلى عدد معين من الأقسام وليكن كـ،

ثم يقوم بتسكين عدد قدره ك - ١ من المتغيرات الرمزية التي تشير إلى هذه الأقسام . ويستخدم هذه المتغيرات الرمزية كتغيرات مستقلة في تحليل الانحدار المتعدد كما سبق أن أوضحنا . ثم يوجد قيمة ص م لكل قسم من أقسام المتغير المستقل . ويمكنه بعد ذلك أن يمثل على ورقة رسم بياني قيم ص م على المحور الرأسي ومنتصفات كل فئة من فئات المتغير المستقل على المحور الأفقي . وبهذا يستطيع أن يأخذ فكرة سريعة عن شكل العلاقة بين المتغيرين .

ويجب أن نوصي الباحث بعدم اللجوء إلى هذه التجزئة إذا كان لديه معلومات مسبقة عن طبيعة هذه العلاقة ، وإنما يفضل استخدام المتغير الفئري دون تجزئته ، واختيار أسلوب تحليل الانحدار الذي يناسب هذه العلاقة . أما إذا لم تكن لديه هذه المعلومات فإنه يمكنه استخدام فكرة المتغيرات الرمزية لأنها تتميز بدرجة كبيرة من المرونة في تحليل مثل هذه البيانات .

تمارين على الفصل الثامن عشر

(١) اذكر مجموعة من المتغيرات النوعية التي ترى أنها ربما ترتبط بالتحصيل الدراسي لطلاب الجامعة .

(٢) إذا كان لديك أربع مجموعات تجريبية مختلفة . ماعدد المتغيرات الرمزية المطلوبة لتحليل الانحدار ؟ وضح ذلك في جدول .

(٣) فيما يلي بيانات خاصة بتجربة أجريت على ثلاث مجموعات من الأفراد ج١ ، ج٢ ، ج٣ :

ج١	ج٢	ج٣
٢	٤	١١
٦	٨	٢٠
٧	٦	١٥

استخدم فسكرة المتغيرات الرمزية في إيجاد معادلة الانحدار المتعدد ، وأوجد مربع معامل الارتباط المتعدد .

(٤) أجرى أحد الباحثين دراسة على أربع مجموعات تجريبية ج١ ، ج٢ ، ج٣ ، ج٤ . وقام بترميز المتغير النوعي (المتغير المستقل) كالآتي :

المتغير الرمزي س١ حيث رمز فيه بالرقم ١ الأفراد في المجموعة ج١ ، والرقم صفر لجميع أفراد المجموعات الأخرى .

المتغير الرمزي s_2 حيث رمز فيه بالرقم ١ للأفراد في المجموعة ج_٢ ،
والرقم صفر لجميع أفراد المجموعات الأخرى .

المتغير الرمزي s_3 حيث رمز فيه بالرقم ١ للأفراد في المجموعة ج_٣ ، والرقم
صفر لجميع أفراد المجموعات الأخرى .

ثم قام بإجراء تحايل انحدار المتغير التابع (ص) على المتغيرات الرمزية
الثلاثة s_1 ، s_2 ، s_3 وحصل على معادلة الانحدار الآتية .

$$ص = ٦,٠٠ + ٤,٠٠ س_١ - ٢,١ س_٢ - ٣,٠٠ س_٣$$

باستخدام هذه المعادلة أوجد متوسطات المجموعات التجريبية الأربعة في
المتغير التابع .

(هـ) أراد باحث دراسة العلاقة بين الانتماء إلى نوع معين من التعليم
والاتجاه نحو التحديث .

فطبق مقياسا للاتجاه نحو التحديث على أربع عينات من طلاب التعليم العام ،
والتعليم المهني ، والتعليم الأزهرى ، والتعليم العسكرى ، وحصل على الدرجات
الافتراضية الآتية :

تعليم عام	تعليم مهني	تعليم ازهرى	تعليم عسكرى
٢	٣	٤	٣
٣	٣	٦	٣
٤	٤	٦	٤
٤	٥	٧	٦
٥	٥	٧	٦
٥	٦	٨	٧
٦	٦	٩	٨
٦	٧	١٠	٨
٧	٨	١١	١٠
٨	٨	١٢	١٠

باستخدام فكرة المتغيرات الرمزية أوجد :

(ا) قيمة مربع معامل الارتباط المتعدد بين درجات الاتجاه نحو التحديث
وانتماء الطالب إلى تعليم معين ، وفسر القيمة الناتجة .

(ب) معادلة الانحدار المتعدد :

ثم قارن بين أوزان الانحدار والفروق بين متوسطات المجموعات .

الفصل التاسع عشر

تحليل المسارات

- مفهوم العملية أو السببية
- تخطيط المسارات
- معاملات المسارات
- بناء نماذج المسارات
- طرق حساب معاملات المسارات
- نماذج المسارات التي تشمل على متغيرين
- نماذج المسارات المتعددة المتغيرات
- خطوات حساب معاملات المسارات

مقدمة :

يتضح من عرضنا في الفصول السابقة أهمية تحليل الانحدار البسيط والانحدار المتعدد في تحليل بيانات البحوث النفسية والتربوية . كما يتضح أن مناقشتنا انصبت على استخدام تحليل الانحدار في أغراض التنبؤ . وفي الحقيقة توجد مجموعة من الأساليب والطرق التي تعتمد على مفاهيم الانحدار والتي يمكن أن يستخدمها الباحث في أغراض التفسير يطلق عليها طرق تحليل المسارات « Path Analysis »

فالتنبؤ والتفسير هما جانبان من جوانب البحث النفسى والتربوى . فإذا كان هدف الباحث التنبؤ بمتغير تابع بمعلومية متغير مستقل أو أكثر ، فإنه يمكنه استخدام تحليل الانحدار في التوصل إلى معادلة انحدار تفيد في هذا التنبؤ . ويتم اختيار المتغيرات المستقلة التي تسهم بدرجة أفضل في التنبؤ بالمتغير التابع . وهنا ربما لايهتم الباحث اهتماما خاصا بالدراسة المتعمقة في أسباب حدوث الظاهرة المتنبأ بها ، فكل ما يهمه هو التنبؤ بدرجة كبيرة من الدقة بالظاهرة موضع البحث . ولكن في كثير من البحوث النفسية والتربوية لا يقتصر اهتمام الباحث على التنبؤ ، وإنما يود أيضاً تفسير الظاهرة ، أى تفسير تباين المتغير التابع بمعلومية متغير مستقل أو أكثر .

فتفسير الظواهر المختلفة هو الهدف الرئيسى للعلم ، ونقصد بالتفسير محاولة التوصل إلى أسباب حدوث الظاهرة موضع البحث .

فعندما يقوم الباحث مثلاً بدراسة أثر التنشئة الاجتماعية على تكوين بعض سمات شخصية الطفل ، أو أثر الاتجاهات على الإدراك ، أو أثر التعزيز على السلوك اللاحق ، فإنه يكون بصدد دراسة الأسباب المحتملة للسلوك في كل حالة . ولذلك يحاول الباحث تصميم مواقف تجريبية يستطيع فيها أن يضبط العوامل المعارضة

التي يمكن أن تؤثر في المتغير التابع حتى يتسنى له أن يعزى التباين الملاحظ في هذا المتغير إلى المتغير المستقل .

ولكن أحيانا يصعب على الباحث - وبخاصة في البحوث غير التجريبية - أن يتحكم في متغيرات بحثه ، لهذا يلجأ عادة إلى طرق الضبط الإحصائي التي عرضنا لها في الفصل السابع عشر . وتعتمد هذه الطرق كما سبق أن رأينا على معاملات الارتباط . وبالطبع لا نستطيع تفسير هذه المعاملات على أنها دليل على علاقات سببية أو علاقات أثر ونتيجة سواء حصلنا على قيمها من بيانات بحوث تجريبية أو غير تجريبية . فالبحث في العلاقات السببية أو العلية Causal Relations ليس بالأمر اليسير ، إذ يتطلب ذلك افتراض بعض النماذج التفسيرية Explanatory Models التي توضح تأثير المتغيرات التي تشتمل عليها الظاهرة موضع البحث بعضها على البعض الآخر ، واختبار صحة هذه النماذج باستخدام البيانات التي يحصل عليها الباحث . ويعتمد بناء هذه النماذج على الإطار النظري أو المنطقي الذي يقبناه الباحث . فإذا لم تتسق البيانات مع النموذج التفسيري المقترح يبرز الشك في الإطار النظري أو المنطقي الذي بنى النموذج على أساسه .

أما إذا اتسقت البيانات مع النموذج فإن هذا لا يعد دليلا كافيا على أن الإطار النظري صحيح، ولكنه يدل على أن البيانات تؤكد هذا الإطار وتتسق معه، فمن الممكن أن تتسق البيانات مع نماذج تفسيرية مختلفة . فمثلا إذا افترضنا أن المتغير س يؤثر في المتغير ص الذي يؤثر بدوره في المتغير ع هو نموذج تفسيري لظاهرة معينة، أو إذا افترضنا أن المتغير ص يؤثر في المتغير س الذي يؤثر بدوره في المتغير ع هو نموذج تفسيري آخر لنفس الظاهرة، فإن البيانات ربما تتسق مع كل من النموذجين . ولكن ربما يرفض الباحث النموذج التفسيري الثاني إذا تبين له أن المتغير س يسبق المتغير ص من الناحية الزمنية . وفي الحقيقة يحتاج الباحث إلى أسلوب في تحليل البيانات يمكن أن يستخدم بصورة أكثر انتظاما واتساقا واختبار صحة النماذج المختلفة التي يفترضها لتفسير نظام العلاقات بين المتغيرات

موضع البحث ، وهذا الأسلوب هو تحليل المسارات . وقد توصل عالم الوراثة سيوال رايت Sewall Wright إلى هذا الأسلوب عام ١٩٢١ ، وعرض له في سلسلة من المقالات التي نشرت في الأعوام ١٩٢١ ، ١٩٣٤ ، ١٩٥٤ ، ١٩٦٠ كوسيلة تساعد على التعبير بصورة رياضية عن الوراثة . وقد أخذ هذا الأسلوب في تحليل البيانات في الانتشار في كثير من العلوم الأخرى وبخاصة في العلوم الاجتماعية حيث يرجع الفضل في ذلك إلى دانكان Duncan عام ١٩٦٦ . ولكن نظرا لعدم تعرض كثير من المراجع الإحصائية التقليدية لهذا الأسلوب سواء بالإشارة أو التفصيل ، فإن كثيرا من الباحثين في العلوم السلوكية لا يستخدمونه رغم أهميته في اختبار صحة النظريات ، واستنتاج التفسيرات المنطقية للظاهرة موضع البحث .

ولا ادعى أننا سوف نحيط في هذا الفصل بجميع جوانب هذا الأسلوب . فتحليل المسارات يحتاج إلى مؤلف خاص إذا أردنا عرض جميع الطرق التي يشتمل عليها . ولكننا سوف نعرض المبادئ الأساسية التي تمكن الباحث من فهم طبيعة هذا الأسلوب المستحدث في تحليل البيانات . وإذا أراد الاستزادة عليه أن يرجع إلى قائمة المراجع المذكورة في آخر هذا الكتاب .

تحليل المسارات ومفهوم العلية أو السببية :

يخطئ من يتصور أن تحليل المسارات هو طريقة للكشف عن العلية أو السببية . وفي هذا يقول رايت Wright : «إننا لانهدف من تحليل المسارات إلى استنباط علاقات علية أو سببية بين مجموعة من المتغيرات باستخدام قيم معاملات الارتباط ، وإنما نهدف إلى تطبيق هذا الأسلوب من أساليب تحليل البيانات على نموذج سببي Causal Model نفترضه على أساس نظري معين » . إذ أن هناك ثلاثة شروط يجب أن تتحقق إذا أردنا استنباط علاقة سببية بين متغيرين س ، ص .

الشرط الأول هو أنه يجب أن يكون هناك تمايز أو بباين متلازم بين المتغيرين .

والشرط الثاني يتطلب وجود ترتيب زمني بينهما . وهذين الشرطين يسهل التحقق منهما . إذ يمكن عادة قياس التغيرات وملاحظة التسلسل الزمني بين متغيرين .

والشرط الثالث يؤكد أنه لكي توجد علاقة سببية بين المتغيرين يجب ألا ينعدم التباين المتلازم بينهما إذا استبعدت الآثار الناتجة عن المتغيرات الدخيلة

Confounding Variables.

أي أن هذا الشرط يتطلب استبعاد جميع العوامل السببية الأخرى المحتملة . ونظرا لإمكانية وجود عدد لا نهائي من هذه العوامل ، وعدم وجود اختبار أو معامل إحصائي يساعدنا على اتخاذ القرار الصحيح في هذه الحالة ، فإنه يصعب التحقق من هذا الشرط ، لذلك يجب أن نفترض نموذجا معيناً يمثل الظاهرة موضع البحث بحيث يكون أقرب ما يمكن في تمثيله لواقع هذه الظاهرة ، ونقوم بفحص العلاقات القائمة بين مجموعة محدودة من المتغيرات التي يمكن أن يشتمل عليها هذا النموذج . ويتوقف اختيار هذه المتغيرات على الإطار النظري والفكرى للمشكلة موضع البحث . كما يجب أن يشمل النموذج المتغيرات الدخيلة التي يمكن أن تؤثر في الظاهرة . وإذا تبين أن هناك متغير دخيل لم نأخذه في الاعتبار ، فإننا يجب أن نقيس هذا المتغير ونعيد تعديل النموذج بحيث يشتمل على هذا المتغير الجديد .

تخطيط المسارات :

يمكن تمثيل نماذج العلاقات السببية بين مجموعة من المتغيرات بأشكال تخطيطية . وتوجد قواعد يمكن أن يتبعها الباحث عند رسم وقراءة هذه الأشكال كما هو الحال عند رسم وقراءة خرائط الطرق تلخصها فيما يلي :

(١) تحديد مجموعة المتغيرات التي تشتمل عليها الظاهرة موضع البحث .

(٢) التمييز بين ما يسمى بالمتغيرات الخارجية Exogenous Variables والمتغيرات الداخلية Endogenous Variables . ونقصد بالمتغيرات الخارجية تلك المتغيرات التي لا نحاول تفسير تباينها أو العلاقات الداخلية السببية القائمة بينها في النموذج المقترح . أما المتغيرات الداخلية فهي تلك المتغيرات التي يمكن تفسير تباين كل منها بمعلومية المتغيرات الخارجية والمتغيرات الداخلية الأخرى في النموذج .

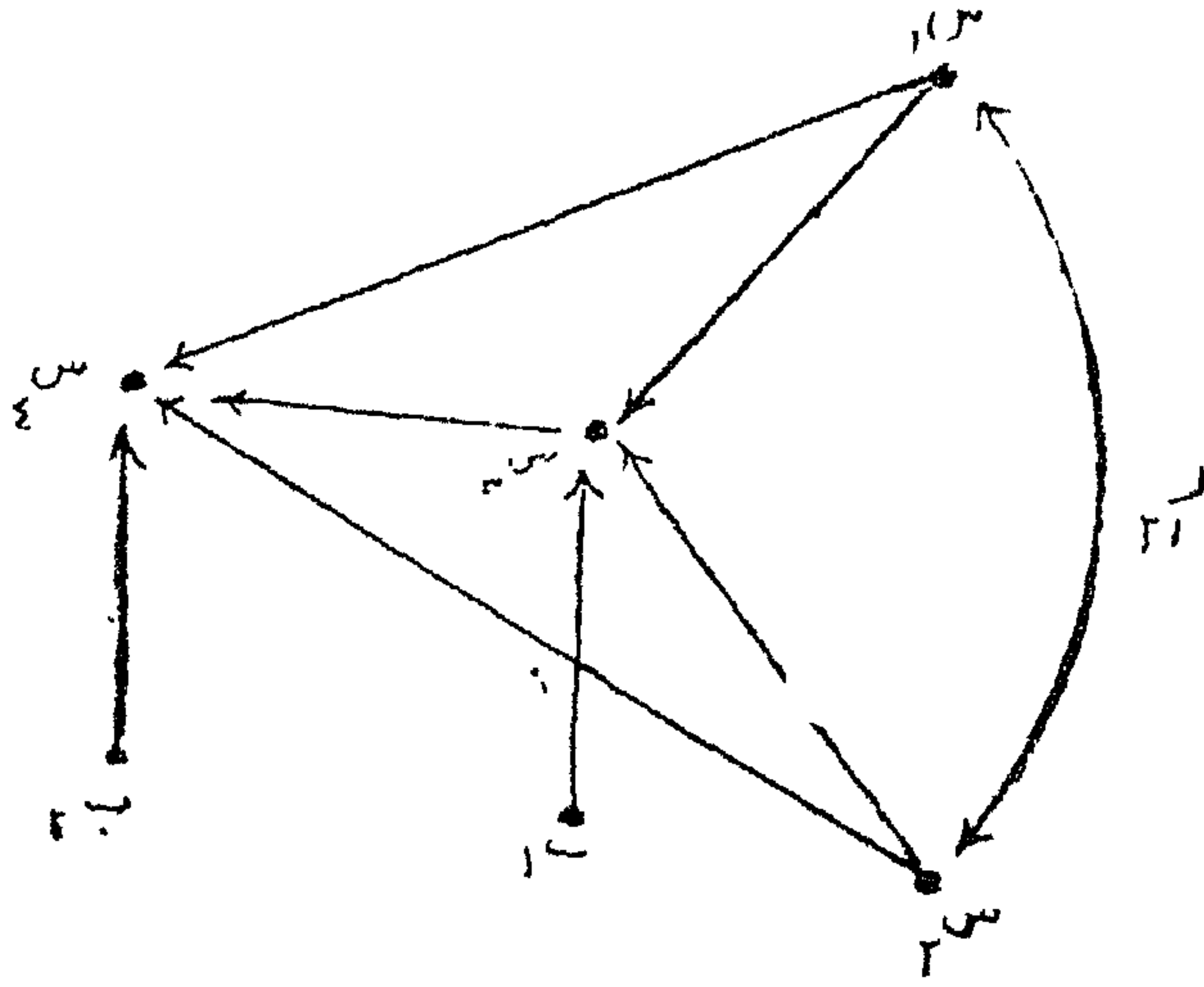
(٣) تحديد ترتيب زمني واضح بين المتغيرات الداخلية .

(٤) رسم الشكل التخطيطي للمتغيرات بحسب ترتيبها الزمني من اليمين إلى اليسار . ونربط بين كل متغيرين خارجيين منها بخط منحنى (قوس) ينتهي كل من طرفيه بسهم للدلالة على أننا لا نستطيع اعتبار أن أحدهما سبب للآخر . كما نربط بين المتغيرات الداخلية بخطوط مستقيمة (أشعة أو مسارات) ينتهي أحد طرفي كل منها بسهم يتجه من المتغير المستقل (الذي يفترض أنه سبب Cause) إلى المتغير التابع (الذي يفترض أنه أثر أو نتيجة Effect) للمتغير المستقل .

والنماذج السببية التي يمثلها هذا النوع من التخطيطات تسمى نماذج ذات اتجاه واحد Recursive Models .

لأنه لا يمكننا اعتبار أحد المتغيرات سببا ونتيجة في نفس الوقت لمتغير آخر . وتوجد أنواع أخرى من النماذج السببية تسمى النماذج التبادلية Non Recursive Models أو نماذج التغذية الراجعة Feedback Models ، لأن هذه النماذج تعتمد على افتراض وجود علاقات سببية تبادلية بين بعض المتغيرات . وهذا النوع من النماذج يعتبر أكثر تعقيدا وأقل استخداما في البحوث النفسية والتربوية من النماذج ذات الاتجاه الواحد . ولذلك سنقتصر في هذا الفصل على مناقشة بعض النماذج ذات الاتجاه الواحد .

والمثال الآتي يوضح فكرة المتغيرات الخارجية والمتغيرات الداخلية في نموذج سببي بسيط يتكون من أربعة متغيرات .



شكل رقم (٧١)

شكل تخطيطي لنموذج سببي يشتمل على أربعة متغيرات

فإذا نظرنا إلى الشكل التخطيطي رقم (٧٠) الذي يمثل العلاقات السببية بين هذه المتغيرات التي رمزنا لها بالرموز S_1 ، S_2 ، S_3 ، S_4 بعد ترتيبها في تسلسل سببي من اليمين إلى اليسار ، نجد أن المتغيرين S_1 ، S_2 هما المتغيران الخارجيان Exogenous Variables . ويمثل الارتباط بينهما S_1 بخط منحني (قوس) يمتد من كل من طرفيه بسهم للدلالة على أننا لنستخدم هذا الارتباط في التحليل ، وكذلك للدلالة على تماثل العلاقة بين S_1 ، S_2 .

أما المتغيران S_3 ، S_4 فهما المتغيران الداخليان Endogenous Variables والخطوط المستقيمة (الأشعة أو المسارات Paths) تمثل التأثيرات السببية Causal Effects لكل متغير على المتغير الآخر . والمتغير المؤثر يسمى المتغير المستقل ، والمتغير الذي يقع عليه التأثير يسمى المتغير التابع .

وبذلك يتضح من الشكل أن المتغير S_3 هو متغير تابع بالنسبة للمتغيرين S_1 ، S_2 ، والتأثير عليهما من المتغير S_3 هو تأثير مباشر

(٤٦ - التحليل)

Direct Effect . ولكن المتغير من x_1 (وهو متغير داخلي) يصبح متغيراً مستقلاً بالنسبة للمتغير الداخلي من x_2 ، لأن المتغير من x_1 أصبح يؤثر على المتغير من x_2 .

أى أن المتغير الداخلى يمكن أن يكون متغيراً تابعاً بالنسبة لمجموعة معينة من المتغيرات التى يشتمل عليها الزوج السببى (التفسيرى) ثم يصبح متغيراً مستقلاً بالنسبة لمجموعة أخرى من المتغيرات فى نفس النردج .

وبالطبع من المستحيل أن يمثل الباحث جميع المتغيرات التي تشتمل عليها الظاهرة موضع البحث في النموذج الذي يفترضه لكي يحدد التباين الكلي لأحد المتغيرات . لذلك فإنه من الضروري أن نقدم نوعاً ثالثاً من المتغيرات التي تسمى متغيرات البواقي Residual Variables ، وهي تشمل جميع العوامل التي تؤثر في الظاهرة ولكن لم يتضمنها النموذج المقترح ، وهذه متغيرات غير مقاسة . ففي الشكل التخطيطي السابق رمزنا للمتغير البواقي بالرمزين B_1 ، B_2 ، ومثلنا كلا منهما بخط مستقيم ينتهي أحده طرفه بسهم يتجه منه متغير البواقي إلى متغير تابع .

ويفترض أن هذين المتغيرين لا يرتبطان ببعضهما البعض أو بغيرهما من المتغيرات التي يشتمل عليها النموذج فالمتغير ب لا يرتبط بالمتغير ب_١ أو بالمتغيرات س_١، س_٢، س_٣، والمتغير ب_٢ لا يرتبط بأي من المتغيرات س_١، س_٢، س_٣.

ونظراً لأن التأثير السببي في هذا النموذج له اتجاه واحد فإنه يعتبر من النماذج السببية ذات الاتجاه الواحد Recursive Models .

• معاملات المسارات Path Coefficients

ربما يتبادر إلى ذهن الباحث الآن بعض الأسئلة التي تستحق الإجابة وهي :

١ - هل يمكن تحديد قيمة الشكل مسار بعد تمثيله في الشكل التخطيطي ؟

وما تفسیر هذه الآیه ؟

٢ — ما هي العلاقة بين قيمة معامل المسار ومعامل الارتباط والوزن المقدور للانحدار ؟

٣ — ما هي الفروض التي يبنى عليها تحليل المسارات ؟

٤ — ما علاقة تحليل المسارات بتحليل الانحدار ؟

وفي الحقيقة أن هذه الأسئلة مترابطة ، لذلك فإننا لن نجيب عليها الواحد تلو الآخر، وإنما سيتم توضيح الباحث الإجابة عليها من خلال عرضنا للطرق المستخدمة في تحليل المسارات. وسنبداً بمفهوم معاملات المسارات Parth Coefficients . ومعامل المسار يدل على الأثر المباشر لمتغير (سبب Cause) على متغير آخر (نتيجة Effect) .

أي أن معامل المسار يعبر عن الأثر المتوقع في متغير الذي ينتج عن تغير الانحراف المعياري لمتغير آخر بقدر الوحدة (بعد تثبيت جميع المتغيرات الأخرى). وهذا التغير يعبر عنه بواسطة الانحراف المعياري للمتغير المنبئ (التابع) . ومعامل المسار يجب أن يقيس الأثر المباشر لمتغير على متغير آخر بجزء الانحراف المعياري للمتغير الثاني الذي يرجع إلى المتغير الأول إذا كان تبين المتغير الأول هو نفس التباين الملاحظ في العينة موضع البحث بعد تثبيت العوامل الأخرى . ومن هذا يتبين أن مربع معامل المسار يقيس الجزء من تباين المتغير التابع الذي يرجع إلى المتغير الذي يؤثر فيه تأثيراً مباشراً شأنه شأن معامل التحديد في تحليل الانحدار .

ويرمز عادة معامل المسار بالحرف الإنجليزى P ويوضع تحته حرفان صغيران أو عدداً يدل أولهما على المتغير التابع (النتيجة Effect) ويدل ثانيهما على المصدر المستقل (السبب Cause) ، ولأننا سنرمز له في هذا الفصل بالحرف (م)

ونخته الحرفان الصغيران أو العددان ، فشلا م ص س ترمز إلى الأثر المباشر للمتغير (س) على المتغير (ص) .

، م ترمز إلى الأثر المباشر للمتغير (١) على المتغير (٣) .
ويمكن التعبير عن معاملات المسارات بصورة غير معيارية أى ناتجة عن استخدام الدرجات الخام مباشرة Raw Data شأنها شأن أوزان الانحدار العادية التى رمزنا لها فى الفصول السابقة بالحرف (ب) ، وعندئذ تسمى معاملات المسارات غير المعيارية Unstandaradized Coefficients أو معاملات مسارات الانحدار Path Regression Coefficients . كما يمكن التعبير عنها بصورة معيارية، أى ناتجة عن استخدام الدرجات المعيارية (د) التى عرضنا لها بالتفصيل فى الفصل الخامس بدلا من الدرجات الخام شأنها شأن أوزان الانحدار المعيارية التى يرمز لها عادة بالرمز (β) ونقرأ (بيتا)، وعندئذ تسمى معاملات المسارات المعيارية Standaradized Coefficients .

والرمز (م) الذى سوف نستخدمه فى هذا الفصل يرمز إلى معامل المسار فى صورته المعيارية .

وبما هو جدير بالذكر أنه يمكننا تحويل أوزان الانحدار العادية (ب) للمتغير ص على المتغير س إلى أوزان انحدار معيارية (β) باستخدام الصورة الآتية :

$$\beta_{ص س} = b_{ص س} \times \frac{ع_{ص}}{ع_{س}} \quad (١)$$

حيث ع ص ترمز إلى الانحراف المعياري للمتغير ص .

، ع س ترمز إلى الانحراف المعياري للمتغير س .

وبالمثل يمكن تحويل معاملات المسارات العادية التي تدل على أثر المتغير (ص) على المتغير (ص) إلى معاملات مسارات معيارية باستخدام الصورة الآتية :

$$\text{معامل المسار المعياري} = \text{معامل المسار العادي} \times \frac{\text{الانحراف المعياري للمتغير التابع (ص)}}{\text{الانحراف المعياري للمتغير المستقل (ص)}} \\ (٢) \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

فأوزان الانحدار تعتبر حالة خاصة من معاملات المسارات ، وتحليل الانحدار الخطي يعتبر حالة خاصة من تحليل المسارات ، فكلاهما من عائلة النماذج الخطية العامة General Linear Models .

وتحليل المسارات يقدم للباحث قدراً من المعلومات الخاصة بالعلاقات القائمة بين نظام متغيرات يحشده أكبر مما يقدمه تحليل الانحدار الخطي . وهذا يساعده على تفسير العمليات السببية ، وتجزئة هذه العمليات إلى آثار مباشرة وآثار غير مباشرة لكل متغير على الآخر .

وربما يتساءل الباحث الآن : هل يستخدم معاملات المسارات العادية أم المعيارية في تحليل بيانات بحثه ؟

وفي الحقيقة لا توجد إجابة محددة على هذا التساؤل ، فشكلة الاختيار بين نوعي المعاملات ما زالت مثار جدل بين المهتمين بأسلوب تحليل المسارات . ولكننا نستطيع أن نوجه الباحث إلى أن الهدف من البحث هو الذي يمل عليه نوع المعامل المطلوب . وقد اتفق معظم الباحثين على أنه إذا كان الهدف من البحث هو إجراء موازنات بين مجموعات جزئية من البيانات مثل البنين في مقابل البنات ، أو الريف في مقابل الحضر ، فإنه يفضل استخدام معاملات المسارات العادية في هذه الحالة (بافتراض أن ميزان قياس المتغيرات محدد ، أي أنه يجب أن يتسق ميزان قياس كل متغير في المسارات المختلفة للنموذج) نظراً لأن هذه المعاملات

يسهل تفسيرها ، كما أنها لا تتأثر باختلاف تباين نفس المتغير نتيجة التحليل مجموعة جزئية من البيانات .

أما إذا كان الهدف من البحث معرفة الأهمية النسبية لمتغيرات معينة في مجتمع ما أو في مجتمعات فرعية ، فإنه يفضل استخدام معاملات المسارات المعيارية لأنه يمكن في هذه الحالة أخذ اختلاف موازين قياس المتغيرات في الاعتبار . ويقترح رايت Wright — مؤسس تحليل المسارات — أنه يجب النظر إلى نوعي المعاملات على أنهما مظهران لنظرية واحدة ، وليس على أنهما بديلان يجب أن نختار بينهما .

ولذلك يوصى رايت Wright بأن يسجل الباحث نوعي المعاملات في بحثه ، وإذا أراد أن يسجل أحدهما فقط فإنه يجب عليه أن يذكر الانحرافات المعيارية للمتغيرات حتى يتمكن القارئ من استنتاج المعامل الآخر باستخدام الصيغة السابقة رقم (٢) .

بناء نماذج المسارات :

إن نقطة البدء في تحليل المسارات هي بناء نموذج سببي Causal Model . للظاهرة التي يود الباحث تفسيرها ، وتمثيل هذا النموذج بشكل تخطيطي يوضح العلاقات بين المتغيرات التي يشتمل عليها ، وهذا بالطبع يتطلب من الباحث مراجعة البحوث والنظريات والدراسات السابقة التي تناولت الظاهرة ووضع البحث لكي يتمكن من تحديد المتغيرات الهامة ، وتأثير كل منها على الآخر ، وترتيبها من الوجهة السببية بما يتفق ونتائج هذه البحوث والنظريات . أو ربما يتبنى الباحث نظرية معينة ويقوم ببناء نموذجه بحيث يتسق مع هذه النظرية . ولذلك يجب أن تكون عمليات قياس المتغيرات التي يشتمل عليها النموذج وجمع البيانات متسقا أيضاً مع النظرية . ويعتمد صدق نتائج تحليل المسارات إلى حد كبير على مدى ثقة الباحث في النموذج الذي يمثل الظاهرة موضع البحث . فالترتيب السببي الخاطئ للمتغيرات التي يشتمل عليها النموذج مثلاً تؤدي إلى معاملات ارتباط وهمية أو زائفة ، وتعالج في التحليل على أنها معاملات حقيقية ،

ما يؤدي إلى قيم خاطئة لمعاملات المسارات . وقد أطلق جوردون Gordon على هذا النوع من الخطأ اسم « عزل الأثر الوهمي False Partialing » .

كما أن إغفال الباحث أو حذفه لبعض المتغيرات الهامة المرتبطة بالظاهرة موضع البحث يؤدي إلى نوع من التحيز عند حساب معاملات المسارات .

فإذا أغفل الباحث متغيراً خارجياً Exogenous Variable مثلاً ، فإن هذا يؤثر بلا شك على تقدير معاملات المسارات الخاصة بالمتغيرات الخارجية الأخرى والمتغيرات الداخلية Endogenous Variables .

وقد سبق أن ذكرنا أن المتغير الداخلي يمكن أن يصبح متغيراً خارجياً بالنسبة للمتغيرات الأخرى ، وهذا يدل على أن إغفال أو حذف أحد المتغيرات الداخلية التي تسبق المتغيرات الأخرى في التسبب السببي ربما يؤثر تأثيراً متحيّزاً في قيم معاملات المسارات الخاصة بالمتغيرات التي تلي هذا المتغير . وتعتمد درجة هذا التحيز على مقدار التداخل أو الارتباط بين هذا المتغير والمتغيرات الأخرى التي يشتمل عليها النموذج . فكلما زاد هذا المقدار تزيد درجة التحيز ويقل بالتالي التحيز في قيمة معامل التحديد .

أما إذا كان المتغير الداخلي الذي أغفله الباحث لا يرتبط بالمتغيرات الأخرى التي يشتمل عليها النموذج ، فإنه لا يكون له تأثير على معاملات المسارات ولكنه سوف يقلل من نسبة التباين الذي يمكن تفسيره .

لذلك يجب على الباحث للعناية باختيار المتغيرات وعدم إغفال أى متغير هام حتى لا يقلل من صدق نتائج تحليل النماذج التفسيرية التي يفترضها .

وتوجد بعض الفروض التي يجب أن يراعيها الباحث قبل البدء في تطبيق طرق حساب معاملات المسارات التي سنعرض لها بعد قليل . وهذه الفروض هي :

١ — أن تكون العلاقة بين المتغيرات خطية Linear ، ولذلك يجب أن يتحقق الباحث من شكل العلاقة بين كل متغيرين يشتمل عليهما النموذج وتوجد طرق مختلفة لاختبار فرض خطية العلاقة عرضنا أحدها في الفصل السابع ، والطريقة الأولى هي أن يقوم الباحث برسم شكل انتشاري لأزواج قيم كل من المتغيرين ، ويفحص هذا الشكل بفرض أخذ فكرة سريعة عن نزعة اقتران هذه القيم . ويسهل على الباحث إجراء ذلك إذا كان عدد أفراد العينة قليلا . والطريقة الثانية هي أن يستخدم أحد برامج الحاسب الآلي لإيجاد قيمة كل من معامل ارتباط بيرسون (r) ونسبة الارتباط (η) بين كل متغيرين ، ثم يقارن بين القيمتين ، فإذا وجد اختلافًا ملحوظًا بين كل قيمتين بغض النظر عن الدلالة الإحصائية لهذا الاختلاف ، فإنه لا يجب أن يبدأ في حساب قيم معاملات المسارات قبل أن يجري نوعا من التحويلات الرياضية التي عرضنا بعضها في الفصل الخامس عشر على قيم أي من هذين المتغيرين أو كليهما لكي تصبح العلاقة بينهما خطية .

٢ — أن تكون العلاقة بين المتغيرات جمعية Additive ، أي لا يوجد تفاعل Interaction بين المتغيرات . فعندما تختلف العلاقة بين متغيرين تبعًا لمستوى متغير ثالث فإننا نقول أن هناك تفاعلا بين المتغيرات الثلاثة . وفي الحقيقة يمكن أن يتأكد الباحث من هذا الفرض باستخدام بعض البرامج الجاهزة للحاسب الآلي أحدها هو البرنامج الذي صممه سونكوويست Sonquist ومورجان Morgan . عام ١٩٦٤ ويسمى برنامج الكشف الآلي عن التفاعلات Automatic Interaction Detection (AID) ، وهو جزء من حزمة برامج SPSS وعلى الباحث أن يرجع إلى الدليل الخاص بهذه الحزمة قبل أن يستخدم هذا البرنامج .

٣ — أن يكون ميزان قياس المتغيرات من المستوى القترى . وفي الحقيقة يعتبر هذا الفرض أقل الفروض أهمية ، إذ يمكن أحيانا استخدام متغيرات من المستوى الاسمي أو الرتب في تحليل المسارات كما هو الحال في تحليل الانحدار .

٤ — ألا ترتبط متغيرات البوابق بعضها ببعض أو بعيرها من المتغيرات في النموذج الذي يفترضه الباحث .

فأى نموذج سببي لابد أن يشتمل على بعض الخطأ أو البواق Residuals . وتحليل المسارات الذى يعتمد على تحليل الانحدار المتعدد يفترض ، فيه أن معاملات الارتباط بين البواق وجميع المتغيرات الخارجية Exogenous Variables فى معادلة معينة تساوى الصفر . وقد وضعنا كلفة ويفترض ، بين قوسين لتدل على أنه ما لم يتحقق هذا الفرض فإن طرق تقدير المربعات الصغرى -Least Square Estimation لا تؤدي إلى حل لمعادلات الانحدار . وبعبارة أخرى عندما يحل الباحث معادلات الانحدار المعتادة ، فإنه يكون بذلك قد جعل جميع معاملات الارتباط بين البواق تساوى صفراً . وعدم تحقق هذا الفرض يؤدي إلى تحيز فى أوزان الانحدار .

ولكن فى كثير من الأحيان لا تكون هذه الارتباطات مساوية للصفر . فعدم تحقق أى من الفروض السابقة يؤدي إلى وجود ارتباطات غير صفرية بين البواق أو بين البواق والمتغيرات الخارجية .

فإذا كان هناك تفاعل بين المتغيرات ، فإن البواق سوف ترتبط بمتغيرين خارجيين على الأقل .

وإذا أغفل الباحث بعض المتغيرات الخارجية الهامة ، فإن الجزء المشترك بين المتغيرات المتضمنة فى النموذج وهذه المتغيرات الخارجية سوف يرتبط بالبواق مما يؤدي إلى بعض الأخطاء فى تقدير قيم معاملات المسارات .

وكذلك إذا لم يتحرر الباحث الدقة فى ترتيب المتغيرات من الوجهة السببية مما يجعل تحديد المتغيرات الخارجية والداخلية غير صحيح ، فإن هذا سوف يؤدي إلى الخطأ فى تقدير معاملات المسارات وكذلك فى بواق المتغيرات التى لم توضع فى ترتيبها الصحيح .

وباختصار فإن هذا الفرض يتضمن اعتبار أن المتغيرات الداخلية هى تركيب خطى من المتغيرات الخارجية أو المتغيرات الداخلية الأخرى فى النموذج ومتغير

البواقي ، واعتبار المتغيرات الخارجية بمثابة « معطيات » . وعندما يكون هناك ارتباط بين المتغيرات الخارجية فإنه يمكن اعتبار هذه الارتباطات بمثابة « معطيات » أيضاً ولا تستخدم في التحليل .

• — أن يكون هناك اتجاه سببي واحد في النموذج ، وتستبعد العلاقات السببية التبادلية بين المتغيرات .

طرق حساب معاملات المسارات :

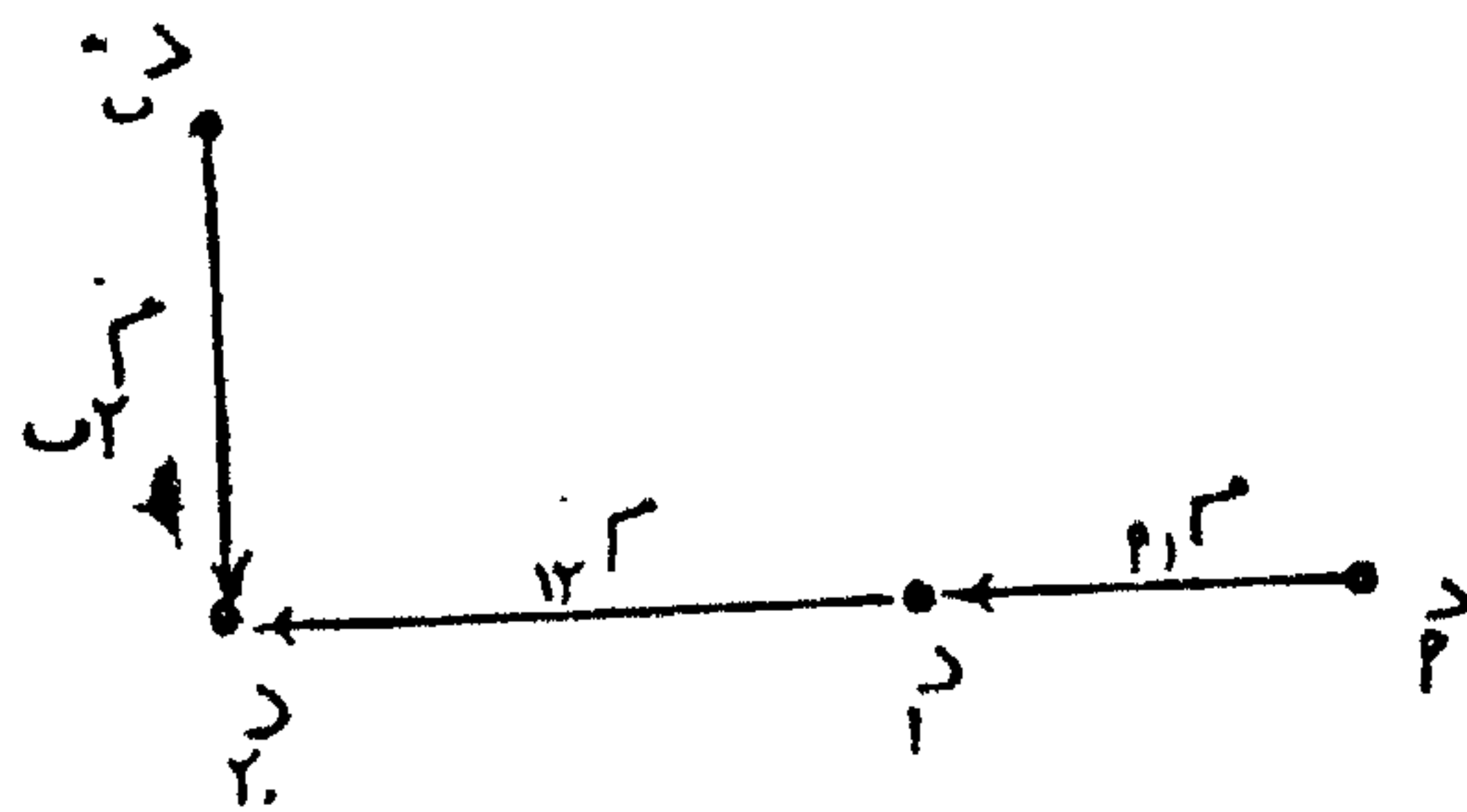
تختلف نماذج المسارات باختلاف عدد المتغيرات التي تشتمل عليها هذه النماذج . فهناك نماذج تشتمل على متغيرين وأخرى متعددة المتغيرات .

ولكي يتضح للباحث كيفية حساب قيم معاملات المسارات نعرض أولاً نموذج المسارات الذي يشتمل على متغيرين **Bivariate Path Model** .

وبالرغم من أنه يندر استخدام هذا النموذج بمفرده في البحث الفعلي إلا أنه يفيد في فهم النماذج متعددة المتغيرات ، فهو يعتبر أحد مكونات هذه النماذج . كما أن معاملات المسارات الخاصة بهذا النموذج البسيط يسهل تفسيرها ، وهذا يساعد الباحث على فهم وتفسير المعاملات في النماذج الأكثر تعقيداً .

(أولاً) نموذج المسارات الذي يشتمل على متغيرين :

يعتبر نموذج المسارات الذي يشتمل على متغيرين أبسط نماذج العلاقات السببية التي تنطبق عليها طرق تحليل المسارات . ويشتمل هذا النموذج على متغير خارجي د ، ومتغير داخلي د_١ ، ومتغير البواقي د_٢ . ويمكن تمثيل هذا النموذج بالشكل التالي :
التخمين رقم (٧١) .



شکل رقم (۷۱)

شكل تخطيطي لنموذج مسارات يشتمل على متغيرين

ويتضح من هذا الشكل أن المتغير الخارجى D_1 هو المتغير المستقل ، والمتغير الداخلى D_2 هو المتغير التابع ، D_3 يمثل البواقى أى المتغيرات التى لم يتضمنها النموذج . ويلاحظ أن المتغيرات D_1 ، D_2 ، D_3 هى درجات معيارية (متوسطها = صفر ، انحرافها المعياري = 1) .

كما يلاحظ أن هناك سهمين (مسارين) يتجه أحدهما من المتغير الخارجى د₁ إلى المتغير الداخلى د₂ ، ويتجه الآخر من متغير البوائى د₃ إلى المتغير الداخلى د₂.

ولكل مسار مقدار واتجاه ، وهذا المقدار يدل على أهمية ذلك المسار . وقد سبق أن ذكرنا أن هذا المقدار يسمى معامل المسار . ولذلك فقد وضعنا الرمز μ ، μ فوق كل من المسارين في الشكل ليدلا على معامل المسارين المعيارين .

ويمكن تمثيل كل متغير داخلي (مستقل) يشتمل عليه نموذج سببي بمعادلة تحتوي على المتغيرات التي يفترض أنها تابعة ، وكذلك تحتوي على حد يمثل البواقي أو المتغيرات التي لم تؤخذ في الاعتبار في النموذج . ويقترن بكل متغير داخلي (مستقل) في المعادلة معامل مسار يدل على مقدار التغير المتوقع في المتغير

التابع نتيجة لتغير قدر الوحدة في المتغير المستقل . وتسمى هذه المعادلات
بـ « المعادلات التكوينية Structural Equations » .

وقد سبق أن ذكرنا أن المتغيرات الخارجية يفترض أنها تعتمد على متغيرات
خارجة عن النموذج ، أى غير متضمنة فيه ، ولذلك فهي تمثل بمحد اليواقى فقط
د

ويمكن التعبير عن نموذج المسارات الذى يشتمل على متغيرين المبين بالشكل
ورقم (٧١) بالمعادلتين الآتيتين :

$$١د = ١١م \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (٣)$$

$$٢د = ١٢م + ١د + ٢م + ٢ب \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (٤)$$

ولكن نظر الآن د_١ تعتبر متغيرا خارجيا فإن $١د = ١$. أى أن التباين الكلى في
المتغير د_١ ناتج عن متغيرات غير مقاسة ، أو متغيرات خارجة عن النموذج .
وينطبق هذا — كما ذكرنا — على جميع المتغيرات الخارجية .

وبذلك تكون المعادلات التى تستخدم فى تقدير معاملى المسارين ١٢م ،
٢م فى نموذج المسارات الذى يشتمل على متغيرين هي :

$$\text{نموذج المسار : } ٢د = ١٢م + ١د + ٢م + ٢ب$$

$$١٢م = ١٢د = ١٢\beta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (٥)$$

$$٢د = ١ = ١٢م + ٢م + ٢ب \quad . \quad . \quad . \quad (٦)$$

$$٢م = \sqrt{١٢م - ١} = \sqrt{١٢د - ١} \quad . \quad . \quad (٧)$$

ويلاحظ أنه إذا اشتمل النموذج على متغيرين فقط يكون معامل المسار مساوياً معامل ارتباط بيرسون .

ولتوضيح المعادلات السابقة نلاحظ أننا افترضنا أن D_p لا تعتمد على D_p .
فقد سبق أن ذكرنا أن متغير البواقي يفترض أنه مستقل عن المتغيرات المنبئة في نموذج المسارات ، (وهذا يعتبر أيضاً من فروض قواعد تقدير المربعات الصغرى) .

وكذلك $\beta_p = \beta_p = \beta_p$. ولكن نظراً لأن متغير البواقي يمثل جميع المتغيرات الخارجة عن النموذج التي تسبب تباين المتغير D_p ، وهذه للمتغيرات غير مقاسة ، فإننا لا نستطيع تقدير β_p تقديراً مباشراً من البيانات الملاحظة . لذلك يجب تقديرها بطريقة غير مباشرة باستخدام الفرض المرتبط بتحليل المسارات الذي سبق أن ذكرناه وهو أن التباين الكلي للمتغير الداخلي يتحدد تحديداً تاماً بالتركيب الخطي للمتغيرات الخارجية والبواقي .

وبعبارة أخرى فإنه نظراً لأن مربع كل من β_p ، β_p يدل على الجزء من تباين المتغير D_p الذي يعتمد اعتماداً مباشراً على كل من المتغيرين D_p ، D_p على الترتيب ، ونظراً لأنه يفترض أن كلا منهما مستقل عن الآخر ، فإن مجموع الجزأين يجب أن يساوي الواحد الصحيح ، وهذا هو ما تدل عليه المعادلة رقم (٦) .

وربما يلاحظ الباحث أن β_p هو ما يعرف بمعامل الاغتراب Coefficient of Nondetermination الذي عرضنا له في الفصل السابع وفي^١ غيره من الفصول السابقة .

ويعد هذا في الحقيقة أول ما يهتم به تحليل المسارات في تفسير الأنظمة

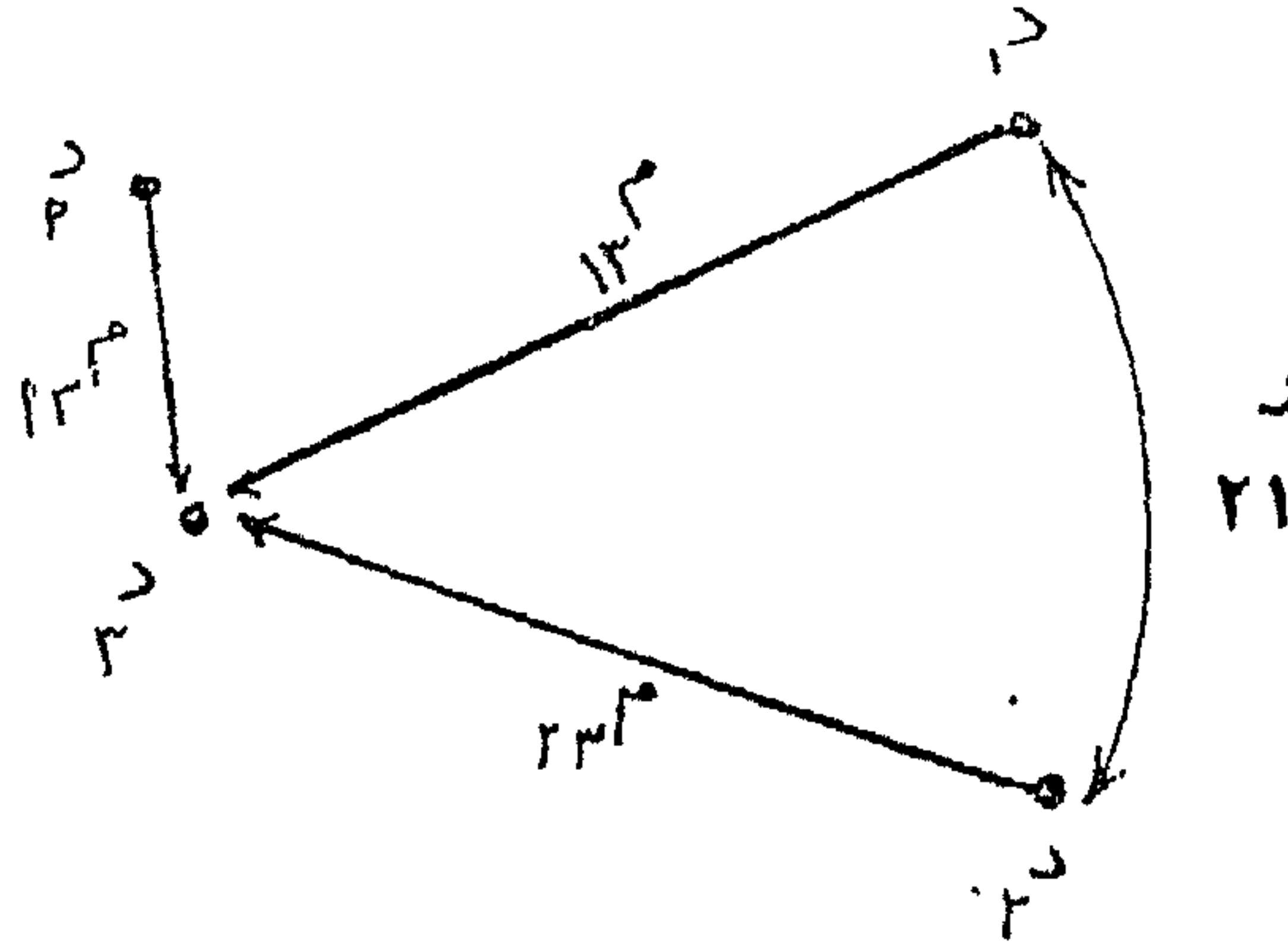
السببية Causal Systems . إذ يمدنا هذا الأسلوب من أساليب تحليل البيانات بتفسير منطقي مناسب لمعامل الاغتراب على أنه معامل المسار لمتغير البواقى في المعادلة التكوينية Structural Equation . ونظراً لأن متوسط هذا المتغير يساوى الصفر وانحرافه المعياري يساوى الواحد الصحيح ، فإنه يكون من المفيد أن ننظر إلى هذا المتغير على أنه متغير رمزي Dummy Variable متوسطه = صفر ، وانحرافه المعياري = ١ ، وهو يمثل جميع المتغيرات غير المقاسة التي تسبب تباين المتغير الداخلى . وبذلك يمثل معامل المسار الخاص بمتغير البواقى الجزء من الانحراف المعياري (ومربعه يمثل الجزء من التباين) للمتغير الداخلى المتسبب عن جميع المتغيرات غير المقاسة الخارجة عن مجموعة المتغيرات التي يتضمنها نموذج المسارات .

(ثانياً) نماذج المسارات متعددة المتغيرات :

Multivariate Path Model

يراجع الباحث نماذج المسارات متعددة المتغيرات في كثير من المواقف البحثية الفعلية . ونقصد بالنماذج متعددة المتغيرات تلك التي تشتمل على ثلاثة متغيرات أو أكثر . وبالطبع لن نستطيع أن نعرض في هذا الفصل المختصر جميع أنواع هذه النماذج ، إلا أننا نود أن نطمئن الباحث أن طرق تحليل المسارات ذات الاتجاه الواحد Recursive لا تختلف كثيراً باختلاف عدد المتغيرات التي يشتمل عليها النموذج إلا في عدد المعادلات التكوينية اللازمة لتقدير معاملات المسارات . كذلك فإننا سوف نعرض الأساس الرياضى المنطقى لطريقة تحليل المسارات لنموذج يشتمل على ثلاثة متغيرات ، ونشتق منه الصور العامة التي يمكن أن تستخدم في تحليل النماذج التي تشتمل على أى عدد من المتغيرات . ثم نقدم للباحث مثالا لنموذج المسارات الذي يشتمل على أربعة متغيرات .

نفترض أن الباحث أراد إجراء تحليل المسارات للنموذج المبين بالشكل التخطيطي رقم (٧٣) الذي يشتمل على ثلاثة متغيرات D_1 ، D_2 ، D_3 في صورة درجات معيارية ، حيث D_3 هو المتغير الداخلي الذي افترض الباحث أنه يعتمد على D_1 ، D_2 ، D_3 ومتغير البواقي D_4 .



شكل رقم (٧٣)
تخطيط المسارات لنموذج سببي
يشتمل على ثلاثة متغيرات

فمن هذا الشكل يتضح أن كلا من المتغيرين D_1 ، D_2 يؤثران على المتغير D_3 ، وأن D_3 ترمز إلى الارتباط بين المتغيرين الخارجيين D_1 ، D_2 ، وهذا الارتباط يمكن حسابه مباشرة من البيانات التي يحصل عليها .

والمعادلات التي تستخدم في تقدير معاملات المسارات في صورتها المعيارية هي :

$$\text{نموذج المسارات : } D_3 = 131 D_1 + 232 D_2 + 132$$

$$(٨) \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$(٩) \quad \cdot \quad \cdot \quad 131 + 232 = 132$$

$$(1.) \quad r^j r^i + r^i r^j = r^j$$

$$(ii) \quad |r_1|^2 + r_{12}^2 + r_{13}^2 = 1 = r_{22}$$

$$(12) \quad p^2 - 1 = (p^2 - 1) + (p^2 - 1) - 1 = p^2$$

حيث r هو معامل الارتباط المتعدد.

(۱۲) $\dots \sqrt[r]{r-1} = 1$ أي أن $r = 1$

وفيما يلي نوضح للباحث كيفية اشتقاق المعادلتين رقمي ١٠، ٩ :

نظراً لأن تعريف معامل ارتباط بيرسون بين متغيرين الذي عرضنا له في
الفصل السابع هو متوسط مجموع حواصل ضرب الدرجات المعيارية المتقابلة
للتغيرين ، فإن :

$$(14) \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \frac{(12 \times 3) \times}{n} = 13$$

ونظراً لأنه يفترض أن المتغير التابع y يعتمد اعتماداً كلياً على المتغيرات x_1, x_2, \dots, x_k ، فبالتعويض من المعادلة رقم (٨) في المعادلة رقم (١٤) نجد أن :

$$\frac{(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2)}{n} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} + \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} + \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} =$$

(10) . . .

وحيث أن مجموع مربعات الدرجات المعيارية = n ، ومعامل الارتباط بين

البواقي د_١ والمتغير د_١ يفترض أنه يساوى صفراً ، فإن المعادلة رقم (١٥) تصبح كالآتي :

$$١٣٣ = ١٣٣ + ٢١٢$$

وهذه هي المعادلة السابقة رقم (٩) .

وبالمثل يمكن اشتقاق المعادلة رقم (١٠) .

وإذا فحصنا هاتين المعادلتين نجد أنه في نموذج المسارات الذي يشتمل على ثلاثة متغيرات يكون الارتباط بين متغير خارجي معين والمتغير التابع مساوياً بمجموع المكونتين الآتيتين :

١ - الأثر المباشر ويحدده معامل المسار بين هذا المتغير الخارجي والمتغير التابع .

٢ - الأثر غير المباشر من خلال الارتباط بينه وبين المتغير الخارجي الآخر ، ويقاس بحاصل ضرب معامل الارتباط بين المتغيرين الخارجيين في معامل مسار المتغير الخارجي الآخر .

وهذا هو الإسهام الثاني لتحليل المسارات في تفسير الأنظمة السببية ، إذ يمكننا بتفسير الارتباط بين متغير خارجي ومتغير داخلي على أنه مجموع الآثار المباشرة والآثار غير المباشرة .

وبالطبع لا نستطيع أن نصل إلى هذا التفسير من أي من الصورتين المستعملتين في حساب معامل ارتباط بيرسون أو أوزان الانحدار المعيارية .

وفي الحقيقة تعتبر المعادلة رقم (٩) بمثابة تعريف عام للآثار المباشرة .

فإذا كان الأثر الكلي لمتغير خارجي د_١ على متغير داخلي د_٢ عبارة عن معامل

الارتباط بين المتغيرين ، وإذا كان α_{32} هو بمثابة تقدير للآثر المباشر ، فإنه يجب تقدير الآثر غير المباشر بإيجاد قيمة α_{31} . ويمكن التعبير عن ذلك بالصورة الرياضية الآتية :

$$\text{الآثر الكلى غير المباشر للمتغير د}_1 \text{ على المتغير د}_3 = \alpha_{32} - \alpha_{31} \alpha_{12} \quad (١٦)$$

وهذا يعتبر الإسهام الثالث لتحليل المسارات في تفسير الأنظمة السببية . فهو يمدنا بطريقة عامة للكشف عن الآثار غير المباشرة للمتغير مستقل على متغير تابع في نموذج المسارات متعدد المتغيرات . وتوضح هذه الطريقة بصورة أفضل في حالة النماذج الأكثر تعقيداً . وبذلك تفيد طريقة تحليل المسارات في تحليل الارتباط إلى مكوناته .

ويمكن أن نتضح العلاقة بين معاملات المسارات المعيارية β_{ij} ، وأوزان الانحدار المعيارية β_{ij} ، ومعاملات الارتباط α_{ij} إذا استخدمنا المعادلتين رقمي ٩ ، ١٠ في إيجاد α_{31} بدلالة α_{32} ، α_{12} ، α_{21} كالآتي :

من المعادلة رقم (٩) :

$$\alpha_{31} = \alpha_{32} - \alpha_{12} \alpha_{21} \quad (١٧)$$

ومن المعادلة رقم (١٠) :

$$\alpha_{21} = \alpha_{12} \alpha_{31} - \alpha_{32} \quad (١٨)$$

وبالتعويض عن قيمة α_{31} من (١٨) في (١٧) نجد أن :

$$\alpha_{31} = \alpha_{32} - \alpha_{12} (\alpha_{12} \alpha_{31} - \alpha_{32})$$

$$= \alpha_{32} - \alpha_{12}^2 \alpha_{31} + \alpha_{12} \alpha_{32}$$

$$\alpha_{31} (1 - \alpha_{12}^2) = \alpha_{32} (1 - \alpha_{12}^2)$$

$$(١٩) \quad \dots \dots \dots \frac{r_{13}^{13} - r_{13}^{13}}{r_{13}^{13} - 1} = r_{13}^m \quad \text{أى أن :}$$

وبالتعويض في (١٨) نجد أن :

$$(٢٠) \quad \dots \dots \dots \frac{r_{13}^{13} - r_{13}^{13}}{r_{13}^{13} - 1} = r_{13}^m$$

ويجب أن يلاحظ الباحث أن الصورة (١٩) التي تستخدم في إيجاد معامل المسار بين المتغيرين ١ ، ٣ هي نفس الصورة المستخدمة في إيجاد الوزن المعيارى للانحدار الذى يشتمل على المتغيرين ١ ، ٣ بعد عزل أثر المتغير ٢ أى $r_{13.2}$.

والصورة (٢٠) هي نفس الصورة المستخدمة في إيجاد الوزن المعيارى للانحدار الذى يشتمل على المتغيرين ٢ ، ٣ بعد عزل أثر المتغير ١ أى $r_{23.1}$.

وبذلك يمكننا كتابة المعادلتين رقمى ٩ ، ١٠ كالتالى :

$$(٢١) \quad \dots \dots \dots r_{13.2}^{13} + r_{13.2}^{13} = r_{13}^{13}$$

$$(٢٢) \quad \dots \dots \dots r_{23.1}^{23} + r_{23.1}^{23} = r_{23}^{23}$$

أى أنه إذا عبرنا عن المتغيرات التي يشتمل عليها نموذج سببى في صورة معيارية (أى درجات معيارية د) وتحققت في هذا النموذج الفروض التي عرضنا لها فيما سبق بدرجة معقولة ، فإن معاملات المسارات تصبح مساوية لأوزان الانحدار المعيارية أى (β) التي نحصل عليها في تحليل الانحدار المعتاد . ولكن يوجد اختلاف هام بين طريقتى التحليل . ففي تحليل الانحدار المعتاد يتم إيجاد انحدار المتغير التابع على جميع المتغيرات المستقلة مرة واحدة أى في تحليل واحد . ولكن و تحليل المسارات يمكن إجراء أكثر من تحليل واحد ، أى يجرى التحليل على مراحل . ويتم في كل مرحلة إيجاد انحدار المتغير الذى يفترض أنه تابع على المتغيرات التى يعتمد عليها ، وحساب قيم B التي تعتبر هذه الحالة هي معاملات

للسارات التي تصل بين مجموعة المتغيرات المستقلة والمتغير التابع المعين .
ولكن النموذج المبين بالشكل التخطيطي رقم (٧٢) يتطلب إجراء تحليل الانحدار
للمتغير ٣ على المتغيرين ١ ، ٢ كما هو موضح بالمعادلتين رقمي (٩ ، ١٠) أو (٢١ ،
(٢٢) .

وربما يكون من المفيد أيضا أن نوضح للباحث كيفية اشتقاق المعادلات رقم
١١ ، ١٢ ، ١٣ لأهميتها في تقدير قيمة معامل المسار الخاص بالبواقى
. Residual Path Coefficient

فالمعادلة رقم (١١) يمكن اعتبارها حالة خاصة من المعادلتين ٩ ، ١٠ .
وهي الحالة التي يتحدد فيها المتغير التابع تحديدا تاما . فقد اشتملت المعادلة على
أثر المتغيرين الداخليين وأثر متغير البواقى ، ولذلك فإن مجموع هذه الآثار يساوى
الواحد الصحيح .

والصورة المستخدمة لإيجاد معامل الارتباط بين المتغير د_٣ ونفسه هي :

$$r_{33} = 1 = \frac{\sum (D_3 \times D_3)}{N} \quad (23)$$

وبالتعويض في الطرف الأيسر للمعادلة رقم (٢٣) من المعادلة رقم (٨)
نجد أن :

$$r_{33} = 1 = \frac{\sum (D_{31} + D_{32} + D_{33})}{N}$$

$$= \frac{\sum D_{31}}{N} + \frac{\sum D_{32}}{N} + \frac{\sum D_{33}}{N}$$

$$(24)$$

ولكن من بين فروض تحليل المسارات التي عرضناها فيما سبق أن يكون المتغير D_1 مستقلاً عن المتغيرين D_2 ، D_3 ، أى أن الارتباط بين D_1 وكل منهما يساوى صفراً، $R_{12} = R_{13} = 0$ كما ذكرنا في نموذج المسارات الذي يشتمل على متغيرين. لذلك فإن المعادلة (٢٤) تصبح كالآتي:

$$R_{22} = 1 = R_{23} + R_{21}R_{13} + R_{21}^2 \quad (25)$$

ويمكن كتابة هذه المعادلة باستخدام رمز التجميع (Σ) كالآتي:

$$R_{22} = 1 = R_{23} + \sum_{k=1}^2 R_{2k}R_{k3} + \dots \quad (26)$$

$$\text{أى أن: } R_{22} = 1 = R_{23} + \sum_{k=1}^2 R_{2k}R_{k3} + \dots \quad (27)$$

$$\text{ولكن } \sum_{k=1}^2 R_{2k}R_{k3} = R_{23} \text{ تساوى مربع معامل الارتباط المتعدد الذى}$$

سبق أن رمزنا له في الفصل السادس عشر بالرمز R_{23} .

لذلك يمكن كتابة المعادلة رقم (٢٧) كالآتي:

$$R_{22} - 1 = 0$$

وهذه هي المعادلة السابقة رقم (١٢).

وباستخراج الجذر التربيعي لكل من الطرفين نجد أن:

$$\sqrt{R_{22} - 1} = 0$$

وهي المعادلة السابقة رقم (١٣).

ويمكن باستخدام هذه المعادلة تقدير معامل المسار الخاص بالبواقى، ويلاحظ أن (ر) ترمز إلى معامل الارتباط المتعدد بين المتغير التابع المطلوب والمتغيرات السابقة عليه المسببة له كتغيرات مستقلة .

والمعادلات رقم ١٩ ، ٢٠ ، ٢٣ تستخدم في تقدير معاملات المسارات في صورتها المعيارية ، وبذلك تتحدد هذه المعاملات في المعادلة رقم (٨) التى تمثل نموذج المسارات الذى يشتمل على ثلاثة متغيرات .

وهنا ربما يتساءل الباحث كيف يفسر معاملات المسارات في النموذج المتعدد المتغيرات ؟ .

فقد سبق أن ذكرنا أن تفسير هذه المعاملات في النماذج التى تشتمل على متغيرين أمر يسير ، إذ أن معامل المسار في هذه الحالة يساوى معامل ارتباط بيرسون . ولكن الأمر يختلف في حالة النماذج متعددة المتغيرات .

واتوضيح ذلك نعود إلى المعادلة رقم (٢٥) وهى :

$$r_{33} = 1 = r_{32}r_{23} + r_{31}r_{13} + r_{32}^2 + r_{31}^2$$

وبالتعويض عن قيم r_{33} ، r_{23} من المعادلتين السابقتين رقمى ٩ ، ١٠ فى المعادلة رقم (٢٥) نجد أن :

$$r_{33} = 1 = r_{32}r_{23} + (r_{31}r_{13} + r_{32}^2 + r_{31}^2)$$

$$= r_{32}r_{23} + r_{31}r_{13} + r_{32}^2 + r_{31}^2$$

$$= (r_{32}r_{23} + r_{31}^2) + (r_{31}r_{13} + r_{32}^2)$$

$$= \frac{r_{32}r_{23}}{1} + \frac{r_{31}^2}{1} + r_{31}r_{13} + r_{32}^2$$

(٢٨) . . .

حيث $n = k + 1$ ، ومدى قيم k ، ن يشتمل على جميع المتغيرات المقاسة في النموذج .

ويجب أن يلاحظ الباحث أن الحد الثاني في الطرف الأيسر للمعادلة رقم (٢٦) يساوى مجموع الحدين الأول والثاني في الطرف الأيسر للمعادلة رقم (٢٨) . لذلك فإن مجموع هذين الحدين يساوى أيضاً مربع معامل الارتباط المتعدد .

وتوضح المعادلة رقم (٢٨) أن التباين الكلى للمتغير y يساوى مجموع مربعات المسارات مضافاً إلى هذا المجموع تأثير الارتباط بين المتغيرات الخارجية *Exogenous Variables* . ومن الجدير بالذكر أن معاملات المسارات في النماذج متعددة المتغيرات تتميز بخاصية فريدة إذا قورنت بالمعاملات في النماذج التي تشتمل على متغيرين : فمعاملات المسارات في النماذج الأخيرة تنحصر قيمها بين ± 1 مثل معامل ارتباط بيرسون ، ولكن هذه المعاملات ربما تزيد عن ± 1 في النماذج متعددة المتغيرات . وربما يدل هذا لأول وهلة على أن المتغير الخارجى الذى يكون مربع معامل مساره أكبر من الواحد الصحيح يسبب أكثر من نسبة ١٠٠٪ من تباين للمتغير المستقل ، ولكن هذا بالطبع ليس له معنى . ويظل السؤال عن كيفية تفسير مربع معامل المسار الذى تكون قيمته أكبر من الواحد الصحيح في مثل هذه النماذج قائماً .

ويقول رايت Wright أن الارتباط بين المتغير الخارجى والمتغير أو المتغيرات الخارجية الأخرى وهو ما يمثله الحد التجميعى الثانى من الطرف الأيسر للمعادلة رقم (٢٨) يجب أن يكون بمثابة تعويض لما قد يسببه هذا المتغير الخارجى من زيادة في تباين المتغير الداخلى عما يمكن ملاحظته في البيانات ، لذلك ربما يكون من المفيد للباحث في المواقف البحثية الفعلية أن يفحص مكونات هذا الحد التجميعى الثانى كل على حدة ليأخذ فكرة عن كيفية حدوث هذا التعويض .

أما معامل المسار الخاص بالوقاي — وهو الحد الثالث في الطرف الأيسر

للمعادلة رقم ٢٨ — فيمكن تفسيره بنفس الطريقة كما في حالة النموذج الذى يشتمل على متغيرين .

نموذج المسارات الذى يشتمل على (ن) من المتغيرات :

لا يختلف الأساس الرياضى الذى يعنى عليه أسلوب تحليل المسارات فى حالة النموذج الذى يشتمل على (ن) من المتغيرات عنه فى حالة النموذج الذى يشتمل على ثلاثة متغيرات ، إذ يمكننا تعميم الصور السابقة كالآنى :

إذا افترضنا أن المتغير الداخلى د_١ ، والمتغيرات الخارجية د_٢ ، د_٣ ، د_٤ ، ... ، د_ن ، ومتغير البواقى دا فإن الصورة العامة لنموذج المسارات تصبح :

$$د_١ = د_٢ + د_٣ + د_٤ + ... + د_ن + د_{ن+١} \quad (٢٩)$$

والصورة العامة للارتباط بين أى متغير خارجى ومتغير داخلى هى :

$$د_ك = د_١ + د_٢ + ... + د_ن + د_{ن+١} \quad (٣٠)$$

ن
ل = ٢
ل ≠ ك

$$د_ك = د_١ + د_٢ + ... + د_ن + د_{ن+١}$$

ن
ل = ٢
ل ≠ ك

حيث ل ترمز إلى المجموعة الكاملة من المتغيرات فى النموذج التى تؤدى مساراتها مباشرة إلى المتغير الداخلى المطلوب .

والصورة العامة للأثر غير المباشر لآى متغير خارجى در على المتغير الداخلى
د_١ هى :

$$\text{الأثر غير المباشر} = \text{د}_{١٢} - \text{د}_{١٣} \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (٣١)$$

والصورة العامة التى تستخدم فى تقدير قيمة معامل المسار الخاص بالبواقى هى:

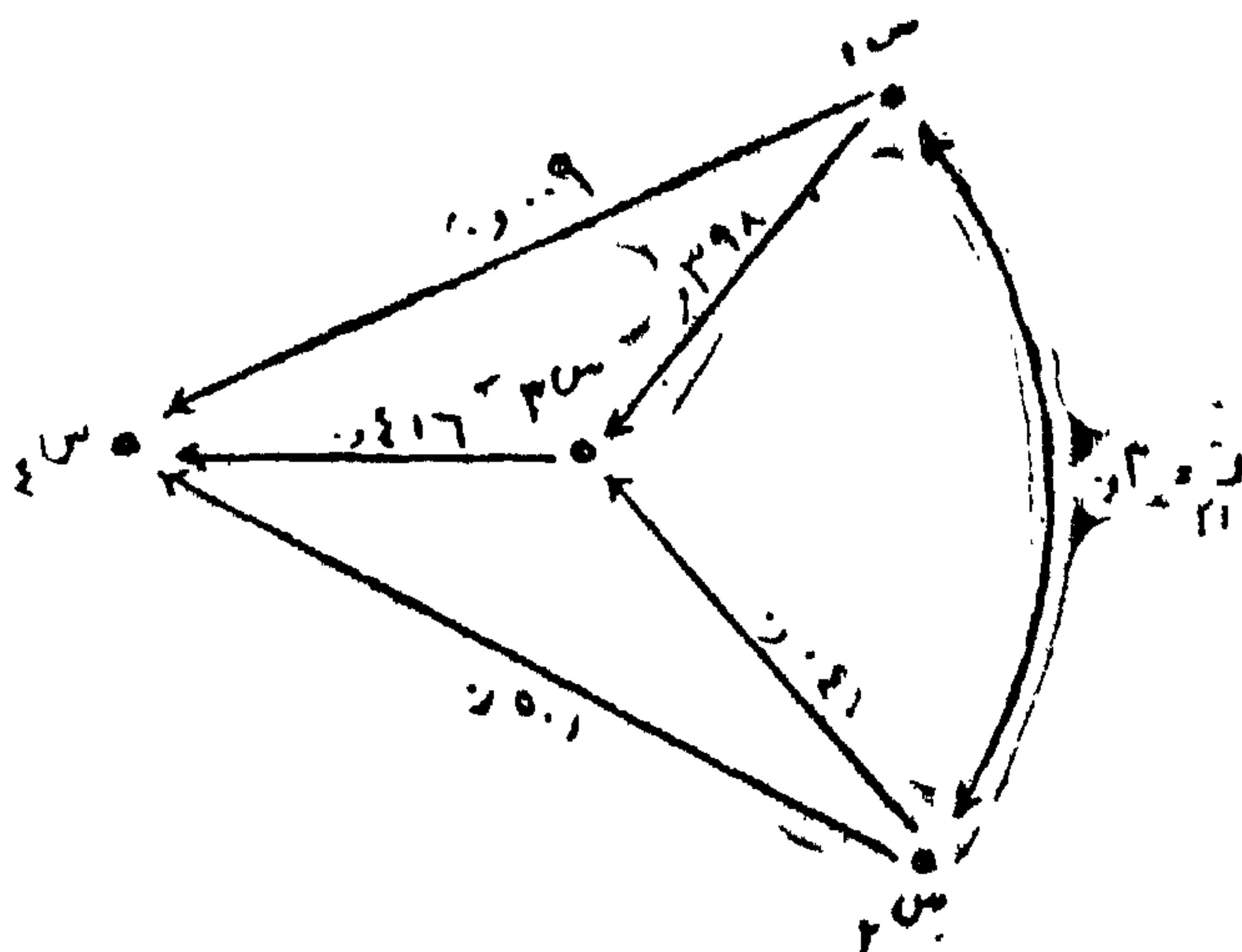
$$\text{د}_{١٢} = \sqrt{1 - \text{ر}_{٢م}^2} \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (٣٢)$$

حيث ر_م ترمز إلى معامل الارتباط المتعدد .

خطوات حساب معاملات المسارات :

فيما يلى مثال لنموذج يشتمل على أربعة متغيرات من بحث تربوى بوضع
للباحث الخطوات التى يمكنه اتباعها فى تحليل المسارات والمثال مأخوذ عن كيرلنجر
• Kerlinger

نفترض أن الباحث أراد تحليل العلاقات السببية بين المتغيرات الأربعة :
التحصيل الدراسى ، والمستوى الاجتماعى الاقتصادى ، والذكاء ، ودافعية الإنجاز
باستخدام أسلوب تحليل المسارات . فالخطوة الأولى هى أن يفترض الباحث
نموذجاً يمثل العلاقات السببية بين المتغيرات الأربعة على أن يراعى الشروط للى
سبق أن ذكرناها فى بناء نماذج المسارات . ولنفترض أنه اقترح النموذج التالى
المبين بالشكل التخطيطى رقم (٧٤) :



شكل رقم (٧٤)

ومن الشكل يتضح أننا رمزنا لمتغيري المستوى الاجتماعي والاقتصادي ، والذكاء بالرمزين S_1 ، S_2 على الترتيب ، واعتبرنا أن كل منهما متغير خارجي Exogenous Variable يؤثر في متغير دافعية الإنجاز S_3 ، وأن كلا من المتغيرات S_1 ، S_2 ، S_3 يؤثر في متغير التحصيل الدراسي S_4 . أي أننا اعتبرنا كلا من S_1 ، S_2 ، S_3 متغيراً داخلياً Endogenous Variable . والأعداد فوق كل مسار تدل على قيمة معامل المسار المعين الذي سيتم حسابه في الخطوات التالية .

والخطوة الثانية : بحسب معامل ارتباط بيرسون بين قيم كل متغيرين منها . ولنفترض أن مصفوفة الارتباطات الناتجة من عينة تتكون من ١٠٠ طالب كانت كالآتي :

س١	س٢	س٣	س٤
١,٠٠٠	٠,٢٠٠	٠,٤١٠	٠,٣٣٠
	١,٠٠	٠,١٦٠	٠,٥٧٠
		١,٠٠	٠,٥٠٠
			١,٠٠

جدول رقم ١٠٠ .
مصفوفة الارتباطات بين كل متغيرين

والخطوة الثالثة : بحسب معاملات المسارات الخاصة بالنموذج السببي الذي افترضه على أساس نظري معين والمبين بالشكل رقم (٧٢) . وهذا يتطلب إجراء تحليل الانحدار مرتين .

ففي التحليل الأول، يوجد انحدار المتغير س٣ (المتغير الداخلي الأول) على المتغيرين الخارجيين س١ ، س٢ بفرض الحصول على وزني الانحدار المعياريين $B_{١.٢٣}$ ، $B_{٢.٢٣}$. وهذان الوزنان هما معاملتا المسارين $١٣م$ ، $٢٣م$.

وفي التحليل الثاني يوجد انحدار المتغير س٤ (المتغير الداخلي الثاني) على المتغيرين الخارجيين س١ ، س٢ ، والمتغير الداخلي الأول س٣ ، لأن هذه المتغيرات الثلاثة تؤثر تأثيراً مباشراً في المتغير س٤ ، وبذلك يمكن الحصول على أوزان الانحدار المعيارية $B_{١.٢٤}$ ، $B_{٢.٢٤}$ ، $B_{٣.٢٤}$ وهي تساوي معاملات المسارات $١٤م$ ، $٢٤م$ ، $٣٤م$.

وفيما يلي طريقة الحصول على هذه الأوزان :

$$\frac{r_{١٣}r_{٢٣} - r_{٢٣}^2}{r_{١٢}^2 - 1} = r_{٣٤} = r_{١٣}B_{١.٢٤}$$

$$٠,٣٩٨ = \frac{(٠,٢٠٠)(٠,١٦٠) - ٠,٤١٠}{(٠,٢٠٠)^2 - 1} =$$

$$\frac{r_{12}r_{13} - r_{23}}{r_{12}^2 - 1} = r_{23}^* = 1.23B$$

$$\frac{(0.300)(0.410) - 0.160}{(0.300)^2 - 1} = 0.041 =$$

وكذلك يمكن حساب قيم أوزان الانحدار الأخرى .
وهذه القيم الأخرى هي :

$$0.001 = r_{41}^* = r_{14}B \quad , \quad 0.009 = r_{42}^* = r_{24}B$$

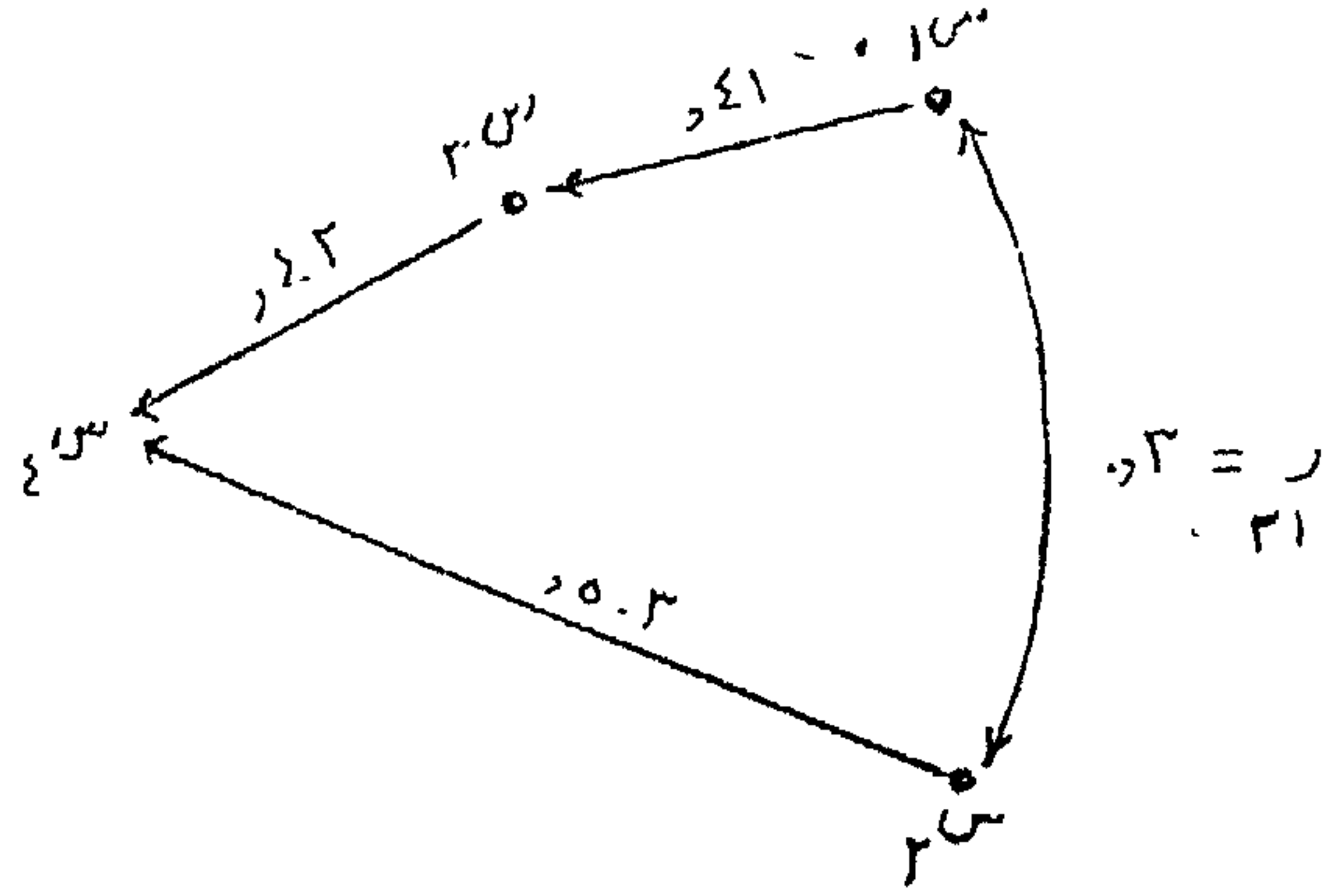
$$0.416 = r_{43}^* = r_{34}B$$

وبالنظر إلى هذه الأوزان أو المعاملات يتضح أن قيمة كل من r_{14}^* ، r_{24}^* تقل عن 0.0 ، مما يدل على أن كلا من r_{14} ، r_{24} ناتجة عن آثار غير مباشرة .

فالآثار المباشرة للمتغير س_١ في المتغير س_٢ يساوي 0.009 ، بينما الآثار الكلية غير المباشرة يساوي (0.33 - 0.009) أي 0.321 .

ومن هذا نستطيع أن نستنتج أن المستوى الاجتماعي الاقتصادي ليس له أثر مباشر في التحصيل الدراسي . ولكنه يؤثر فيه تأثيراً غير مباشر نتيجة لارتباط المستوى الاجتماعي الاقتصادي بالذكاء ودافعية الإنجاز ، والارتباط بين الذكاء ودافعية الإنجاز يرجع أساساً إلى الارتباط بين الذكاء والمستوى الاجتماعي الاقتصادي .

وفي الحقيقة يمكن حذف المسار الذي يربط بين المتغيرين س_١ ، س_٢ وكذلك المسار الذي يربط بين المتغيرين س_٢ ، س_٣ ، وتعديل النموذج السببي السابق بحيث يصبح كما هو ممثل بالشكل التخطيطي الآتي رقم (٧٤) :



شكل رقم (٧٤)

شكل تخطيطي لنموذج المسارات بعد تعديله

ولسكى نبحث عن مدى اتساق النموذج المبين بالشكل رقم (٧٤) يجب أن نحسب معاملات المسارات لهذا النموذج الجديد بنفس الطريقة السابقة ، ثم نستخدم هذه المعاملات في إيجاد قيم معاملات الارتباط بين كل متغيرين ومقارنتها بالقيم المناظرة في مصفوفة الارتباطات السابقة المبينة في الجدول رقم (١٠٠) .

وفيما يلي قيم معاملات المسارات :

$\beta_{13} = \beta_{14} = 0.41$ ، لأن هناك مساراً وحيداً يربط بين المتغيرين S_1 ، S_3 .
ويجوز إجراء تحليل انحدار المتغير S_3 على S_1 ، S_3 نجد أن :

$$\beta_{24} = 0.503 ، \quad \beta_{34} = 0.420$$

والمعادلتان اللتان تمثلان النموذج المبين بالشكل رقم (٧٤) هما :

$$D_3 = 1.0 \beta_{13} + Q_3$$

$$D_4 = 0.503 \beta_{24} + 0.420 \beta_{34} + Q_4$$

حيث Q_3 ، Q_4 هما متغيرا البواقي في صورة معيارية أيضاً .

ويمكن حساب قيم معاملات الارتباط التي من الرتبة الصفريّة بين جميع المتغيرات كما يأتي :

و_{١١} هو الارتباط بين المتغيرين الخارجيين س_١ و س_٢ ، لذلك يبقى دون تحليل .

$$r_{١٢} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{١٢}^i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_{١٢}^i^2}} = \frac{1}{\sqrt{1.23}} = 0.90$$

$$r_{١٢} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{١٢}^i}{\sqrt{1.23}} =$$

$$r_{١٢} =$$

$$(0.30)(0.41) =$$

$$0.123 =$$

ويلاحظ أن قيمة ر_{١٢} الميئة في الجدول الاصلى رقم (١٠٠) تساوى ٠,١٦٠

$$r_{١٢} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{١٢}^i}{\sqrt{1.23}} =$$

$$r_{١٢} = \frac{1}{\sqrt{1.23}} =$$

$$r_{١٢} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{١٢}^i}{\sqrt{1.23}} + \frac{\sum_{i=1}^n x_{١٢}^i}{\sqrt{1.23}} =$$

$$r_{١٢} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{١٢}^i}{\sqrt{1.23}} + \frac{\sum_{i=1}^n x_{١٢}^i}{\sqrt{1.23}} =$$

$$(0.410)(0.420) + (0.30)(0.502) =$$

$$0.323 =$$

وبلاحظ أن قيمة r_1 المبينة في الجدول تساوى ٠,٣٣٠

$$\frac{\sum_{i=1}^n r_i^2}{n} = r_1^2$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (r_i^2 r_{i1} + r_i^2 r_{i2}) =$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^n r_i^2 r_{i1}}{n} + \frac{\sum_{i=1}^n r_i^2 r_{i2}}{n}$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i^2 (r_{i1} + r_{i2})$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i^2 (0,410 + 0,420) + (0,003) =$$

$$= 0,555$$

وبلاحظ أن القيمة المبينة في الجدول تساوى ٠,٥٧

$$\frac{\sum_{i=1}^n r_i^2}{n} = r_1^2$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (r_i^2 r_{i1} + r_i^2 r_{i2}) =$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i^2 (r_{i1} + r_{i2})$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i^2 (0,420 + 0,300) + (0,003) =$$

$$= 0,482$$

والقيمة المبينة في الجدول تساوى ٠,٥٠

ونظراً لأن الفروق بين قيم معاملات الارتباط المحسوبة باستخدام معاملات المسارات والقيم الأصلية المبينة في الجدول رقم (١٠٠) ضئيلة ، فإننا يمكن أن نستنتج أن البيانات تتسق مع نموذج المسارات الجديد الموضح بالشكل رقم (٧٥).

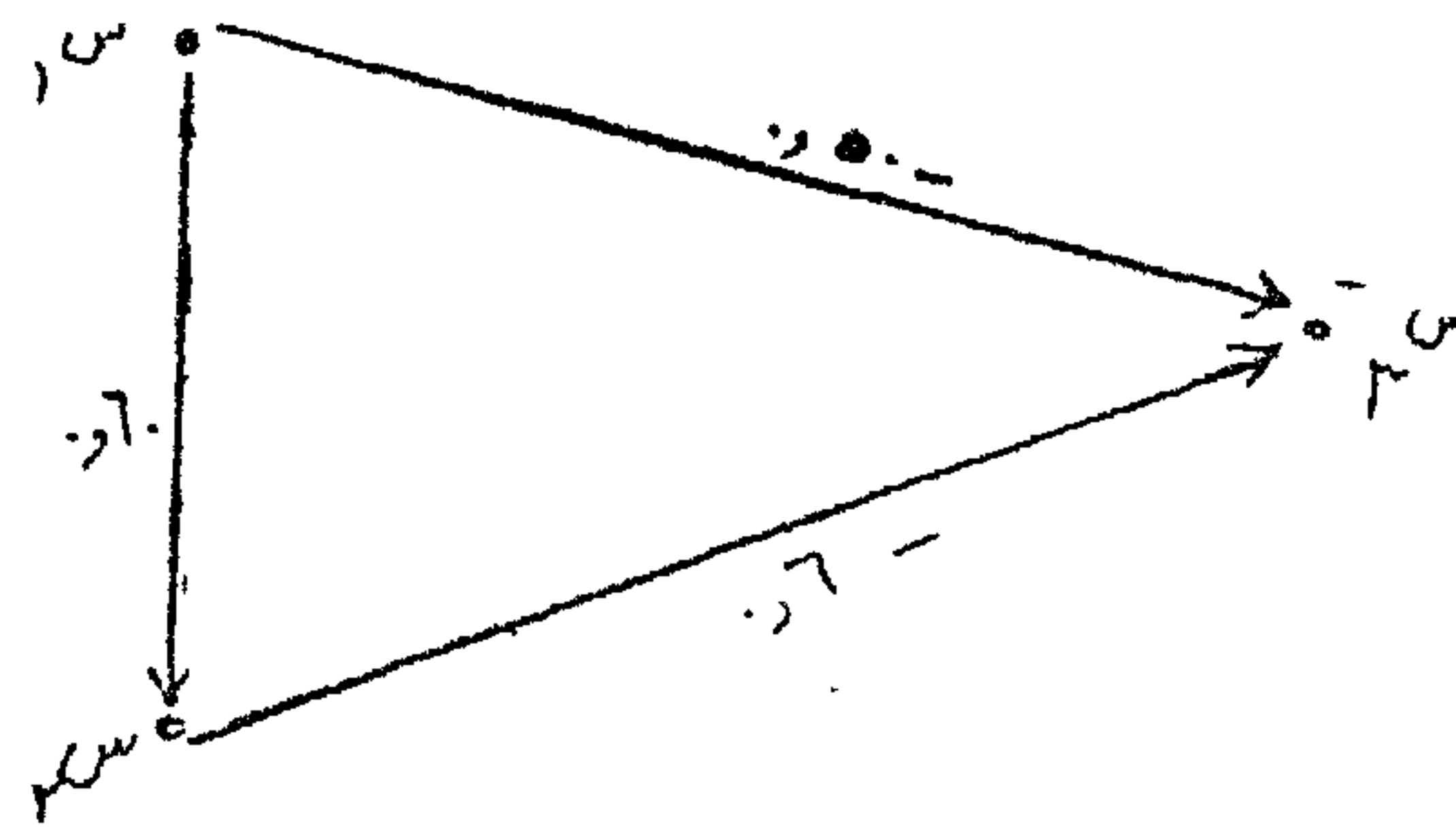
أى أنه يمكننا القول بأن المستوى الاجتماعى والاقتصادى في هذا المثال يلعب دوراً هاماً ، وبالرغم من أنه لا يؤثر تأثيراً مباشراً في التحصيل الدراسى ، إلا أنه يؤثر تأثيراً غير مباشر في التحصيل من خلال تأثيره في دافعية الإنجاز ومن خلال ارتباطه بالذكاء . وكل من الذكاء ودافعية الإنجاز له أثر مباشر وأثر غير مباشر في التحصيل . إلا أن الآثار المباشرة أكبر من الآثار غير المباشرة . فالأثر المباشر للذكاء في التحصيل أكبر قليلاً من الأثر المباشر لدافعية الإنجاز في التحصيل .

من هذا المثال يتضح أهمية تحليل المسارات في مطابقة البيانات لنموذج سببى معين ، واقتراح التعديل الذى يمكن إجراؤه على النموذج . وبالطبع يجب أن يكون ترتيب المتغيرات التى يشتمل عليها النموذج متفقاً مع الاعتبارات النظرية التى تعدد في ضوءها هذا النموذج .

وربما يلاحظ الباحث أن العمليات الحسابية اللازمة لإجراء تحليل المسارات تحتاج إلى وقت وجهد كبيرين ، وبخاصة إذا كان عدد المتغيرات التى يشتمل عليها نموذج المسارات كبيراً . لذلك نوصى الباحث بأن يستخدم أحد البرامج الجاهزة للحاسب الآلى (برنامج تحليل المسارات Path Analysis) فى إجراء هذا التحليل . وأن يستعين بالمبادئ الأساسية التى عرضناها فى هذا الفصل فى تفسير نتائج التحليل .

تمارين على الفصل التاسع عشر

- ١ - ما هي العلاقة بين معاملات المسارات ومعاملات الارتباط الجزئي ؟
- ٢ - أذكر وجهين من أوجه الاختلاف بين تحليل المسارات وتحليل الانحدار المتعدد ؟
- ٣ - وجد أحد الباحثين أن التساوية (س_٣) ترتبط ارتباطاً سالباً بكل من الذكاء (س_١) ، ومستوى تعليم الفرد مقاساً بعدد السنوات التي قضاها في التعليم (س_٢) . وأراد أن يجري تحليل المسارات على هذه العلاقات . لذلك افترض النموذج السببي المبين بالشكل التخطي على الآت حيث وضعت قيم معاملات الارتباط فوق خطوط المسارات .



- (أ) ما هو الأثر المباشر للذكاء على التساوية ؟
- (ب) ما هو الأثر غير المباشر للذكاء على التساوية ؟

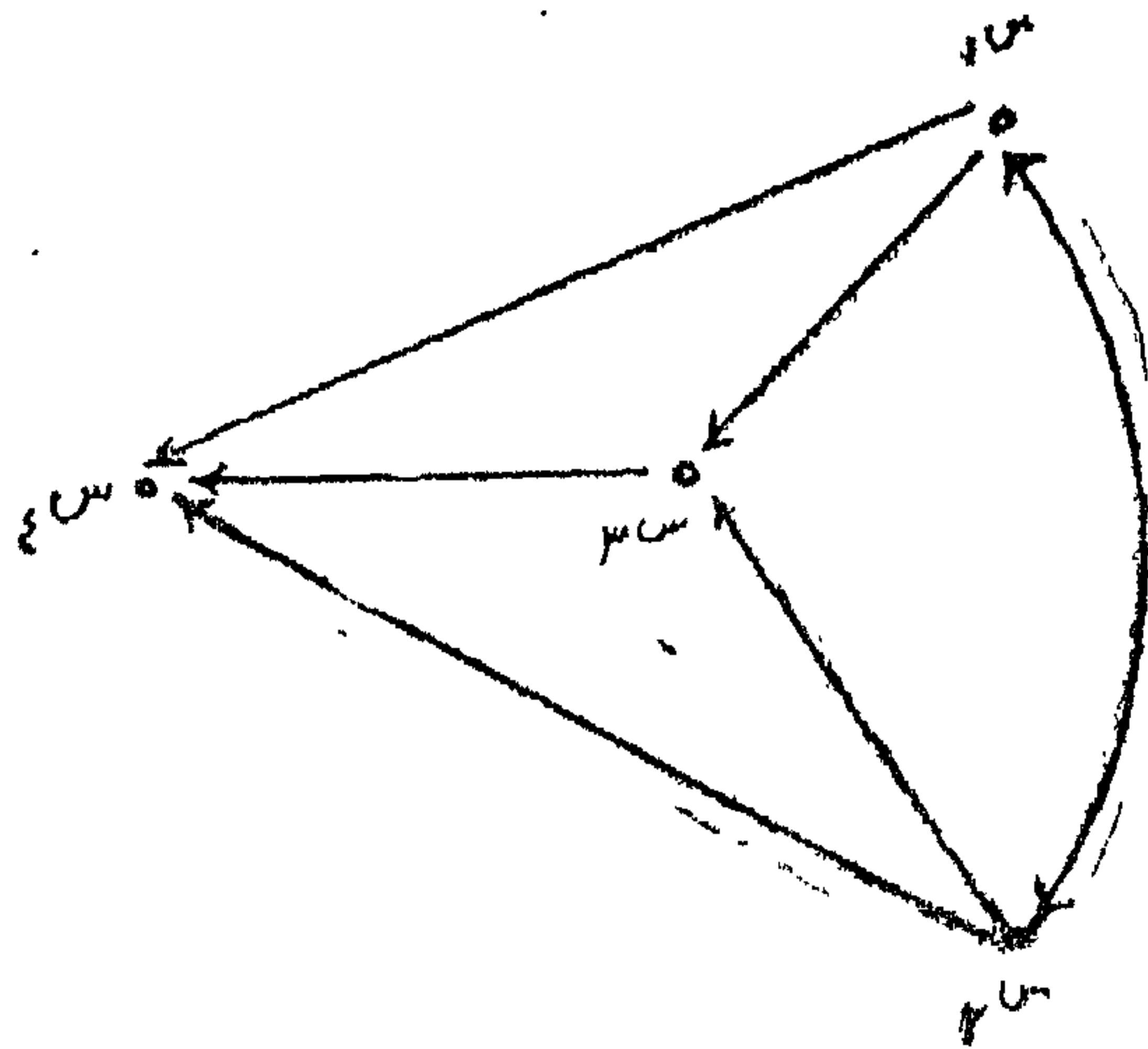
(ج) ما هو الأثر المباشر لمستوى تعليم الفرد على التسليمية ؟

فسر النتائج التي حصلت عليها في ضوء مبادئ تحليل المسارات .

٤ — أراد باحث دراسة العلاقة السببية بين التحصيل الدراسي (المتغير التابع X_1) ، ومستوى الطموح (X_2) ، والذكاء (X_3) ، والجنس (X_4) ، وهي المتغيرات المستقلة . وحصل على مصفوفة معاملات الارتباط الآتية من عينة تتسكون من ٢٠٠ طالب وطالبة في المرحلة الثانوية :

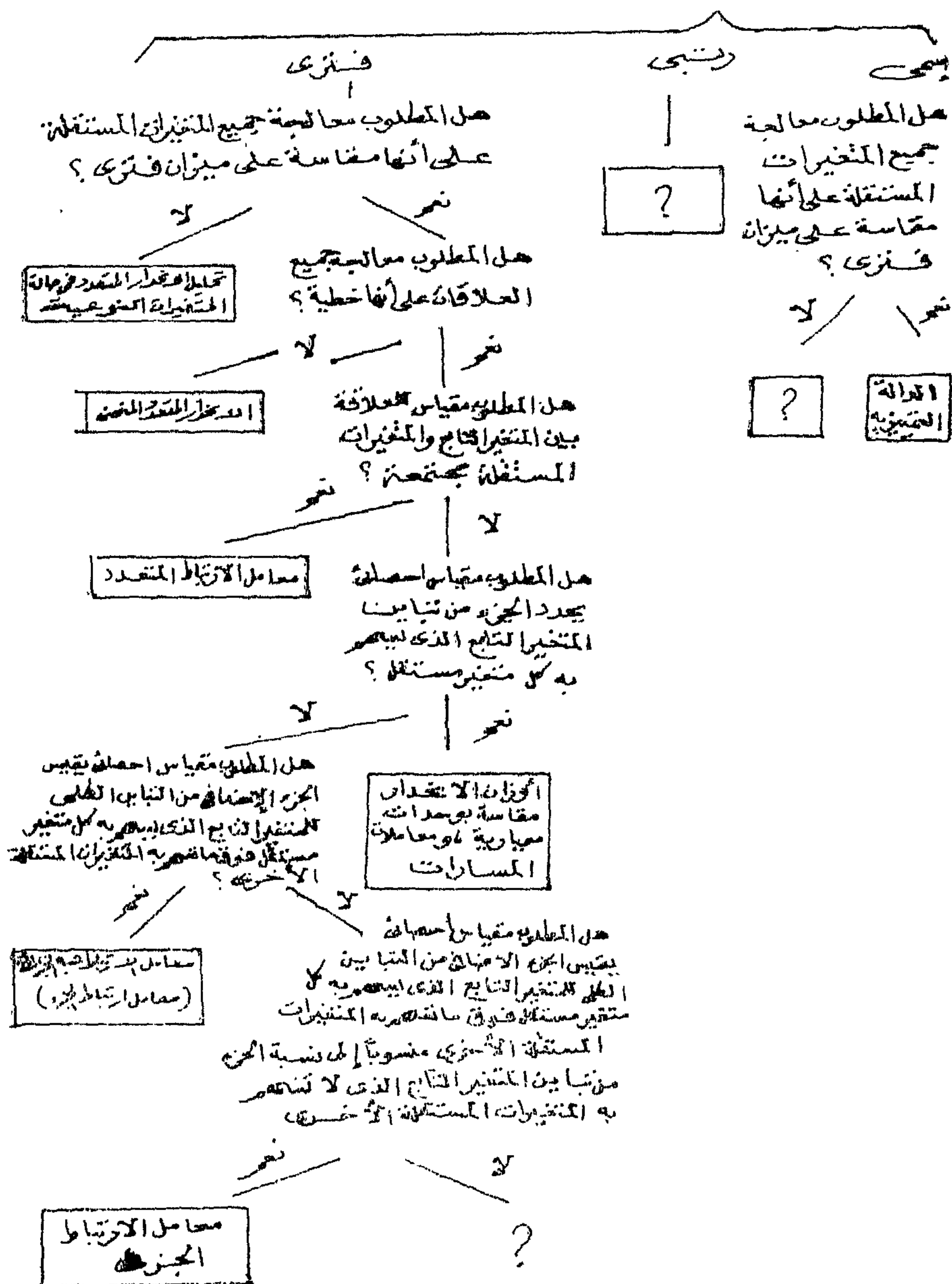
	X_1	X_2	X_3	X_4
X_1	١,٠٠	٠,٣٠	٠,٢٥	٠,٤٠
X_2		١,٠٠	٠,٢٢	٠,٧٠
X_3			١,٠٠	٠,٤٠
X_4				١,٠٠

فإذا كان النموذج السببي الذي افترضه مبينا بالشكل الآتي :



- (أ) اوجد معاملات المسارات للمتغيرات التي تؤثر في مستوى الطموح .
- (ب) اوجد معاملات المسارات للمتغيرات التي تؤثر في التحصيل الدراسي .
- (ج) استبعد المسارات التي تقل معاملاتها عن ٠.٥ ، وأعد إجراء تحليل المسارات بعد تعديل النموذج السابق .
- (د) أعد حساب معاملات الارتباط بين المتغيرات في النموذج الجديد ، وقارن القيم الناتجة بالقيم المبينة في الجدول المعطى . ثم فسر النتائج .

شجرة قرارات تساعد الباحث على اختيار الأسلوب الإحصائي الذي يناسب بيانات بحثه
(ثامناً) إذا اشتمل البحث على أكثر من متغيرين
وكان هناك تمييز بين المتغيرات المستقلة
والمتغير التابع، مع عدم الاهتمام بالتفاعل
بين المتغيرات
ما هو مستوى أو ميزان قياس المتغير التابع؟



ملحق الكتاب

المجداول الرياضية والاحصائية

(أ) جدول اللوغاريتمات المعتادة للأعداد

(ب) جدول ارتفاعات المنحنى الاعتدالى المياري

(ج) المساحات تحت المنحنى الاعتدالى المياري

(د) قيم $\sqrt{\frac{c}{k}}$ ، $\sqrt{\frac{k}{m}}$ اللازمة لحساب معامل فائ (p)

(هـ) قيم $\frac{m_1}{n}$ اللازمة لحساب معامل الارتباط الثنائى المتسلسل .
ومعامل الارتباط الثنائى

(و) القيم التقديرية لمعامل الارتباط الرباعى المناظرة للنسبة $\frac{a}{b}$

(ز) قيم معامل الارتباط الرباعى المناظرة لقيم معامل فائ (φ)

جدول (١)

لوغاريتمات الأعداد

لإيجاد لوغاريتم عدد طبيعي (لا يشتمل على كسور) نبحث عن العدد في العمود الأول ويكون لوغاريتمه هو العدد المبين في العمود الثاني تحت الرقم صفر، أما إذا كان المطلوب إيجاد لوغاريتم عدد يشتمل على كسور، والعدد مقرب إلى رقم عشري واحد، نبحث عن الجزء الصحيح من العدد في العمود الأول والرقم العشري في العمود المناسب من ١ إلى ٩، ويكون لوغاريتم العدد هو العدد المبين في هذا العمود .

وفي جميع الحالات يجب مراعاة وضع العدد البياقي المناسب يليه علامة عشرية، ثم يلى هذه العلامة العدد الذى نحصل عليه من الجدول .

أما إذا كان العدد يشتمل على أكثر من رقم عشري واحد فإنه يجب الرجوع إلى أحد الجداول الرياضية .

١	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	مجموع	عدد
٠.٣٧٤	٠.٣٣٤	٠.٢٩٤	٠.٢٥٢	٠.٢١٢	٠.١٧٠	٠.١٢٨	٠.٠٨٦	٠.٠٤٢	٠.٠٠٠	١.
٠.٧٥٥	٠.٧١٩	٠.٦٨٢	٠.٦٤٥	٠.٦٠٧	٠.٥٦٩	٠.٥٣١	٠.٤٩٢	٠.٤٥٢	٠.٤١٤	١١
١١.٦	١٠.٧٢	١٠.٣٨	١٠.٠٤	٠.٩٦٩	٠.٩٣٤	٠.٨٩٩	٠.٨٦٤	٠.٨٢٨	٠.٧٩٢	١٢
١٤٢٠	١٣٩٩	١٣٦٧	١٣٢٥	١٣.٢	١٢٧١	١٢٣٩	١٢.٦	١١٧٢	١١٣٩	١٣
١٧٢٢	١٧.٢	١٦٧٢	١٦٤٤	١٦١٤	١٥٨٤	١٥٥٢	١٥٢٢	١٤٩٢	١٤٦١	١٤
٢٠.١٤	١٩٨٧	١٩٥٩	١٩٢١	١٩.٢	١٨٧٥	١٨٤٧	١٨١٨	١٧٩٠	١٧٦١	١٥
٢٢٧٩	٢٢٥٢	٢٢٢٧	٢٢.١	٢١٧٥	٢١٤٨	٢١٢٢	٢٠.٩٥	٢٠.٦٨	٢٠.٤١	١٦
٢٥٢٩	٢٥.٤	٢٤٨٠	٢٤٥٥	٢٤٢٠	٢٣٩٥	٢٣٨٠	٢٣٥٥	٢٣٢٠	٢٢٠.٤	١٧
٢٧٦٥	٢٧٤٢	٢٧١٨	٢٦٩٥	٢٦٧٢	٢٦٤٨	٢٦٢٥	٢٦.١	٢٥٧٧	٢٥٥٢	١٨
٢٩٨٩	٢٩٦٧	٢٩٤٥	٢٩٢٢	٢٩.٠	٢٨٧٨	٢٨٥٦	٢٨٢٢	٢٨١.٠	٢٧٨٨	١٩
٣٢.١	٣١٨١	٣١٦٠	٣١٣٩	٣١١٨	٣٠.٩٦	٣٠.٧٥	٣٠.٥٤	٣٠.٣٢	٣٠.١٠	٢٠
٣٤.٤	٣٣٨٥	٣٣٦٥	٣٣٤٥	٣٣٢٤	٣٣.٤	٣٣٨٤	٣٣٦٣	٣٣٤٢	٣٣٢٢	٢١
٣٥٩٨	٣٥٧٩	٣٥٦٠	٣٥٤١	٣٥٢٢	٣٥.٢	٣٤٨٢	٣٤٦٣	٣٤٤٤	٣٤٢٤	٢٢
٣٧٨٤	٣٧٦٦	٣٧٤٧	٣٧٢٩	٣٧١١	٣٦٩٢	٣٦٧٤	٣٦٥٥	٣٦٣٦	٣٦.١٧	٢٣
٣٩٦٢	٣٩٤٥	٣٩٢٧	٣٩.٩	٣٨٩٢	٣٨٧٤	٣٨٥٦	٣٨٣٨	٣٨٢٠	٣٨.٢	٢٤
٤١٢٢	٤١١٦	٤٠.٩٩	٤٠.٨٢	٤٠.٦٥	٤٠.٤٨	٤٠.٣١	٤٠.١٤	٣٩٩٧	٣٩٧٩	٢٥
٤٢٩٨	٤٢٨١	٤٢٥٥	٤٢٤٩	٤٢٣٢	٤٢١٦	٤٢.٠	٤١٨٢	٤١٦٦	٤١٥٠	٢٦
٤٤٥٦	٤٤٤٠	٤٤٢٥	٤٤.٩	٤٣٩٢	٤٣٧٨	٤٣٦٢	٤٣٤٦	٤٣٢٠	٤٣١٤	٢٧
٤٦.٩	٤٥٩٤	٤٥٧٩	٤٥٦٤	٤٥٤٨	٤٥٢٢	٤٥١٨	٤٥.٢	٤٤٨٧	٤٤٧٢	٢٨

1	A	V	7	0	3	4	2	1	متر	عدد
3V0Y	3V3Y	3V2A	3V1Y	379A	37AT	3779	3703	3739	3723	79
39.-	3AA7	3AV1	3A0Y	3A3Y	3A79	3A13	3A.-	3VA7	3VY1	7.
0.3A	0.23	0.11	399Y	39AT	3979	3900	393Y	392A	3913	71
01Y2	0109	0130	013Y	0119	01.0	0.92	0.79	0.70	0.01	72
02.2	02A9	02V7	027Y	020.	023Y	0223	0211	019A	01A0	73
032A	0317	03.2	0391	03VA	0377	0302	033.	032A	0310	73
0001	0029	002Y	0013	00.2	039.	03VA	0370	0302	0331	70
07Y.	070A	073Y	0720	072Y	0711	0099	00AV	00V0	0072	77
0VA7	0V70	0V7Y	0V02	0V3.	0V29	0V1Y	0V.0	0793	07AT	7V
0A99	0AAA	0AVY	0A77	0A00	0A3Y	0A2Y	0A21	0A.9	0V9A	7A
7.1.	0999	09AA	09VY	0977	0900	0933	092Y	092Y	0911	79
711Y	71.2	7.97	7.80	7.70	7.73	7.02	7.32	7.21	7.21	3.
722Y	721Y	72.1	7191	71A.	71Y.	717.	7139	712A	712A	31
7320	7313	73.3	7293	72A3	72V3	727Y	7202	723Y	722Y	32
7320	7310	73.0	7290	72A0	72V0	7270	7200	7230	7220	32
702Y	701Y	70.2	739Y	73A3	73V3	7373	7303	7333	7220	33
771A	77.1	7099	709.	70A.	70V1	7071	7001	703Y	702Y	30
7V1Y	7V.2	779Y	77A3	77V0	7770	7707	7737	772Y	772A	37
7A.2	7Y93	7VA0	7VY7	7Y7Y	7V0A	7Y39	7V29	7V2.	7Y21	3Y

- ۷۷ -

العدد	صفحة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٤٨	٦٨١٢	٦٨٢١	٦٨٣٠	٦٨٣٩	٦٨٤٨	٦٨٥٦	٦٨٦٦	٦٨٧٥	٦٨٨٤	٦٨٩٣
٤٩	٦٨٩٢	٦٩١١	٦٩٢٠	٦٩٢٨	٦٩٣٧	٦٩٤٦	٦٩٥٥	٦٩٦٤	٦٩٧٢	٦٩٨١
٥٠	٦٩٩٠	٦٩٩٨	٧٠٠٧	٧٠١٦	٧٠٢٤	٧٠٣٣	٧٠٤٢	٧٠٥٠	٧٠٥٩	٧٠٦٧
٥١	٦٠٧٦	٧٠٨٥	٧٠٩٤	٧١٠١	٧١١٠	٧١١٨	٧١٢٦	٧١٣٥	٧١٤٣	٧١٥٢
٥٢	٧١٦٠	٧١٦٨	٧١٧٧	٧١٨٥	٧١٩٤	٧٢٠٢	٧٢١٠	٧٢١٨	٧٢٢٦	٧٢٣٥
٥٣	٧٢٤٣	٧٢٥١	٧٢٥٩	٧٢٦٧	٧٢٧٥	٧٢٨٤	٧٢٩٢	٧٣٠٠	٧٣٠٨	٧٣١٦
٥٤	٧٣٢٤	٧٣٣٢	٧٣٤٠	٧٣٤٨	٧٣٥٦	٧٣٦٤	٧٣٧٢	٧٣٨٠	٧٣٨٨	٧٣٩٦
٥٥	٧٤٠٤	٧٤١٢	٧٤١٩	٧٤٢٧	٧٤٣٥	٧٤٤٣	٧٤٥١	٧٤٥٩	٧٤٦٦	٧٤٧٤
٥٦	٧٤٨٢	٧٤٩٠	٧٥٠٥	٧٥٠٥	٧٥١٢	٧٥٢٠	٧٥٢٨	٧٥٣٦	٧٥٤٣	٧٥٥١
٥٧	٧٥٥٩	٧٥٦٦	٧٥٧٤	٧٥٨٢	٧٥٨٩	٧٥٩٧	٧٦٠٤	٧٦١٢	٧٦١٩	٧٦٢٧
٥٨	٧٦٣٤	٧٦٤٢	٧٦٤٩	٧٦٥٧	٧٦٦٤	٧٦٧٢	٧٦٧٩	٧٦٨٦	٧٦٩٤	٧٧٠١
٥٩	٧٧٠٥	٧٧١٦	٧٧٢٢	٧٧٣١	٧٧٣٨	٧٧٤٥	٧٧٥٢	٧٧٦٠	٧٧٦٧	٧٧٧٤
٦٠	٧٧٨٢	٧٧٨٩	٧٧٩٦	٧٨٠٣	٧٨١٠	٧٨١٨	٧٨٢٥	٧٨٣٢	٧٨٣٩	٧٨٤٦
٦١	٧٨٥٢	٧٨٦٠	٧٨٦٨	٧٨٧٥	٧٨٨٢	٧٨٨٩	٧٨٩٦	٧٩٠٣	٧٩١٠	٧٩١٧
٦٢	٧٩٢٤	٧٩٣١	٧٩٣٨	٧٩٤٥	٧٩٥٢	٧٩٥٩	٧٩٦٦	٧٩٧٣	٧٩٨٠	٧٩٨٧
٦٣	٧٩٩٣	٨٠٠٠	٨٠٠٧	٨٠١٤	٨٠٢١	٨٠٢٨	٨٠٣٥	٨٠٤١	٨٠٤٨	٨٠٥٥
٦٤	٨٠٦٢	٨٠٦٩	٨٠٧٥	٨٠٨٢	٨٠٨٩	٨٠٩٦	٨١٠٣	٨١١٠	٨١١٦	٨١٢٣
٦٥	٨١٣١	٨١٣٦	٨١٤٣	٨١٤٩	٨١٥٦	٨١٦٢	٨١٦٩	٨١٧٦	٨١٨٢	٨١٨٩
٦٦	٨١٩٥	٨٢٠٢	٨٢٠٩	٨٢١٥	٨٢٢٢	٨٢٢٨	٨٢٣٥	٨٢٤١	٨٢٤٨	٨٢٥٤

العدد	صفحة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221	222	223	224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240	241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252	253	254	255	256	257	258	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	272	273	274	275	276	277	278	279	280	281	282	283	284	285	286	287	288	289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300	301	302	303	304	305	306	307	308	309	310	311	312	313	314	315	316	317	318	319	320	321	322	323	324	325	326	327	328	329	330	331	332	333	334	335	336	337	338	339	340	341	342	343	344	345	346	347	348	349	350	351	352	353	354	355	356	357	358	359	360	361	362	363	364	365	366	367	368	369	370	371	372	373	374	375	376	377	378	379	380	381	382	383	384	385	386	387	388	389	390	391	392	393	394	395	396	397	398	399	400	401	402	403	404	405	406	407	408	409	410	411	412	413	414	415	416	417	418	419	420	421	422	423	424	425	426	427	428	429	430	431	432	433	434	435	436	437	438	439	440	441	442	443	444	445	446	447	448	449	450	451	452	453	454	455	456	457	458	459	460	461	462	463	464	465	466	467	468	469	470	471	472	473	474	475	476	477	478	479	480	481	482	483	484	485	486	487	488	489	490	491	492	493	494	495	496	497	498	499	500	501	502	503	504	505	506	507	508	509	510	511	512	513	514	515	516	517	518	519	520	521	522	523	524	525	526	527	528	529	530	531	532	533	534	535	536	537	538	539	540	541	542	543	544	545	546	547	548	549	550	551	552	553	554	555	556	557	558	559	560	561	562	563	564	565	566	567	568	569	570	571	572	573	574	575	576	577	578	579	580	581	582	583	584	585	586	587	588	589	590	591	592	593	594	595	596	597	598	599	600	601	602	603	604	605	606	607	608	609	610	611	612	613	614	615	616	617	618	619	620	621	622	623	624	625	626	627	628	629	630	631	632	633	634	635	636	637	638	639	640	641	642	643	644	645	646	647	648	649	650	651	652	653	654	655	656	657	658	659	660	661	662	663	664	665	666	667	668	669	670	671	672	673	674	675	676	677	678	679	680	681	682	683	684	685	686	687	688	689	690	691	692	693	694	695	696	697	698	699	700	701	702	703	704	705	706	707	708	709	710	711	712	713	714	715	716	717	718	719	720	721	722	723	724	725	726	727	728	729	730	731	732	733	734	735	736	737	738	739	740	741	742	743	744	745	746	747	748	749	750	751	752	753	754	755	756	757	758	759	760	761	762	763	764	765	766	767	768	769	770	771	772	773	774	775	776	777	778	779	780	781	782	783	784	785	786	787	788	789	790	791	792	793	794	795	796	797	798	799	800	801	802	803	804	805	806	807	808	809	810	811	812	813	814	815	816	817	818	819	820	821	822	823	824	825	826	827	828	829	830	831	832	833	834	835	836	837	838	839	840	841	842	843	844	845	846	847	848	849	850	851	852	853	854	855	856	857	858	859	860	861	862	863	864	865	866	867	868	869	870	871	872	873	874	875	876	877	878	879	880	881	882	883	884	885	886	887	888	889	890	891	892	893	894	895	896	897	898	899	900	901	902	903	904	905	906	907	908	909	910	911	912	913	914	915	916	917	918	919	920	921	922	923	924	925	926	927	928	929	930	931	932	933	934	935	936	937	938	939	940	941	942	943	944	945	946	947	948	949	950	951	952	953	954	955	956	957	958	959	960	961	962	963	964	965	966	967	968	969	970	971	972	973	974	975	976	977	978	979	980	981	982	983	984	985	986	987	988	989	990	991	992	993	994	995	996	997	998	999	1000	1001	1002	1003	1004	1005	1006	1007	1008	1009	1010	1011	1012	1013	1014	1015	1016	1017	1018	1019	1020	1021	1022	1023	1024	1025	1026	1027	1028	1029	1030	1031	1032	1033	1034	1035	1036	1037	1038	1039	1040	1041	1042	1043	1044	1045	1046	1047	1048	1049	1050	1051	1052	1053	1054	1055	1056	1057	1058	1059	1060	1061	1062	1063	1064	1065	1066	1067	1068	1069	1070	1071	1072	1073	1074	1075	1076	1077	1078	1079	1080	1081	1082	1083	1084	1085	1086	1087	1088	1089	1090	1091	1092	1093	1094	1095	1096	1097	1098	1099	1100	1101	1102	1103	1104	1105	1106	1107	1108	1109	1110	1111	1112	1113	1114	1115	1116	1117	1118	1119	1120	1121	1122	1123	1124	1125	1126	1127	1128	1129	1130	1131	1132	1133	1134	1135	1136	1137	1138	1139	1140	1141	1142	1143	1144	1145	1146	1147	1148	1149	1150	1151	1152	1153	1154	1155	1156	1157	1158	1159	1160	1161	1162	1163	1164	1165	1166	1167	1168	1169	1170	1171	1172	1173	1174	1175	1176	1177	1178	1179	1180	1181	1182	1183	1184	1185	1186	1187	1188	1189	1190	1191	1192	1193	1194	1195	1196	1197	1198	1199	1200	1201	1202	1203	1204	1205	1206	1207	1208	1209	1210	1211	1212	1213	1214	1215	1216	1217	1218	1219	1220	1221	1222	1223	1224	1225	1226	1227	1228	1229	1230	1231	1232	1233	1234	1235	1236	1237	1238	1239	1240	1241	1242	1243	1244	1245	1246	1247	1248	1249	1250	1251	1252	1253	1254	1255	1256	1257	1258	1259	1260	1261	1262	1263	1264	1265	1266	1267	1268	1269	1270	1271	1272	1273	1274	1275	1276	1277	1278	1279	1280	1281	1282	1283	1284	1285	1286	1287	1288	1289	1290	1291	1292	1293	1294	1295	1296	1297	1298	1299	1300	1301	1302	1303	1304	1305	1306	1307	1308	1309	1310	1311	1312	1313	1314	1315	1316	1317	1318	1319	1320	1321	1322	1323	1324	1325	1326	1327	1328	1329	1330	1331	1332	1333	1334	1335	1336	1337	1338	1339	1340	1341	1342	1343	1344	1345	1346	1347	1348	1349	1350	1351	1352	1353	1354	1355	1356	1357	1358	1359	1360	1361	1362	1363	1364	1365	1366	1367	1368	1369	1370	1371	1372	1373	1374	1375	1376	1377	1378	1379	1380	1381	1382	1383	1384	1385	1386	1387	1388	1389	1390	1391	1392	1393	1394	1395	1396	1397	1398	1399	1400	1401	1402	1403	1404	1405	1406	1407	1408	1409	1410	1411	1412	1413	1414	1415	1416	1417	1418	1419	1420	1421	1422	1423	1424	1425	1426	1427	1428	1429	1430	1431	1432	1433	1434	1435	1436	1437	1438	1439	1440	1441	1442	1443	1444	1445	1446	1447	1448	1449	1450	1451	1452	1453	1454	1455	1456	1457	1458	1459	1460	1461	1462	1463	1464	1465	1466	1467	1468	1469	1470	1471	1472	1473	1474	1475	1476	1477	1478	1479	1480	1481	1482	1483	1484	1485	1486	1487	1488	1489	1490	1491	1492	1493	1494</
-------	------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	--------

١	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	صفحة	العدد
١٣١٠	١٣٨٥	١٣٨٠	١٣٧٥	١٣٧٠	١٣٦٥	١٣٦٠	١٣٥٥	١٣٥٠	١٣٤٥	٨٦
١٣٤٠	١٤٣٥	١٤٣٠	١٤٢٥	١٤٢٠	١٤١٥	١٤١٠	١٤٠٥	١٤٠٠	١٣٩٥	٨٧
١٣٨١	١٤٨٤	١٤٧٩	١٤٧٤	١٤٦٩	١٤٦٥	١٤٦٠	١٤٥٥	١٤٥٠	١٤٤٥	٨٨
١٥٢٨	١٥٣٣	١٥٢٨	١٥٢٣	١٥١٨	١٥١٣	١٥٠٨	١٥٠٣	١٥٠٠	١٤٩٥	٨٩
١٥٨٦	١٥٨٦	١٥٧٦	١٥٧٦	١٥٦٦	١٥٦٢	١٥٥٧	١٥٥٢	١٥٤٧	١٥٤٢	٩٠
١٦٣٣	١٦٣٨	١٦٢٤	١٦١٩	١٦١٤	١٦٠٩	١٦٠٤	١٦٠٠	١٥٩٥	١٥٩٠	٩١
١٦٨٠	١٦٧٥	١٦٧١	١٦٦٦	١٦٦١	١٦٥٧	١٦٥٢	١٦٤٧	١٦٤٢	١٦٣٨	٩٢
١٧٢٧	١٧٢٢	١٧١٧	١٧١٢	١٧٠٨	١٧٠٣	١٦٩٩	١٦٩٤	١٦٨٩	١٦٨٥	٩٣
١٧٧٢	١٧٦٨	١٧٦٣	١٧٥٩	١٧٥٤	١٧٥٠	١٧٤٥	١٧٤١	١٧٣٦	١٧٣١	٩٤
١٨١٨	١٨١٤	١٨٠٩	١٨٠٥	١٨٠٠	١٧٩٥	١٧٩١	١٧٨٦	١٧٨٢	١٧٧٧	٩٥
١٨٦٢	١٨٥٩	١٨٥٤	١٨٥٠	١٨٤٥	١٨٤١	١٨٣٦	١٨٣٢	١٨٢٧	١٨٢٣	٩٦
١٩٥٢	١٩٤٨	١٩٤٣	١٩٣٩	١٩٣٤	١٩٣٠	١٩٢٦	١٩٢١	١٩١٧	١٩١٢	٩٧
١٩٩٦	١٩٩١	١٩٨٧	١٩٨٣	١٩٧٨	١٩٧٤	١٩٦٩	١٩٦٥	١٩٦١	١٩٥٦	٩٨

١
٧٦٥
١

جدول (ب)

ارتفاعات المنحنى الاعتدالى التى تناظر
درجات معيارية معينة

يجب قبل استخدام هذا الجدول تحويل الدرجات الخام إلى درجات معيارية ،
كما يجب أن يكون توزيع المتغير اعتداليا .

الارتفاع المعيارية	الدرجة المعيارية	الارتفاع المعيارية	الدرجة المعيارية	الارتفاع المعيارية	الدرجة المعيارية
٠.٠٠	٠.٣٩٨٩	٠.٨٥	٠.٢٧٨٠	٠.٧٠	٠.٩٤٠
٠.٠٥	٠.٣٩٨٤	٠.٩٠	٠.٢٦٦١	٠.٧٥	٠.٨٦٣
٠.١٠	٠.٣٩٧٠	٠.٩٥	٠.٢٥٤١	٠.٨٠	٠.٧٩٠
٠.١٥	٠.٣٩٤٥	١.٠٠	٠.٢٤٢٠	٠.٨٥	٠.٧٢١
٠.٢٠	٠.٣٩١٠	١.٠٥	٠.٢٢٩٩	٠.٩٠	٠.٦٥٦
٠.٢٥	٠.٣٨٦٧	١.١٠	٠.٢١٧٩	٠.٩٥	٠.٥٩٦
٠.٣٠	٠.٣٨١٤	١.١٥	٠.٢٠٥٩	٢.٠٠	٠.٥٤٠
٠.٣٥	٠.٣٧٥٢	١.٢٠	٠.١٩٤٢	٢.٠٥	٠.٤٨٨
٠.٤٠	٠.٣٦٨٣	١.٢٥	٠.١٨٢٦	٢.١٠	٠.٤٤٠
٠.٤٥	٠.٣٦٠٥	١.٣٠	٠.١٧١٤	٢.١٥	٠.٣٩٦
٠.٥٠	٠.٣٥٢١	١.٣٥	٠.١٦٠٤	٢.٢٠	٠.٣٥٥
٠.٥٥	٠.٣٤٢٩	١.٤٠	٠.١٤٩٧	٢.٢٥	٠.٣١٧
٠.٦٠	٠.٣٣٣٢	١.٤٥	٠.١٣٩٤	٢.٣٠	٠.٢٨٣
٠.٦٥	٠.٣٢٣٠	١.٥٠	٠.١٢٩٥	٢.٣٥	٠.٢٥٢
٠.٧٠	٠.٣١٢٣	١.٥٥	٠.١٢٠٠	٢.٤٠	٠.٢٢٤
٠.٧٥	٠.٣٠١١	١.٦٠	٠.١١٠٩	٢.٤٥	٠.١٩٨
٠.٨٠	٠.٢٨٩٧	١.٦٥	٠.١٠٢٢	٢.٥٠	٠.١٧٥

الارتفاع	الدرجة المعيارية	الارتفاع	الدرجة المعيارية	الارتفاع	الدرجة المعيارية
٠.٠٠٠.١	٤٠٠	٠.٠٠.٣٨	٣٠.٥	٠.١٥٤	٢٠٥٥
		٠.٠٠.٣٣	٣١.٠	٠.١٣٦	٢٠٦٠
		٠.٠٠.٢٨	٣١.٥	٠.١١٩	٢٠٦٥
		٠.٠٠.٢٤	٣٢.٠	٠.١٠٤	٢٠٧٠
		٠.٠٠.٢٠	٣٢.٥	٠.٠٩١	٢٠٧٥
		٠.٠٠.١٧	٣٣.٠	٠.٠٧٩	٢٠٨٠
		٠.٠٠.١٢	٣٤.٠	٠.٠٦٩	٢٠٨٥
		٠.٠٠.٠٩	٣٥.٠	٠.٠٦٠	٢٠٩٠
		٠.٠٠.٠٦	٣٦.٠	٠.٠٥١	٢٠٩٥
		٠.٠٠.٠٤	٣٧.٠	٠.٠٤٤	٣٠٠٠

جدول (ج)

المساحات تحت المنحنى الاعتدالى المعيارى

قبل استخدام هذا الجدول يجب تحويل الدرجات الخام إلى درجات معيارية ، وأن يكون توزيع المتغير اعتداليا . والقيم المدونة في هذا الجدول تمثل نسب المساحات تحت المنحنى الاعتدالى المعيارى الذى متوسطه = صفر ، وانحرافه المعيارى = ١ ، والمساحة الكلية بين التى يحدها = ١ أيضا . ونظراً لأن المنحنى الاعتدالى متماثل ، فإننا افترضنا في هذا الجدول على أجزاء المساحات التى تناظر القيم الموجبة للدرجات المعيارية . وهذه تساوى تماماً المساحات التى تناظر القيم السالبة لهذه الدرجات . والعمود الاول بين الدرجات المعيارية (د) ، والعمود الثانى بين المساحة المحصورة بين المتوسط (س) وكل من هذه الدرجات (د) ، وبين العمود الثالث المساحة المتبقية حتى نهاية الطرف الموجب للتوزيع .

د	المساحة بين س، د	المساحة المتبقية	د	المساحة بين س، د	المساحة المتبقية
٠.٠٠	٠.٠٠٠٠	٠.٠٠٠٠	٠.٣٤	٠.١٣٣١	٠.٣٦٦٩
٠.٠٢	٠.٠٠٨٠	٠.٤٩٢٠	٠.٣٦	٠.١٤٠٦	٠.٣٥٩٤
٠.٠٤	٠.٠١٦٠	٠.٤٨٤٠	٠.٣٨	٠.١٤٨٠	٠.٣٥٢٠
٠.٠٦	٠.٠٢٣٩	٠.٤٧٦١	٠.٤٠	٠.١٥٥٤	٠.٣٤٤٦
٠.٠٨	٠.٠٣١٩	٠.٤٦٨١	٠.٤٢	٠.١٦٢٨	٠.٣٣٧٢
٠.١٠	٠.٠٣٩٨	٠.٤٦٠٢	٠.٤٤	٠.١٧٠٠	٠.٣٣٠٠
٠.١٢	٠.٠٤٧٨	٠.٤٥٢٢	٠.٤٦	٠.١٧٧٢	٠.٣٢٢٨
٠.١٤	٠.٠٥٥٧	٠.٤٤٤٣	٠.٤٨	٠.١٨٤٤	٠.٣١٥٦
٠.١٦	٠.٠٦٣٦	٠.٤٣٦٤	٠.٥٠	٠.١٩١٥	٠.٣٠٨٥
٠.١٨	٠.٠٧١٤	٠.٤٢٨٦	٠.٥٢	٠.١٩٨٥	٠.٣٠١٥
٠.٢٠	٠.٠٧٩٣	٠.٤٢٠٧	٠.٥٤	٠.٢٠٥٤	٠.٢٩٤٦
٠.٢٢	٠.٠٨٧١	٠.٤١٢٩	٠.٥٦	٠.٢١٢٣	٠.٢٨٧٧
٠.٢٤	٠.٠٩٤٨	٠.٤٠٥٢	٠.٥٨	٠.٢١٩٠	٠.٢٨١٠
٠.٢٦	٠.١٠٢٦	٠.٣٩٧٤	٠.٦٠	٠.٢٢٥٧	٠.٢٧٤٣
٠.٢٨	٠.١١٠٣	٠.٣٨٩٧	٠.٦٢	٠.٢٣٢٤	٠.٢٦٧٦
٠.٣٠	٠.١١٧٩	٠.٣٨٢١	٠.٦٤	٠.٢٣٨٩	٠.٢٦١١
٠.٣٢	٠.١٢٥٥	٠.٣٧٤٥	٠.٦٦	٠.٢٤٥٤	٠.٢٥٤٦

د المسافة بين سر، د المساحة المتبقية			د المسافة بين سر، د المساحة المتبقية		
٠.٩٠١	٠.٤٠٩٩	١٣٤	٠.٢٤٨٣	٠.٢٥١٧	٠.٦٨
٠.٨٦٩	٠.٤١٣١	١٣٦	٠.٢٤٢٠	٠.٢٥٨٠	٠.٧٠
٠.٨٢٨	٠.٤١٦٢	١٣٨	٠.٢٣٥٨	٠.٢٦٤٢	٠.٧٢
٠.٨٠٨	٠.٤١٩٢	١٤٠	٠.٢٢٩٦	٠.٢٧٠٤	٠.٧٤
٠.٧٧٨	٠.٤٢٢٢	١٤٢	٠.٢٢٣٦	٠.٢٧٦٤	٠.٧٦
٠.٧٤٩	٠.٤٢٥١	١٤٤	٠.٢١٧٧	٠.٢٨٢٣	٠.٧٨
٠.٧٢١	٠.٤٢٧٩	١٤٦	٠.٢١١٩	٠.٢٨٨١	٠.٨٠
٠.٦٩٤	٠.٤٣٠٦	١٤٨	٠.٢٠٦١	٠.٢٩٣٩	٠.٨٢
٠.٦٦٨	٠.٤٣٣٢	١٥٠	٠.٢٠٠٥	٠.٢٩٩٥	٠.٨٤
٠.٦٤٣	٠.٤٣٥٧	١٥٢	٠.١٩٤٩	٠.٣٠٥١	٠.٨٦
٠.٦١٨	٠.٤٣٨٢	١٥٤	٠.١٨٩٤	٠.٣١٠٦	٠.٨٨
٠.٥٩٤	٠.٤٤٠٦	١٥٦	٠.١٨٤١	٠.٣١٥٩	٠.٩٠
٠.٥٧١	٠.٤٤٢٩	١٥٨	٠.١٧٨٨	٠.٣٢١٢	٠.٩٢
٠.٥٤٨	٠.٤٤٥٢	١٦٠	٠.١٧٣٦	٠.٣٢٦٤	٠.٩٤
٠.٥٢٦	٠.٤٤٧٤	١٦٢	٠.١٦٨٥	٠.٣٣١٥	٠.٩٦
٠.٥٠٥	٠.٤٤٩٥	١٦٤	٠.١٦٣٥	٠.٣٣٦٥	٠.٩٨
٠.٤٨٥	٠.٤٥١٥	١٦٦	٠.١٥٨٧	٠.٣٤١٣	١.٠٠
٠.٤٦٥	٠.٤٥٣٥	١٦٨	٠.١٥٣٩	٠.٣٤٦١	١.٠٢
٠.٤٤٦	٠.٤٥٥٤	١٧٠	٠.١٤٩٢	٠.٣٥٠٨	١.٠٤
٠.٤٢٧	٠.٤٥٧٣	١٧٢	٠.١٤٤٦	٠.٣٥٥٤	١.٠٦
٠.٤٠٩	٠.٤٥٩١	١٧٤	٠.١٤٠١	٠.٣٥٩٩	١.٠٨
٠.٣٩٢	٠.٤٦٠٨	١٧٦	٠.١٣٥٧	٠.٣٦٤٣	١.١٠
٠.٣٧٥	٠.٤٦٢٥	١٧٨	٠.١٣١٤	٠.٣٦٨٦	١.١٢
٠.٣٥٩	٠.٤٦٤١	١٨٠	٠.١٢٧١	٠.٣٧٢٩	١.١٤
٠.٣٤٤	٠.٤٦٥٦	١٨٢	٠.١٢٣٠	٠.٣٧٧٠	١.١٦
٠.٣٢٩	٠.٤٦٧١	١٨٤	٠.١١٩٠	٠.٣٨١٠	١.١٨
٠.٣١٤	٠.٤٦٨٦	١٨٦	٠.١١٥١	٠.٣٨٤٩	١.٢٠
٠.٣٠١	٠.٤٦٩٩	١٨٨	٠.١١١٢	٠.٣٨٨٨	١.٢٢
٠.٢٨٧	٠.٤٧١٣	١٩٠	٠.١٠٧٥	٠.٣٩٢٥	١.٢٤
٠.٢٧٤	٠.٤٧٢٦	١٩٢	٠.١٠٣٨	٠.٣٩٦٢	١.٢٦
٠.٢٦٢	٠.٤٧٣٨	١٩٤	٠.١٠٠٣	٠.٣٩٩٧	١.٢٨
٠.٢٥٠	٠.٤٧٥٠	١٩٦	٠.٠٩٦٨	٠.٤٠٣٢	١.٣٠
٠.٢٢٩	٠.٤٧٦١	١٩٨	٠.٠٩٣٤	٠.٤٠٦٦	١.٣٢

د المساحة بين سن، د المساحة المتبقية			د المساحة بين سن، د المساحة المتبقية		
٢٥٦	٤٩٤٨ ر.	٥٢ - ر.	٢٠٠	٧٧٢ ر.	٢٢٨ ر.
٢٥٨	٤٩٥١ ر.	٤٩ - ر.	٢٠٢	٧٨٣ ر.	٢١٧ ر.
٢٦٠	٤٩٥٣ ر.	٤٧ - ر.	٢٠٤	٧٩٣ ر.	٢٠٧ ر.
٢٦٢	٤٩٥٦ ر.	٤٤ - ر.	٢٠٦	٨٠٣ ر.	١٩٧ ر.
٢٦٤	٤٩٥٩ ر.	٤١ - ر.	٢٠٨	٨١٢ ر.	١٨٨ ر.
٢٦٦	٤٩٦١ ر.	٣٩ - ر.	٢١٠	٨٢١ ر.	١٧٩ ر.
٢٦٨	٤٩٦٣ ر.	٣٧ - ر.	٢١٢	٨٣٠ ر.	١٧٠ ر.
٢٧٠	٤٩٦٥ ر.	٣٥ - ر.	٢١٤	٨٣٨ ر.	١٦٢ ر.
٢٧٢	٤٩٦٧ ر.	٣٣ - ر.	٢١٦	٨٤٦ ر.	١٥٤ ر.
٢٧٤	٤٩٦٩ ر.	٣١ - ر.	٢١٨	٨٥٤ ر.	١٤٦ ر.
٢٧٦	٤٩٧١ ر.	٢٩ - ر.	٢٢٠	٨٦١ ر.	١٣٩ ر.
٢٧٨	٤٩٧٣ ر.	٢٧ - ر.	٢٢٢	٨٦٨ ر.	١٣٢ ر.
٢٨٠	٤٩٧٤ ر.	٢٦ - ر.	٢٢٤	٨٧٥ ر.	١٢٥ ر.
٢٨٢	٤٩٧٦ ر.	٢٤ - ر.	٢٢٦	٨٨١ ر.	١١٩ ر.
٢٨٤	٤٩٧٧ ر.	٢٣ - ر.	٢٢٨	٨٨٧ ر.	١١٣ ر.
٢٨٦	٤٩٧٩ ر.	٢١ - ر.	٢٣٠	٨٩٣ ر.	١٠٧ ر.
٢٨٨	٤٩٨٠ ر.	٢٠ - ر.	٢٣٢	٨٩٨ ر.	١٠٢ ر.
٢٩٠	٤٩٨١ ر.	١٩ - ر.	٢٣٦	٩٠٩ ر.	٩١ ر.
٢٩٢	٤٩٨٢ ر.	١٨ - ر.	٢٣٤	٩٠٤ ر.	٩٦ ر.
٢٩٤	٤٩٨٤ ر.	١٦ - ر.	٢٣٨	٩١٣ ر.	٨٧ ر.
٢٩٦	٤٩٨٥ ر.	١٥ - ر.	٢٤٠	٩١٨ ر.	٨٢ ر.
٢٩٨	٤٩٨٦ ر.	١٤ - ر.	٢٤٢	٩٢٢ ر.	٧٨ ر.
٣٠٠	٤٩٨٧ ر.	١٣ - ر.	٢٤٤	٩٢٧ ر.	٧٣ ر.
٣٠٢	٤٩٨٧ ر.	١٣ - ر.	٢٤٦	٩٣١ ر.	٦٩ ر.
٣٠٤	٤٩٨٨ ر.	١٢ - ر.	٢٤٨	٩٣٤ ر.	٦٦ ر.
٣٠٦	٤٩٨٩ ر.	١١ - ر.	٢٥٠	٩٣٨ ر.	٦٢ ر.
٣٠٨	٤٩٩٠ ر.	١٠ - ر.	٢٥٢	٩٤١ ر.	٥٩ ر.
٣١٠	٤٩٩٠ ر.	١٠ - ر.	٢٥٤	٩٤٥ ر.	٥٥ ر.

د المساحة بين س د المساحة المتبقية			د المساحة بين س د المساحة المتبقية		
٠.٠٠٠.٥	٠.٤٩٩٥	٣٣٥	٠.٠٠٠.٩	٠.٤٩٩١	٣١٢
٠.٠٠٠.٤	٠.٤٩٩٦	٣٤٠	٠.٠٠٠.٨	٠.٤٩٩٢	٣١٤
٠.٠٠٠.٣	٠.٤٩٩٧	٣٤٥	٠.٠٠٠.٨	٠.٤٩٩٢	٢١٦
٠.٠٠٠.٢	٠.٤٩٩٨	٣٥٠	٠.٠٠٠.٧	٠.٤٩٩٣	٣١٨
٠.٠٠٠.٢	٠.٤٩٩٨	٣٦٠	٠.٠٠٠.٧	٠.٤٩٩٣	٣٢٠
٠.٠٠٠.١	٠.٤٩٩٩	٣٧٠	٠.٠٠٠.٦	٠.٤٩٩٤	٣٢٢
٠.٠٠٠.١	٠.٤٩٩٩	٣٨٠	٠.٠٠٠.٦	٠.٤٩٩٤	٣٢٤
٠.٠٠٠.٥	٠.٤٩٩٥	٣٩٠	٠.٠٠٠.٦	٠.٤٩٩٤	٣٢٥
٠.٠٠٠.٣	٠.٤٩٩٧	٤٠٠	٠.٠٠٠.٦	٠.٤٩٩٤	٣٣٠

جدول (د)

$$\sqrt{\frac{م}{ك}}, \sqrt{\frac{ك}{م}}$$

المناظرة للنسب م ، ك اللازمة لحساب معامل فلى (φ)

لإيجاد قيمة معامل φ المقصوى يلزم حساب قيمة كل من $\sqrt{\frac{م}{ك}}$ ،

$$\sqrt{\frac{ك}{م}}$$

ثم أوجد حاصل ضرب القيمتين الناتجتين . وتيسيراً لذلك يكفي الحصول على

النسبة (م) وقراءة القيمة المناظرة لها في العمود الذى يشير إلى $\sqrt{\frac{م}{ك}}$ ، أو الحصول

على النسبة (ك) وقراءة القيمة المناظرة لها في العمود الذى يشير إلى $\sqrt{\frac{ك}{م}}$.

(م) أو (ك)	$\sqrt{\frac{م}{ك}}$	$\sqrt{\frac{ك}{م}}$	(م) أو (ك)	(م) أو (ك)	$\sqrt{\frac{م}{ك}}$	$\sqrt{\frac{ك}{م}}$	(م) أو (ك)
٠.٩٩	٩.٩٥٠	٠.١٠٠٥	٠.٠١	٠.٨٩	٣.٨٤٤	٠.٣٥١٦	٠.١١
٠.٩٨	٧.٠٠٠	٠.١٤٢٩	٠.٠٢	٠.٨٨	٢.٧٠٨	٠.٣٦٩٣	٠.١٢
٠.٩٧	٥.٦٨٦	٠.١٧٥٩	٠.٠٣	٠.٨٧	٢.٥٨٧	٠.٣٨٦٥	٠.١٣
٠.٩٦	٤.٨٩٩	٠.٢٠٤١	٠.٠٤	٠.٨٦	٢.٤٧٨	٠.٤٠٣٥	٠.١٤
٠.٩٥	٤.٣٥٩	٠.٢٢٩٤	٠.٠٥	٠.٨٥	٢.٣٨٠	٠.٤٢٠١	٠.١٥
٠.٩٤	٣.٩٥٨	٠.٢٥٢٦	٠.٠٦	٠.٨٤	٢.٢٩١	٠.٤٣٦٥	٠.١٦
٠.٩٣	٣.٦٤٥	٠.٢٧٤٣	٠.٠٧	٠.٨٣	٢.٢١٠	٠.٤٥٢٥	٠.١٧
٠.٩٢	٣.٣٩١	٠.٢٩٤٩	٠.٠٨	٠.٨٢	٢.١٣٤	٠.٤٦٨٥	٠.١٨
٠.٩١	٣.١٨٠	٠.٣١٤٥	٠.٠٩	٠.٨١	٢.٠٦٥	٠.٤٨٤٤	٠.١٩
٠.٩٠	٣.٠٠٠	٠.٣٣٣٣	٠.١٠	٠.٨٠	٢.٠٠٠	٠.٥٠٠٠	٠.٢٠

(م)	او	$\sqrt{\frac{م}{ك}}$	(ك)	(م)	او	$\sqrt{\frac{م}{ك}}$	(ك)
۰۷۹	۱۹۰	۰۵۱۵۶	۰۲۱	۰۷۸	۱۸۸۳	۰۵۳۱۱	۰۲۲
۰۷۵	۱۷۳۲	۰۵۷۷۴	۰۲۵	۰۷۴	۱۶۸۷	۰۵۹۲۸	۰۲۶
۰۷۳	۱۶۴۴	۰۶۰۸۲	۰۲۷	۰۷۲	۱۶۰۴	۰۶۲۳۶	۰۲۸
۰۷۱	۱۵۶۵	۰۶۴۹۱	۰۲۹	۰۷۰	۱۵۲۸	۰۶۵۴۷	۰۳۰
۰۶۹	۱۴۹۲	۰۶۷۰۳	۰۳۱	۰۶۸	۱۴۵۸	۰۶۸۶۰	۰۳۲
۰۶۷	۱۴۲۵	۰۷۰۱۸	۰۳۳	۰۶۶	۱۳۹۳	۰۷۱۷۸	۰۳۴
۰۶۵	۱۳۶۳	۰۷۲۳۸	۰۳۵	۰۶۴	۱۳۳۳	۰۷۵۰۰	۰۳۶
۰۶۳	۱۳۰۵	۰۷۶۶۳	۰۳۷	۰۶۲	۱۲۷۷	۰۸۰۲۹	۰۳۹
۰۶۱	۱۲۲۵	۰۸۱۶۵	۰۴۰	۰۵۹	۱۲۰۰	۰۸۳۳۶	۰۴۱
۰۶۰	۱۱۷۵	۰۸۵۱۰	۰۴۲	۰۵۸	۱۱۵۱	۰۸۶۸۶	۰۴۳
۰۵۷	۱۱۰۱	۰۸۹۸۶	۰۴۳	۰۵۷	۱۰۸۳	۰۹۴۲۹	۰۴۶
۰۵۶	۱۰۲۸	۰۸۸۶۴	۰۴۴	۰۵۶	۱۰۰۶	۰۹۰۴۵	۰۴۵
۰۵۵	۹۷۸	۰۸۶۲۰	۰۴۴	۰۵۴	۹۰۸۳	۰۹۴۱۷	۰۴۷
۰۵۴	۹۱۷	۰۹۴۱۷	۰۴۷	۰۵۳	۸۴۸	۰۹۶۰۸	۰۴۸
۰۵۳	۸۶۰	۰۹۶۰۸	۰۴۸	۰۵۲	۸۰۲	۰۹۸۰۲	۰۴۹
۰۵۲	۸۰۲	۰۹۸۰۲	۰۴۹	۰۵۱	۷۵۰	۱۰۰۰۰	۰۵۰
۰۵۱	۷۵۰	۱۰۰۰۰	۰۵۰	۰۵۰	۷۰۰	۱۰۰۰۰	۰۵۰

جدول (٥)

$$\text{قيم} \frac{\text{ص. ص.}}{\text{ل}} : \frac{\text{ص. ص.}}{\text{ل}}$$

اللازمة لحساب معامل الارتباط الثنائي المتسلسل ،
ومعامل الارتباط الثنائي المناظرة للنسب ص. ص. ، ص.

لإيجاد قيمة معامل الارتباط الثنائي المتسلسل يلزم حساب قيمة $\frac{\text{ص. ص.}}{\text{ل}}$.

ولإيجاد قيمة معامل الارتباط الثنائي بمعلومية قيمة معامل الارتباط الثنائي
المتسلسل يلزم حساب قيمة $\frac{\text{ص. ص.}}{\text{ل}}$.

وتيسيراً لذلك يكفي الحصول على النسبة (ص. ص.) وقراءة القيمة المطلوبة
المناظرة لها في العمود الذي يشير إلى ذلك ، أو الحصول على النسبة (ص. ص.) وقراءة
القيمة المناظرة لها في العمود الذي يشير إلى ذلك .

(ص. ص.) أو	(ص. ص.) ل	(ص. ص.) ل	(ص. ص.) أو	(ص. ص.) ل	(ص. ص.) ل	(ص. ص.) أو	(ص. ص.) ل
٠.١٢	١.٦٢٥	٠.٥٢٧٩	٠.٨٨	٠.١	٣.٧٢٢	٠.٢٧١٥	٠.٩٩
٠.١٣	١.٥٩٠	٠.٥٣٤٦	٠.٨٧	٠.٢	٢.٨٩٢	٠.٤٠٤٨	٠.٩٨
٠.١٤	١.٥٥٩	٠.٥٤٠٩	٠.٨٦	٠.٣	٠.٥٠٧	٠.٤٢٧٧	٠.٩٧
٠.١٥	١.٥٣٢	٠.٥٤٦٨	٠.٨٥	٠.٤	٢.٢٧٤	٠.٤٤٥٦	٠.٩٦
٠.١٦	١.٥٠٧	٠.٥٥٢٤	٠.٨٤	٠.٥	٢.١١٣	٠.٤٦٠٥	٠.٩٥
٠.١٧	١.٤٨٤	٠.٥٥٧٦	٠.٨٣	٠.٦	١.٩٩٤	٠.٤٧٣٥	٠.٩٤
٠.١٨	١.٤٦٤	٠.٥٦٢٥	٠.٨٢	٠.٧	١.٩٠٠	٠.٤٨٤٨	٠.٩٣
٠.١٨	١.٤٤٦	٠.٥٦٧١	٠.٨١	٠.٨	١.٨٢٥	٠.٤٩٥١	٠.٩٢
٠.٢٠	١.٤٢٩	٠.٥٧١٥	٠.٨٠	٠.٩	١.٧٦٢	٠.٥٠٤٣	٠.٩١
٠.٢١	١.٤١٣	٠.٥٧٥٦	٠.٧٩	١.٠	١.٧٠٩	٠.٥١٢٨	٠.٩٠
٠.٢٢	١.٣٩٩	٠.٥٧٩٦	٠.٧٨	١.١	١.٦٦٤	٠.٥٢٠٦	٠.٨٩

(ص. ۱) <u>ص. ۱ ص. ۱</u> / <u>ص. ۱ ص. ۱</u> (ص. ۱) <u>ص. ۱ ص. ۱</u> (ص. ۱)				(ص. ۱) <u>ص. ۱ ص. ۱</u> / <u>ص. ۱ ص. ۱</u> (ص. ۱) <u>ص. ۱ ص. ۱</u> (ص. ۱)			
او	ل	ل	او	او	ل	ل	او
۰۲۸	۱۲۷۵	۰۶۱۸۸	۰۶۲	۰۲۳	۱۳۸۶	۰۵۸۳۲	۰۷۷
۰۲۹	۱۲۷۱	۰۶۲۰۰	۰۶۱	۰۲۴	۱۳۷۴	۰۵۸۶۷	۰۷۶
۰۳۰	۱۲۶۸	۰۶۲۱۲	۰۶۰	۰۲۵	۱۳۶۳	۰۵۹۰۰	۰۷۵
۰۳۱	۱۲۶۵	۰۶۲۲۳	۰۵۹	۰۲۶	۱۳۵۲	۰۵۹۳۱	۰۷۴
۰۳۲	۱۲۶۳	۰۶۲۳۲	۰۵۸	۰۲۷	۱۳۴۳	۰۵۹۶۱	۰۷۳
۰۳۳	۱۲۶۰	۰۶۲۴۰	۰۵۷	۰۲۸	۱۳۳۴	۰۵۹۸۹	۰۷۲
۰۳۴	۱۲۵۹	۰۶۲۴۷	۰۵۶	۰۲۹	۱۳۲۶	۰۶۰۱۵	۰۷۱
۰۳۵	۱۲۵۷	۰۶۲۵۳	۰۵۵	۰۳۰	۱۳۱۸	۰۶۰۴۰	۰۷۰
۰۳۶	۱۲۵۶	۰۶۲۵۸	۰۵۴	۰۳۱	۱۳۱۱	۰۶۰۶۳	۰۶۹
۰۳۷	۱۲۵۵	۰۶۲۶۲	۰۵۳	۰۳۲	۱۳۰۴	۰۶۰۸۵	۰۶۸
۰۳۸	۱۲۵۴	۰۶۲۶۴	۰۵۲	۰۳۳	۱۲۹۸	۰۶۱۰۶	۰۶۷
۰۳۹	۱۲۵۳	۰۶۲۶۶	۰۵۱	۰۳۴	۱۲۹۳	۰۶۱۲۴	۰۶۶
۰۴۰	۱۲۵۳	۰۶۲۶۷	۰۵۰	۰۳۵	۱۲۸۳	۰۶۱۵۸	۰۶۵
				۰۳۶	۱۲۷۹	۰۶۱۷۴	۰۶۴

جدول (و)

القيم التقديرية لمعامل الارتباط الرباعي (ر) المناظرة للنسب

$$\frac{أ د}{ب ج}$$

لتقدير قيمة معامل الارتباط الرباعي بطريقة جيب تمام النسبة التقريبية ط
يلزم إيجاد قيمة $\frac{أ د}{ب ج}$ وتطبيق الصورة الخاصة بذلك . ولتيسير الحصول على

القيمة المقدرة يكفي إيجاد النسبة $\frac{أ د}{ب ج}$ وقراءة القيمة المناظرة لمعامل الارتباط

الرباعي . فمثلا إذا كانت هذه النسبة تساوي ٥,٨١٩ فإنها تنحصر بين القيمتين
المدونتين في الجدول وهما ٥,٨١٣ ، ٦,٠٤٣ . والقيمتين المناظرتين لمعامل
الارتباط الرباعي هما ٠,٦٠٥ ، ٠,٦١٥ ، أي ٠,٦١ مقربة إلى رقمين عشريين .

وإذا كانت النسبة $\frac{أ د}{ب ج}$ أقل من الواحد الصحيح توجد $\frac{ب ج}{أ د}$ ونضع علامة

(سالب) أمام قيمة معامل الارتباط الرباعي التي نحصل عليها من الجدول .

$\frac{أ د}{ب ج}$ ر	$\frac{أ د}{ب ج}$ ر	$\frac{أ د}{ب ج}$ ر	$\frac{أ د}{ب ج}$ ر
١٠.١٣	٠.٠٥	١٢.٧٥	٠.٩٥
١٠.٣٩	٠.١٥	١٣.٠٨	٠.١٠
١٠.٦٦	٠.٢٥	١٣.٤٢	٠.١١
١٠.٩٣	٠.٣٥	١٣.٧٧	٠.١٢
١١.٢٢	٠.٤٥	١٤.١٣	٠.١٣
١١.٥٠	٠.٥٥	١٤.٥٠	٠.١٤
١١.٨٠	٠.٦٥	١٤.٨٨	٠.١٥
١٢.١١	٠.٧٥	١٥.٢٨	٠.١٦
١٢.٤٢	٠.٨٥	١٥.٦٨	٠.١٧
١٢.٧٥	٠.٩٥	١٦.١٠	٠.١٨
١٣.٠٨	٠.١٠	١٦.٥٣	٠.١٩
١٣.٤٢	٠.١١	١٦.٩٧	٠.٢٠
١٣.٧٧	٠.١٢	١٧.٩٠	٠.٢٢
١٤.١٣	٠.١٣	١٧.٤٣	٠.٢١
١٤.٥٠	٠.١٤	١٨.٣٨	٠.٢٣
١٤.٨٨	٠.١٥	١٨.٨٨	٠.٢٤
١٥.٢٨	٠.١٦	١٩.٤٠	٠.٢٥
١٥.٦٨	٠.١٧	١٩.٩٣	٠.٢٦
١٦.١٠	٠.١٨	٢٠.٤٨	٠.٢٧
١٦.٥٣	٠.١٩	٢١.٠٥	٠.٢٨
١٦.٩٧	٠.٢٠	٢١.٦٤	٠.٢٩
١٧.٩٠	٠.٢٢	٢٢.٢٥	٠.٣٠
١٨.٣٨	٠.٢٣	٢٢.٨٨	٠.٣١
١٨.٨٨	٠.٢٤	٢٣.٥٣	٠.٣٢
١٩.٤٠	٠.٢٥	٢٤.٢١	٠.٣٣
١٩.٩٣	٠.٢٦	٢٤.٩٠	٠.٣٤
٢٠.٤٨	٠.٢٧	٢٥.٦٣	٠.٣٥

اد ب ج	ر	اد ب ج	ر	اد ب ج	ر	اد ب ج	ر
۲۷۲۱۲	۰.۸۷۵	۸۹۱۰	۰.۷۰۵	۴۵۰.۲	۰.۵۳۵	۲۶۲۸	۰.۳۶۵
۳۰۱۰.۶	۰.۸۸۵	۹۳۵۱	۰.۷۱۵	۴۶۶۲	۰.۵۴۵	۲۷۱۶	۰.۳۷۵
۲۳۵۷۸	۰.۸۹۵	۹۸۲۸	۰.۷۲۵	۴۸۳۰	۰.۵۵۵	۲۷۹۷	۰.۳۸۵
۳۷۸۱۸	۰.۹۰۵	۱۰۳۴۴	۰.۷۳۵	۵۰۰.۷	۰.۵۶۵	۲۸۸۱	۰.۳۹۵
۴۳۱۰.۶	۰.۹۱۵	۱۰۹۰۳	۰.۷۴۵	۵۱۹۲	۰.۵۷۵	۲۹۵۷	۰.۴۰۵
۴۹۸۵۱	۰.۹۲۵	۱۱۵۱۲	۰.۷۵۵	۵۳۸۸	۰.۵۸۵	۳۰۹۵	۰.۴۱۵
۵۸۷۶۵	۰.۹۳۵	۱۲۱۷۷	۰.۷۶۵	۵۵۹۵	۰.۵۹۵	۳۱۵۳	۰.۴۲۵
۷۱۰.۴۶	۰.۹۴۵	۱۲۹۰.۶	۰.۷۷۵	۵۸۱۳	۰.۶۰۵	۳۲۵۱	۰.۴۳۵
۸۸۹۴۸	۰.۹۵۵	۱۳۷۰.۲	۰.۷۸۵	۶۰۴۳	۰.۶۱۵	۳۳۵۳	۰.۴۴۵
۱۱۷۵۲	۰.۹۶۵	۱۴۵۹۲	۰.۷۹۵	۶۲۸۸	۰.۶۲۵	۳۴۶۰	۰.۴۵۵
۱۶۹۶۰	۰.۹۷۵	۱۵۵۷۳	۰.۸۰۵	۶۵۴۷	۰.۶۳۵	۳۵۷۱	۰.۴۶۵
۲۹۲۲۸	۰.۹۸۵	۱۶۶۷۰	۰.۸۱۵	۶۸۲۲	۰.۶۴۵	۳۶۹۰	۰.۴۷۵
۹۳۴۰.۶	۰.۹۹۵	۱۷۹۰۰	۰.۸۲۵	۷۱۱۵	۰.۶۵۵	۳۸۰۸	۰.۴۸۵
		۱۹۲۸۸	۰.۸۳۵	۷۴۲۸	۰.۶۶۵	۳۹۳۵	۰.۴۹۵
		۲۰۸۶۶	۰.۸۴۵	۷۷۶۱	۰.۶۷۵	۴۰۶۷	۰.۵۰۵
		۲۴۷۶۸	۰.۸۶۵	۸۱۱۷	۰.۶۸۵	۴۲۰۵	۰.۵۱۵
		۲۲۶۷۵	۰.۸۵۵	۸۴۹۹	۰.۶۹۵	۴۳۵۱	۰.۵۲۵

جدول (ل)

قيم معامل الارتباط الرباعي (رر) المناظرة لقيم

معامل فاي (φ)

لتقدير قيمة معامل الارتباط الرباعي بمعلومية قيمة معامل فاي (φ) يكفي الحصول على قيمة معامل فاي وقراءة القيمة المناظرة لمعامل الارتباط الرباعي (رر) المدونة في هذا الجدول.

φ	رر	φ	رر	φ	رر	φ	رر
٠.٠٠٠	٠.٠٠٠	٠.١١٠	٠.١٧٢	٠.٢٢٠	٠.٣٣٩	٠.٣٣٠	٠.٤٩٦
٠.٠٠٥	٠.٠٠٨	٠.١١٥	٠.١٨٠	٠.٢٢٥	٠.٣٤٦	٠.٣٣٥	٠.٥٠٢
٠.٠١٠	٠.٠١٦	٠.١٢٠	٠.١٨٧	٠.٢٣٠	٠.٣٥٤	٠.٣٤٠	٠.٥٠٩
٠.٠١٥	٠.٠٢٤	٠.١٢٥	٠.١٩٥	٠.٢٣٥	٠.٣٦١	٠.٣٤٥	٠.٥١٦
٠.٠٢٠	٠.٠٣١	٠.١٣٠	٠.٢٠٣	٠.٢٤٠	٠.٣٦٨	٠.٣٥٠	٠.٥٢٣
٠.٠٢٥	٠.٠٣٩	٠.١٣٥	٠.٢١١	٠.٢٤٥	٠.٣٧٥	٠.٣٥٥	٠.٥٢٩
٠.٠٣٠	٠.٠٤٧	٠.١٤٠	٠.٢١٨	٠.٢٥٠	٠.٣٨٣	٠.٣٦٠	٠.٥٣٦
٠.٠٣٥	٠.٠٥٥	٠.١٤٥	٠.٢٢٦	٠.٢٥٥	٠.٣٩٠	٠.٣٦٥	٠.٥٤٢
٠.٠٤٠	٠.٠٦٣	٠.١٥٠	٠.٢٣٤	٠.٢٦٠	٠.٣٩٧	٠.٣٧٠	٠.٥٤٩
٠.٠٤٥	٠.٠٧١	٠.١٥٥	٠.٢٤١	٠.٢٦٥	٠.٤٠٤	٠.٣٧٥	٠.٥٥٦
٠.٠٥٠	٠.٠٧٩	٠.١٦٠	٠.٢٤٩	٠.٢٧٠	٠.٤١٢	٠.٣٨٠	٠.٥٦٢
٠.٠٥٥	٠.٠٨٦	٠.١٦٥	٠.٢٥٦	٠.٢٧٥	٠.٤١٩	٠.٣٨٥	٠.٥٦٩
٠.٠٦٠	٠.٠٩٤	٠.١٧٠	٠.٢٦٤	٠.٢٨٠	٠.٤٢٦	٠.٣٩٠	٠.٥٧٥
٠.٠٦٥	٠.١٠٢	٠.١٧٥	٠.٢٧١	٠.٢٨٥	٠.٤٣٣	٠.٣٩٥	٠.٥٨١
٠.٠٧٠	٠.١١٠	٠.١٨٠	٠.٢٧٩	٠.٢٩٠	٠.٤٤٠	٠.٤٠٠	٠.٥٨٨
٠.٠٧٥	٠.١١٨	٠.١٨٥	٠.٢٨٧	٠.٢٩٥	٠.٤٤٧	٠.٤٠٥	٠.٥٩٤
٠.٠٨٠	٠.١٢٥	٠.١٩٠	٠.٢٩٤	٠.٣٠٠	٠.٤٥٤	٠.٤١٠	٠.٦٠٠
٠.٠٨٥	٠.١٣٣	٠.١٩٥	٠.٣٠٢	٠.٣٠٥	٠.٤٦١	٠.٤١٥	٠.٦٠٧
٠.٠٩٠	٠.١٤١	٠.٢٠٠	٠.٣٠٩	٠.٣١٠	٠.٤٦٨	٠.٤٢٠	٠.٦١٣
٠.٠٩٥	٠.١٤٩	٠.٢٠٥	٠.٣١٧	٠.٣١٥	٠.٤٧٥	٠.٤٢٥	٠.٦١٩
٠.١٠٠	٠.١٥٦	٠.٢١٠	٠.٣٢٤	٠.٣٢٠	٠.٤٨٢	٠.٤٣٠	٠.٦٢٥
٠.١٠٥	٠.١٦٤	٠.٢١٥	٠.٣٣١	٠.٣٢٥	٠.٤٨٩	٠.٤٣٥	٠.٦٣١

ن	ف	ن	ف	ن	ف	ن	ف
۱۸۵	۸۹۰	۱۲۴	۷۵۰	۸۰۰	۵۹۰	۶۳۷	۴۴۰
۱۸۶	۸۹۵	۱۲۱	۷۴۵	۸۰۴	۵۹۵	۶۴۳	۴۴۵
۱۸۸	۹۰۰	۱۱۸	۷۴۰	۸۰۹	۶۰۰	۶۴۹	۴۵۰
۱۸۹	۹۰۵	۱۲۷	۷۵۵	۸۱۴	۶۰۵	۶۵۵	۴۵۵
۱۹۰	۹۱۰	۱۲۰	۷۶۰	۸۱۸	۶۱۰	۶۶۱	۴۶۰
۱۹۱	۹۱۵	۱۲۳	۷۶۵	۸۲۳	۶۱۵	۶۶۷	۴۶۵
۱۹۲	۹۲۰	۱۲۵	۷۷۰	۸۲۷	۶۲۰	۶۷۳	۴۷۰
۱۹۳	۹۲۵	۱۲۸	۷۷۵	۸۳۲	۶۲۵	۶۷۹	۴۷۵
۱۹۴	۹۳۰	۱۲۱	۷۸۰	۸۳۶	۶۳۰	۶۸۵	۴۸۰
۱۹۵	۹۳۵	۱۲۴	۷۸۵	۸۴۰	۶۳۵	۶۹۰	۴۸۵
۱۹۶	۹۴۰	۱۲۶	۷۹۰	۸۴۴	۶۴۰	۶۹۶	۴۹۰
۱۹۶	۹۴۵	۱۲۹	۷۹۵	۸۴۹	۶۴۵	۷۰۲	۴۹۵
۱۹۷	۹۵۰	۱۵۱	۸۰۰	۸۵۳	۶۵۰	۷۰۷	۵۰۰
۱۹۸	۹۵۵	۱۵۳	۸۰۵	۸۵۷	۶۵۵	۷۱۳	۵۰۵
۱۹۸	۹۶۰	۱۵۶	۸۱۰	۸۶۱	۶۶۰	۷۱۸	۵۱۰
۱۹۹	۹۶۵	۱۵۸	۸۱۵	۸۶۵	۶۶۵	۷۲۴	۵۱۵
۱۹۹	۹۷۰	۱۶۰	۸۲۰	۸۶۹	۶۷۰	۷۲۹	۵۲۰
۱۹۹	۹۷۵	۱۶۳	۸۲۵	۸۷۳	۶۷۵	۷۳۴	۵۲۵
۱۹۹	۹۷۵	۱۶۵	۸۳۰	۸۷۶	۶۸۰	۷۴۰	۵۳۰
۲۰۰	۹۸۵	۱۶۷	۸۳۵	۸۸۰	۶۸۵	۷۴۵	۵۳۵
۲۰۰	۹۹۰	۱۶۹	۸۴۰	۸۸۴	۶۹۰	۷۵۰	۵۴۰
۲۰۰	۹۹۵	۱۷۱	۸۴۵	۸۸۷	۶۹۵	۷۵۵	۵۴۵
		۱۷۲	۸۵۰	۸۹۱	۷۰۰	۷۶۰	۵۵۰
		۱۷۴	۸۵۵	۸۹۵	۷۰۵	۷۶۶	۵۵۵
		۱۷۶	۸۶۰	۸۹۸	۷۱۰	۷۷۱	۵۶۰
		۱۷۸	۸۶۵	۹۰۲	۷۱۵	۷۷۶	۵۶۵
		۱۷۹	۸۷۰	۹۰۵	۷۲۰	۷۸۰	۵۷۰
		۱۸۱	۸۷۵	۹۰۸	۷۲۵	۷۸۵	۵۷۵
		۱۸۲	۸۸۰	۹۱۱	۷۳۰	۷۹۰	۵۸۰
		۱۸۲	۸۸۵	۹۱۵	۷۳۵	۷۹۵	۵۸۵

المراجع

أولا - المراجع العربية :

- ١ - السيد محمد خيرى : الاحصاء فى البحوث النفسية والتربوية والاجتماعية . القاهرة : دار الفكر العربى ، ١٩٧٠ .
- ٢ - رمزية الغريب : التقويم والقياس النفسى والتربوى . القاهرة : مكتبة الانجلو . ١٩٧٠ .
- ٣ - عبد العزيز القوصى ، حسن حسين ، محمد خليفة ، ركات : الاحصاء فى التربية وعلم النفس ، ١٩٥٧ .
- ٤ - فؤاد البهى السيد : علم النفس الاحصائى وقياس العقل البشرى ، القاهرة : دار الفكر العربى ، الطبعة الثالثة ، ١٩٧٩ .

ثانيا - المراجع الاجنبية :

- 1 Anderson, N.H. Scales and Statistics, Parametric and nonparametric. **Psychological Bulletin**, 58, 310 - 316, 1961.
- 2 --- Asher, H.B. **Causal Modeling**. Beverly Hills : Sage, 1976.
- 3 --- Blalock, H.M. **Causal Inferences in Nonexperimental Research**. Chapel Hill : Univ. Of North Carolina Press, 1964.
- 4 -- Blalock, H.M. **Methodology of Social Research**. New York : McGraw - Hill, Inc, 1968.
- 5 - - Blalock, H.M. **Causal Models in the Social Sciences**. Chicago : Aldine, Atherton, Inc. 1971.
- 6 -- Blalock, H.M. **Social Statistics**. New York : McGraw - Hill, 1979.
- 7 Bock, R. D **Multivariate Statistical Methods in Behavioral Research**. New York : McGraw - Hill, Inc., 1975.

- 8 Bohl M. **A Guide for Programmers.** N. J Prentice - Hall Inc., 1968.
- 9 -- Borko, H. **Computer Application in the Behavioral Sciences.** N. J. : Prentice - Hall Inc., 1962.
- 10 -- Bradley, J.V. **Distribution - Free Statistical Test.** Englewood Cliffs, N. J. : Prentice - Hall Inc., 1968.
- 11 -- Brown, J.; Workman, R. **How a Computer System work.** New York . Arco publishing Inc., 1975.
- 12 -- Bruner, J.; Goodnow, J.; and Austin, G. **A Study of Thinking.** New York : Wiley, 1956.
- 13 -- Burke, C. J. Additive Scales and Statistics. **Psychological Review**, 60, 73 - 75, 1953.
- 14 -- Campell, D. and Stanley, J. **Experimental and Quasi - Experimental Design for Research.** Chicago : Rand McNally, 1963.
- 15 -- Carroll, J.B. The Nature of Data, or How to Choose a Correlation Coefficient. **Psychometrika**, 26, 347 - 377, 1961.
- 16 -- Cohen, J. and Cohen, P. **Applied Multiple Regression Correlation for the Behavioral Sciences.** New York : Wiley, 1972.
- 17 -- Comrey, A. **Elementary Statistics : A Problem Solving Approach.** ILL : The Dorsey Press, 1975.
- 18 -- Cooley, W.W and Lohnes, P.R. **Multivariate Data Analysis.** New York : Wiley, 1971.
- 19 -- Darlington, R. B. Multiple Regression in Psychological Research. **Psychological Bulletin**. 69, 161 - 182, 1968.
- 20 -- Duncan, O.D. **Introduction to Structural Equation Models.** New York - Academic press, 1975.
- 21 -- Dunn, O and Clark V **Applied Statistics : Analysis of Variance and Regression.** New York Wiley, 1974.
- 22 -- Ezekiel, M. and Fox, K.E. **Methods of Correlation and Regre-**

23 --- Ferguson, G. **Statistical Analysis in Psychology and Education**. 5th ed. New York : McGraw - Hill, 1978.

24 --- Finn, J. D. **A General Model for Multivariate Analysis**. New York : Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1974.

25 --- Fleiss, J. **Statistical Methods for Rates and Proportions**. New York : Wiley, 1973.

26 --- Geer, Van der. **Introduction to Multivariate Analysis for the Social Science**. San Francisco : W. H. Freeman and Company, 1971.

27 --- Gibbons, J. **Nonparametric Methods for Quantitative Analysis**. New York : Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1976.

28 --- Green, B. **Digital Computers in Research**. New York : McGraw - Hill, 1963.

29 --- Guilford, J. P. **Fundamental Statistics in Psychology and Education**. 4 th ed. New York : McGraw Hill, 1965.

30 --- Hagood, M. and Daniel, P. **Statistics for Sociologists**. New York : Henry Holt, 1952.

31 --- Harris, M. **Introduction to Data Processing : A Self Teaching Guide**. New York : Wiley, 1979.

32 --- Hays, S.P. Diagrams for Computing Tetrachoric Correlation Coefficient from Percentage Differences. **Psychometrika**, 11, 163 - 172, 1946.

33 --- Hays S.P. **Statistics for the Social Sciences**. New York : Holt, Reinhart and winston, 1973.

34 --- Heise, D. **Causal Analysis**. New York : Wiley, 1975.

35 --- Hollander, M. and Wolfe, D. **Nonparametric Statistical Methods**. New York : Wiley, 1973.

36 --- Insko, C. and Schoeninger, D. **Introductory Statistics for Psychology**, 2 nd ed. Boston : Allyn and Bacon, 1977.

37 --- Jekins, W. L. An Improved Method for Tetrachoric r. **Psychometrika**, 20, 253 - 258, 1955.

38 Kenny. D.A **Correlation and Causality**. New York Wiley,
1979

39 Kerlinger. F. N. and Pedhazur. E. **Multiple Regression in Behavioral Research** - New York . Holt, Rinehart and Winston, 1973.

40 - Kerlinger, F.N. **Foundations of Behavioral Research**. 2 nd ed.
New York : Holt, Rinehart and Winston, 1973

41 Kleinbaum, D. and Kupper, L. **Applied Regression Analysis and Other Multivariate Methods**. Mass Duxbury press, 1978.

42 - - Kruskal, W. and Tanur Judith. **International Encyclopedia of Statistics**, Volume 1, 2. New York : The Free press, 1978.

43 --- Leach, C. **Introduction to Statistics : A Nonparametric Approach for the Social Sciences**. New York : Wiley, 1979.

44 — Li, Ching C. **Path Analysis : A Primer**. Grove, Calif . The Boxwood Press 1977.

45 — McNemar, Q. **Psychological Statistics**, 2 nd ed. New York : Wiley, 1955.

46 --- Moroney, M. J. **Facts From Figures**. Baltimore : Penguin Books. 1953.

47 - - Morrison, D.F. **Multivariate Statistical Methods**. New York : McGraw - Hill, 1967.

48 — Mosteller. F. and Tukey. J. **Data Analysis and Regression : A Second Course in Statistics**, Reading. MA : Addison - Wesley, 1977.

49 -- Nie, N. H.; Hull, C. H. and Others. **Statistical Package for Social Sciences (SPSS)**. New York : McGraw - Hill, 1980.

50 -- O'Muircheartaigh, C. and Payne, G. **the Analysis of Survey Data. Volume 2. Model Fitting**. New York . Wiley, 1977.

51 Peatman, J. **Descriptive and Sampling Statistics**. New York . Harper and Brothers 1947.

52 Peters, C. and Walter. Van Voorhis. **Statistical Procedures and their Mathematical Bases**. New York McGraw Hill, 1940.

53 — Press, J. **Applied Multivariate Analysis**. New York : Holt, Rinehart and Winston, 1972.

54 — Roscoe, J. **Fundamental Research Statistics for the Behavioral Sciences**, 2 nd ed. New York : Holt, Rinehart and Winston, 1975

55 — Siegel, S. **Nonparametric Statistics**. New York : McGraw - Hill, 1956.

56 — Steel, R.; Torrie J. **Principles and Procedures of Statistics : A Biometrical Approach**, 2 nd ed. New York : McGraw - Hill, 1980.

57 — Tatsuoka, M. M **Multivariate Analysis : Techniques for Educational and Psychological Research**. New York : Wiley, 1971.

58 — Thorndike, R. **Correlational Procedures for Research**. New York : Gardner press, 1978.

59 — Tukey, J. W. **Exploratory Data Analysis**. Readings, MA : Addison - Wesley, 1977.

60 — Veldman, D. J. **Fortran Programming for the Behavioral Sciences** New York : Holt, Rinehart and Winston, 1967.

61 — Yule, U. and Kendall M. **An Intrroduction to the Theory of Statistics**. New York : Hafner publishing Co., 1958.

62 — Walizer, M. and Wienir, P. **Research Methods and Analysis : Searching for Relationships**. New York : Harper and Row, 1978.

63 — Wright, S. Correlation and Causation. **Journal of Agricultural Research**, 20, 557 - 585, 1921.

64 — Wright, S. the Method of Path Coefficients. **Annals of Mathematical Statistics**, 5, 161 - 215, 1934.

65 — Wright, S. Path Coefficients and Path Regressions : Alternative or Complementary Concepts ? **Biometrika**, 16, 189 - 202, 1960.

الفهرس

الصفحة

الموضوع

مقدمة :

٣

الباب الأول

تحليل البيانات ذات المتغير الواحد ٩ — ٢٦٤

الفصل الأول : أساسيات القياس والإحصاء — القياس والبيانات ١١ — ٤٢

والإحصاء — موازين أو مستويات القياس —

كيت تتعامل مع الأعداد في عملية القياس —

أنواع البيانات — مراجعة لبعض العمليات الحسابية

والجبرية الأساسية — تمارين على الفصل الأول

الفصل الثاني : التوزيعات التكرارية والتثيل البياني للبيانات ذات ٤٣ — ٨٤

المتغير الواحد

تنظيم البيانات — جداول التوزيعات التكرارية

— التثيل البياني للبيانات — المدرج التكراري

— المضلع التكراري — المنحنى التكراري — المنحنيات

المتجمعة — أوجه اختلاف التوزيعات التكرارية

— تمارين على الفصل الثاني .

الفصل الثالث : خصائص التوزيعات التكرارية — أولاً : مقاييس ٨٥ — ١٣٠

النزعة المركزية

مفهوم النزعة المركزية — قراء عدد من التجميع —

المتوسط الحسابي الوسيط — المنوال — الوسط

الهندسي — اختيار مقياس النزعة المركزية المناسب

عند تحليل البيانات — تمارين على الفصل الثالث .

(٥٠ — التحليل)

الفصل الرابع : خمسائس التوزيعات التكرارية و ثانيا : مقاييس ١٢١ — ١٨٠

التشتت والالتواء والتفرطح .

المدى المطلق — الانحراف الربيعى — الانحراف

المتوسط — الانحراف المعياري والتباين —

المقاييس النسبية للتشتت — العزوم حول المتوسط

الحسابى — مقاييس الالتواء — مقاييس التفرطح

— تمارين على الفصل الرابع .

الفصل الخامس : الدرجات المحمولة . ١٨١ — ٢٢٠

المئينيات — الرتب المئينية — الإحصائيات —

الدرجات المعيارية — الدرجات الثنائية — تحويلات

خطية أخرى — تمارين على الفصل الخامس .

الفصل السادس : التوزيعات الاعتدالية . ٢٢١ — ٢٦٤

المنحنى الاعتدالى — خواص المنحنى الاعتدالى —

المساحة تحت المنحنى الاعتدالى — استخدام

خصائص المنحنى الاعتدالى — في تحليل البيانات

— إيجاد المئينيات باستخدام المنحنى الاعتدالى —

تحويل التوزيعات المختلفة إلى الصورة الاعتدالية

— تمارين على الفصل السادس

الباب الثانى

تجليل البيانات ذات المتغيرين ٢٦٥ — ٢٦٦

الفصل السابع : مقاييس العلاقة إذا كان كل من المتغيرين من ٢٦٧ — ٢٢٢

المستوى الفترى أو النسبى

منهم معامل الارتباط — معامل ارتباط بيرسون

— فروض معامل ارتباط بيرسون — طرق

حساب معامل ارتباط بيرسون — تعميم معامل

الارتباط من أخطاء تجميع البيانات — العوامل
التي تؤثر في معامل ارتباط بيرسون — تفسير
معامل ارتباط بيرسون — العلاقة والعلية —
تمارين على الفصل السابع .

الفصل الثامن : مقاييس العلاقة إذا كان كل من المتغيرين من ٣٢٣ — ٣٢٤
المستوى الاسمي .

معامل التنبؤ غير المتماثل لجتمان — معامل التنبؤ
المتماثل لجتمان — معامل الاقتران لبول — معامل
التجميع لبول — معامل الاقتران لبيرسون —
معامل الاقتران لتشوبرو — تمارين على
الفصل الثامن .

الفصل التاسع : مقاييس العلاقة إذا كان كل من المتغيرين من ٣٤٣ — ٤٠٨
المستوى الرتبي .

معامل الاقتران لجودمان وكروسكال — معامل
ارتباط الرتب لسبيرمان — معامل ارتباط الرتب
لكنندال — معامل الاتفاق لكنندال — معامل
الاتساق لكنندال — تمارين على الفصل التاسع .

الفصل العاشر : مقاييس العلاقة إذا كان أحد المتغيرين من المستوى ٤٠٩ — ٤٣٠
الاسمي والآخر من المستوى الرتبي .

نموذج ويليكوكس للاقتران الاسمي والرتبي —
طريقة حساب معامل ويليكوكسون إذا اشتمل
المتغير الاسمي على قسمين — طريقة حساب
معامل ويليكوكسون إذا اشتمل المتغير على أكثر
من قسمين — تمارين على الفصل العاشر .

الفصل الحادى عشر : مقاييس العلاقة إذا كان أحد المتغيرين من ٤٣١ — ٤٥٨

المستوى الاسمى والآخر من المستوى الفترى
نسبة الارتباط — طريقة حساب نسبة
الارتباط إذا كان أحد المتغيرين من
المستوى الاسمى والآخر من المستوى
الفترى — طريقة حساب نسبة الارتباط
إذا كان أحد المتغيرين من المستوى الفترى
ولكن العلاقة بينهما منحنية — العلاقة
بين نسبة الارتباط ومعامل ارتباط
بيرسون — تمارين على الفصل الحادى عشر

الفصل الثانى عشر : مقاييس العلاقة إذا كان أحد المتغيرين ٤٥٩ — ٤٧٨

من المستوى الرتبى والآخر من المستوى
الفترى ،
معامل الارتباط المتسلسل المتعدد لجانبين
— طريقة حساب معامل الارتباط
المتسلسل المتعدد — مقاييس إحصائية
أخرى — تمارين على الفصل الثانى عشر

الفصل الثالث عشر : مقاييس العلاقة إذا كان أحد المتغيرين ٤٧٩ — ٥٣٦

أو كلاهما من النوع الثنائى .
معامل الارتباط الثنائى المتسلسل الحقيقى
— معامل فاي — معامل الارتباط الثنائى
المتسلسل — معامل الارتباط الرباعى
— تمارين على الفصل الثالث عشر .

الفصل الرابع عشر : الانحدار الخطى البسيط ٥٣٧ — ٥٩٦

التنبؤ والارتباط — صورة العلاقة الخطية

— الانحدار الخطى للمتغير من على
المتغير من — طريقة المربعات الصغرى
— معادلتا خطى الانحدار باستخدام
الدرجات الخماس — معادلتا خطى
الانحدار باستخدام طريقة الانحرافات
— العلاقة بين الانحدار والارتباط
— معادلتا خطى الانحدار باستخدام
معامل الارتباط — معادلتا خطى
الانحدار باستخدام الدرجات المعيارية
— الخطأ المعياري للتنبؤ — تمارين
على الفصل الرابع عشر .

الفصل الخامس عشر : الانحدار غير الخطى ، ٥٩٧ — ٦١٦

مطابقة البيانات لبعض الدوال الرياضية
— مطابقة البيانات للدالة الأساسية —
مطابقة البيانات للدالة اللوغاريتمية —
مطابقة البيانات لدالة القطع المكافئ
— تمارين على الفصل الخامس عشر

الباب الثالث

تحليل البيانات المطبقة المتغيرات ٦١٧ — ٧٥٦

الفصل السادس عشر : تحليل الانحدار المتعدد في حالة المتغيرات ٦١٧ — ٦٦٨
الكمية .

تحليل الانحدار المتعدد في حالة وجود
متغيرين مستقلين — إيجاد معادلة
انحدار من على S_1 ، S_2 ، مأخوذتين
معاً — معامل الارتباط المتعدد وتفسيره

— فروض الانحدار المتعدد — تحليل
الانحدار المتعدد في حالة وجود ثلاثة
متغيرات مستقلة — تحليل الانحدار
المتعدد باستخدام الحاسب الآلي
— التمثيل الهندسي للانحدار المتعدد
— تقلص معامل الارتباط المتعدد —
تمارين على الفصل السادس عشر .

الفصل السابع عشر : طرق الضبط الإحصائي — معامل ٦٦٩ — ٦٩٦
الارتباط الجزئي وشبه الجزئي ،

معامل الارتباط الجزئي — استخدام
تحليل الانحدار في حساب معامل الارتباط
الجزئي — معامل الارتباط شبه الجزئي
(معامل ارتباط الجزء) — تفسير
الانحدار المتعدد في ضوء الارتباط شبه
الجزئي — تمارين على الفصل السابع عشر

الفصل الثامن عشر : تحليل الانحدار المتعدد في حالة المتغيرات
النوعية .

المتغيرات الرمزية — تحليل الانحدار
المتعدد باستخدام المتغيرات الرمزية
— استخدامات أخرى للمتغيرات
الرمزية — تمارين على الفصل الثامن عشر

الفصل التاسع عشر : تحليل المسارات . ٧١٥ — ٧٥٦

مفهوم العملية أو السببية — تخطيط
المسارات — معاملات المسارات —
بناء نماذج المسارات — طرق حساب

الموضوع الصفحة

معاملات المسارات — نماذج المسارات
التي تشتمل على متغيرين — نماذج
المسارات المتعددة المتغيرات — خطوات
حساب معاملات المسارات — تمارين
على الفصل التاسع عشر .

٧٧٩ — ٧٥٧

الملاحق

٧٨٤ — ٧٨٠

المراجع

رقم الايداع ١٩٨٤/٣٢٦٩

التريميم الدولى - ١١٤ - ٠ - ١٠ - ٩٧٧

